LE PROPRIETÀ DELLE FUNZIONI E LA LORO COMPOSIZIONE

1. LE FUNZIONI INIETTIVE, SURIETTIVE E BIIETTIVE

DEFINIZIONE

Funzione iniettiva, funzione suriettiva, funzione biiettiva (o biunivoca)

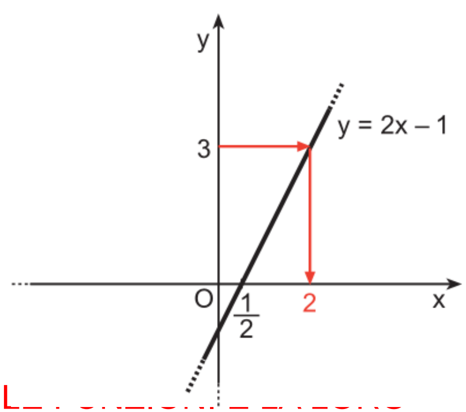
Una funzione da *A a B si dice:*

- iniettiva se ogni elemento di *B è immagine di al più un elemento di A;*
- suriettiva se ogni elemento di *B è immagine di almeno un elemento di A;*
- biiettiva (o biunivoca) se è sia iniettiva sia suriettiva.

ESEMPIO

$y = 2x - 1$

- Suriettiva
- Iniettiva
- Biiettiva

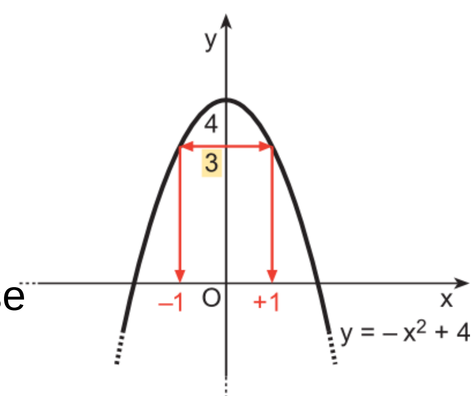


ESEMPIO

$y = -x^2 + 4$

- Suriettiva se $y \in]-\infty;4]$

- Non iniettiva se $x \in]-\infty;+\infty[$



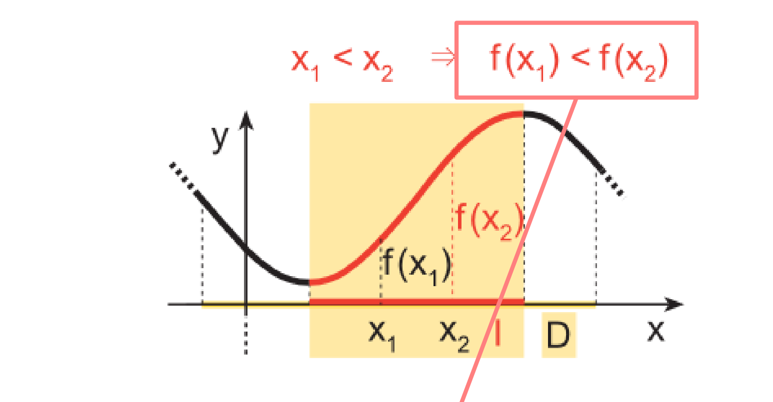
LE PROPRIETÀ DELL
COMPOSIZIONE

2. LE FUNZIONI CRESCENTI, LE FUNZIONI DECRESCENTI, LE FUNZIONI MONOTÒNE

DEFINIZIONE

Funzione crescente

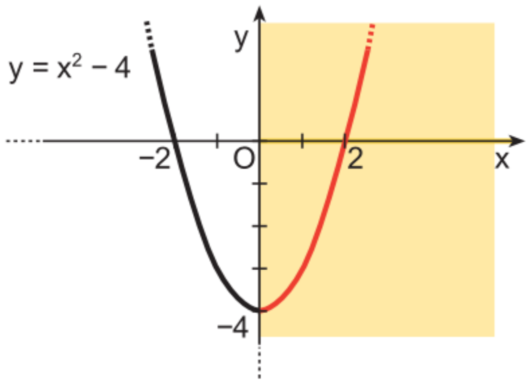
Una funzione $y = f(x)$ di dominio $D \subseteq \mathbf{R}$ si dice crescente in senso stretto in un intervallo I, sottoinsieme di D, se, comunque scelti x_1 e x_2 appartenenti a I, con $x_1 < x_2$, risulta $f(x_1) < f(x_2)$.



