

Geometria 3 (nuovo ordinamento) Esame scritto del 25/03/2009

Le risposte non giustificate o illeggibili non saranno corrette. A fianco di ogni domanda è indicato il punteggio. Non è necessario descrivere le equazioni di retrazioni od omotopie nel caso siano evidenti. Si è ammessi all'orale con un punteggio minimo di 12/30.

Esercizio 1.

Si consideri la seguente famiglia di sottoinsiemi di \mathbb{R}^2

$$\mathcal{B} = \{\emptyset, B_a((0, 0)) \text{ con } a \in \mathbb{N}^* \}$$

dove $B_a((0, 0))$ è la bolla di raggio a centrata nell'origine.

[3] Si mostri che \mathcal{B} è una base per una topologia su \mathbb{R}^2 . Sia \mathcal{U} tale topologia e si indichi con $X = (\mathbb{R}^2, \mathcal{U})$.

[4] Si determini la chiusura e l'interno di

$$W_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (2, \pi) \times (\frac{3}{5}, 7)\} \text{ e } W_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}$$

in X .

[4] Si mostri che X è connesso per archi

[4] Si mostri che X è semplicemente connesso.

Esercizio 2.

Si consideri lo spazio topologico

$$Y = I \times S^1$$

dotato della topologia usuale.

[4] Si determini il gruppo fondamentale di Y e di $Y \setminus \{(0, N)\}$, con $N = (0, 1) \in S^1 \subset \mathbb{R}^2$ il polo nord.

[4] Si dica se Y è omeomorfo o omotopicamente equivalente a:

- $S^1 \times I \times I$
- $S^2 \times S^1$

[4] Si mostri che $Y \setminus \{(0, N)\} \not\approx Y \setminus \{(1/2, N)\}$

[3] Si dica se $Y \setminus \{(0, N) \cup (1/2, N)\}$ è omeomorfo o omotopicamente equivalente a $Y \setminus \{(1/2, N)\}$