ESEMPIO

$y = x^2 - 4$

Crescente in $I = [0;+\infty[$



Funzione non decrescente

Se, invece di $f(x_1) < f(x_2)$, vale

$$f(x_1) \le f(x_2)$$

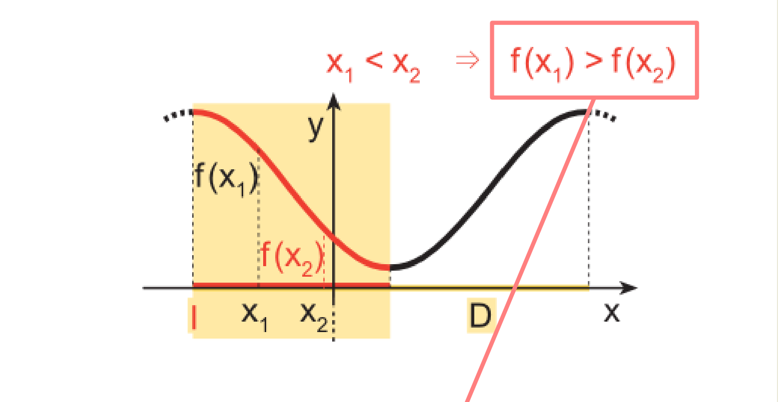
la funzione è **crescente in senso lato** o **non decrescente**.

LE PROPRIETÀ
COMPOSIZIONE

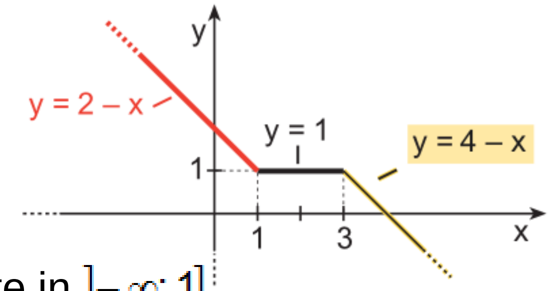
2. LE FUNZIONI CRESCENTI, LE FUNZIONI DECRESCENTI, LE FUNZIONI MONOTÒNE

DEFINIZIONE

Funzione decrescente
Una funzione $y = f(x)$ di dominio $D \subseteq \mathbf{R}$ si dice decrescente in senso stretto in un intervallo I, sottoinsieme di D,
se, comunque scelti x_1 e x_2 appartenenti a I, con $x_1 < x_2$,
risulta $\boxed{f(x_1) > f(x_2)}$.



ESEMPIO



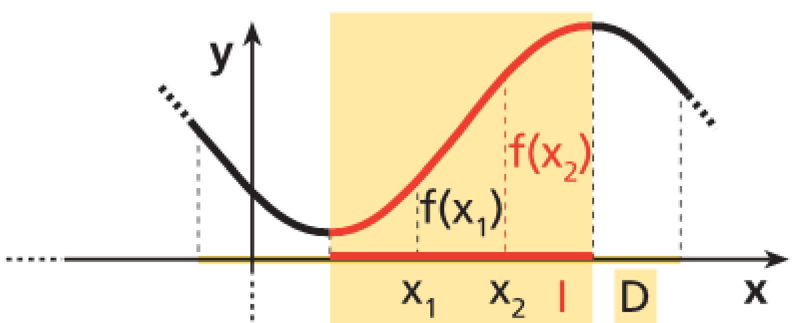
Decrescente in $]-\infty; 1]$
Non crescente in **R**

Funzione non crescente
Se, invece di $\boxed{f(x_1) > f(x_2)}$, vale
$$f(x_1) \geq f(x_2)$$
la funzione è **decrescente in senso lato** o **non crescente**.

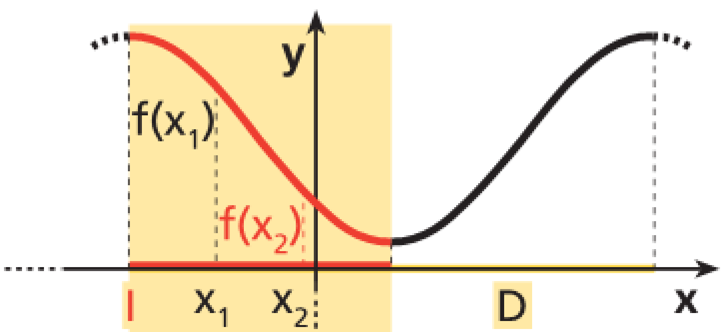
2. LE FUNZIONI CRESCENTI, LE FUNZIONI DECRESCENTI, LE FUNZIONI MONOTÒNE

DEFINIZIONE

Funzione monotona
Una funzione di dominio $D \subseteq \mathbf{R}$ si dice monotòna in senso stretto in un intervallo *I*, sottoinsieme di *D*,
se, in quell'intervallo è sempre crescente o sempre decrescente in senso stretto.



Funzione monotòna crescente in *I*



Funzione monotòna decrescente in *I*

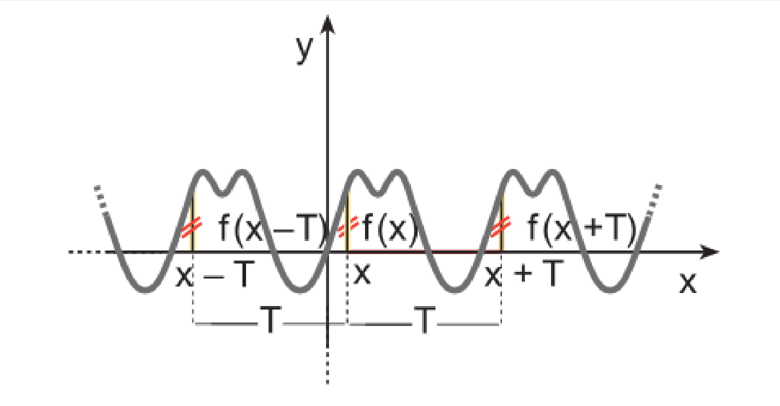
3. LE FUNZIONI PERIODICHE

DEFINIZIONE

Funzione periodica

Una funzione $y = f(x)$ si dice periodica di periodo T, con $T > 0$,
se, per qualsiasi numero k intero,
si ha:

$$f(x) = f(x + kT).$$



ESEMPIO

$y = \text{sen}\,(x)$ è periodica di periodo 2π
perché $\text{sen}\,(x) = \text{sen}\,(x + 2k\pi)$.

$y = \text{tg}\,(x)$ è periodica di periodo π
perché $\text{tg}\,(x) = \text{tg}\,(x + k\pi)$.

3. LE FUNZIONI PARI E LE FUNZIONI DISPARI

DEFINIZIONE

Funzione pari

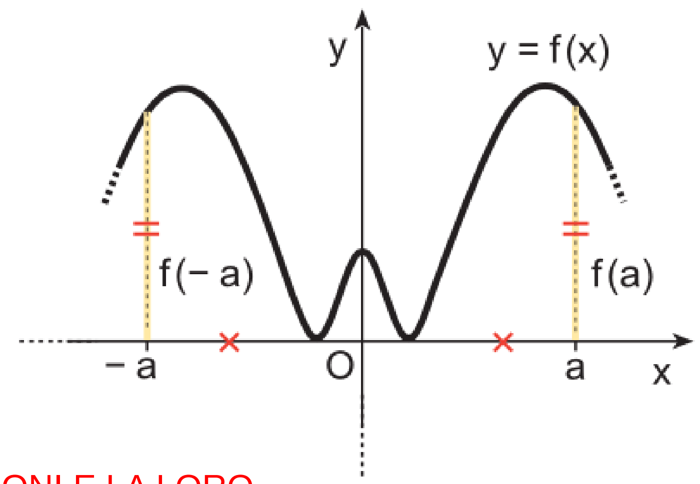
Indichiamo con D un sottoinsieme di **R** tale che, se $x \in D$, allora $-x \in D$.
Una funzione $y = f(x)$ si dice pari in D se $f(-x) = f(x)$ per qualunque x appartenente a D.

ESEMPIO

$f(x) = 2x^4 - 1$

$f(-x) = 2(-x)^4 - 1$
$= 2x^4 - 1 = f(x)$

f è **pari**.



3. LE FUNZIONI PARI E LE FUNZIONI DISPARI

DEFINIZIONE

Funzione dispari

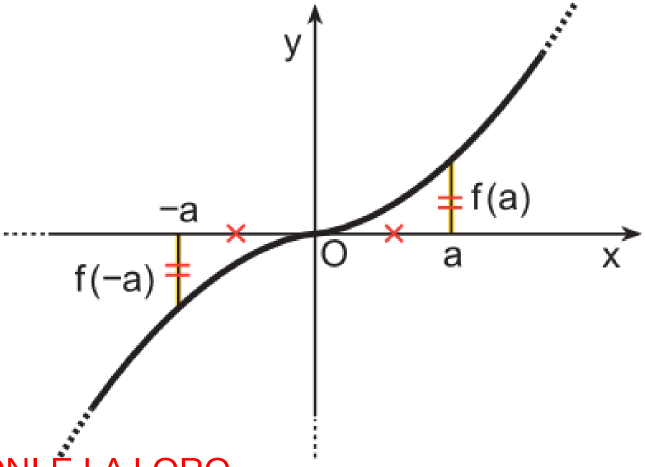
Indichiamo con D un sottoinsieme di **R** tale che, se $x \in D$, allora $-x \in D$.
Una funzione $y = f(x)$ si dice dispari in D se $f(-x) = -f(x)$ per qualunque x appartenente a D.

ESEMPIO

$f(x) = x^3 + x$

$f(-x) = (-x)^3 + (-x)$
$= -x^3 - x = -f(x)$

f è **dispari**.

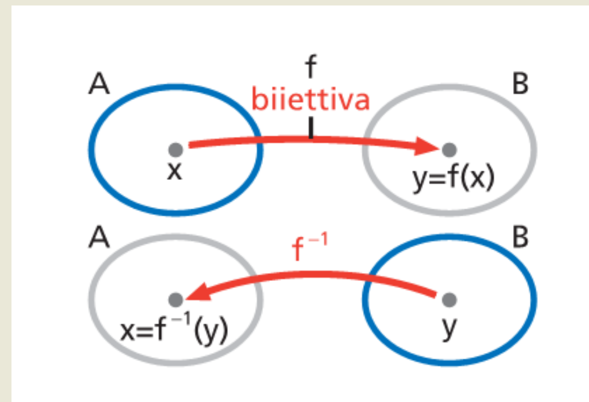


4. LA FUNZIONE INVERSA

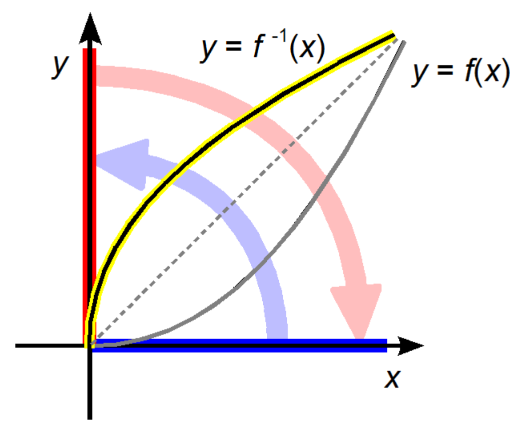
DEFINIZIONE

Funzione inversa

Data la funzione biiettiva f da A a B, la funzione inversa di f è la funzione biiettiva f^{-1} *da* B ad A che associa a ogni y di B il valore x di A tale che $y = f(x)$.



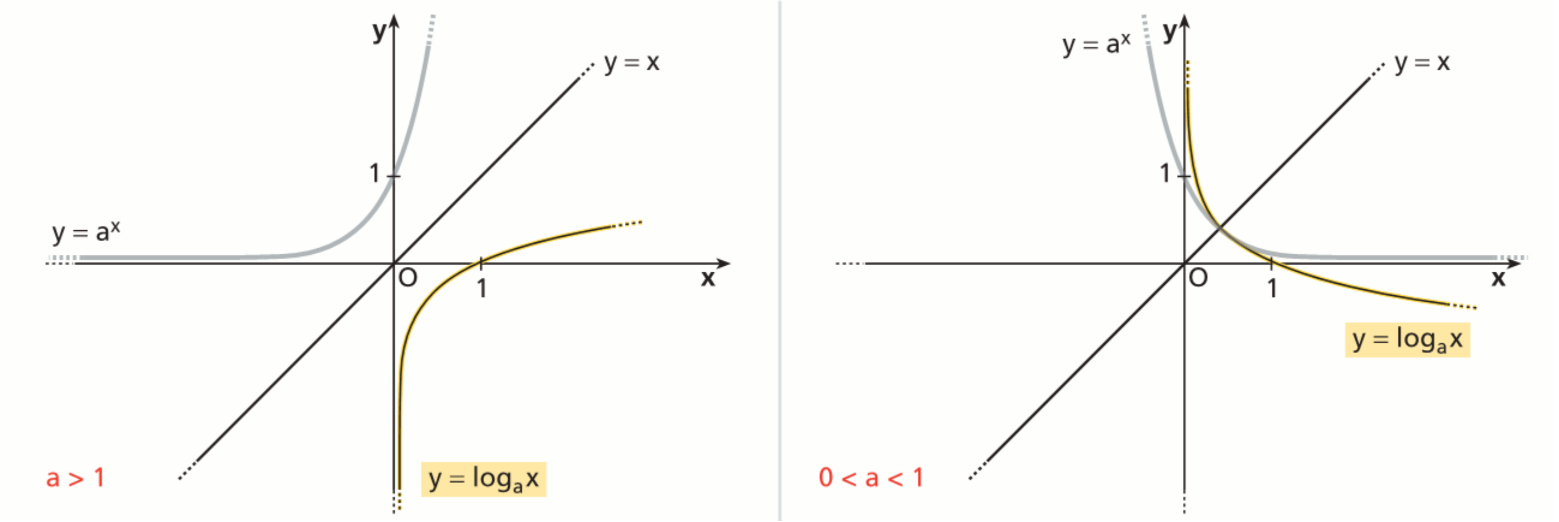
Data una funzione biiettiva reale di variabile reale $y = f(x)$, disegnare il grafico di f^{-1} equivale a partire dalle ordinate di f e ricavare le ascisse.
Ordinate e ascisse si scambiano i ruoli.



Il grafici di f e di f^{-1} sono simmetrici rispetto alla bisettrice del I e III quadrante.

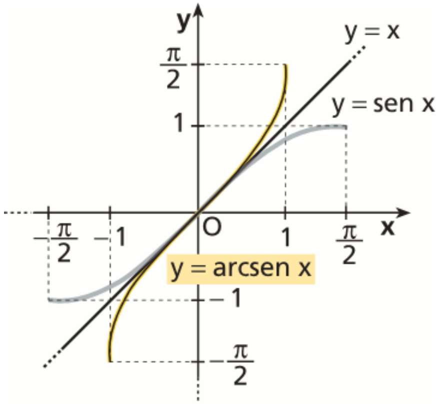
4. LA FUNZIONE INVERSA

La funzione esponenziale e la funzione logarimica

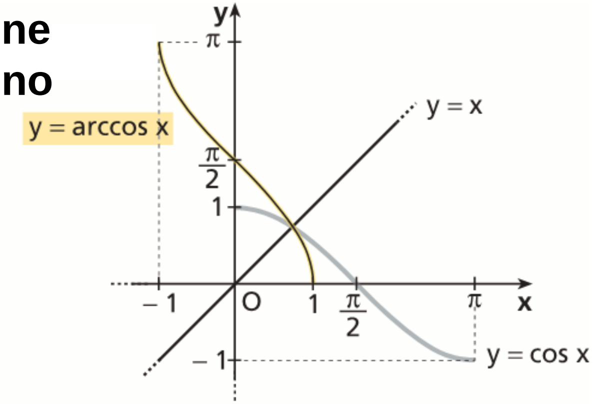


4. LA FUNZIONE INVERSA

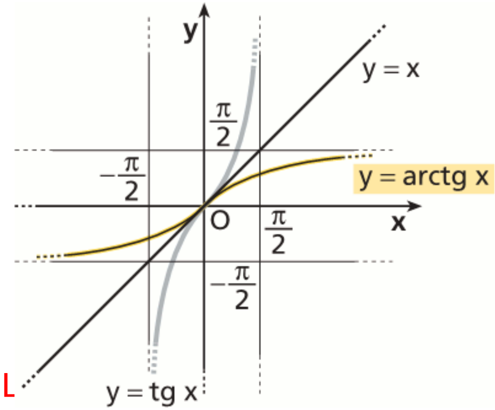
La funzione arcoseno



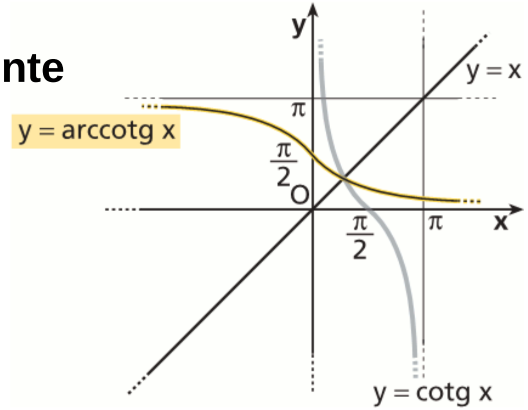
La funzione arcocoseno



La funzione arcotangente



La funzione arcocotangente



LE PROPRIETÀ DEL
COMPOSIZIONE