

Geometria 3 (nuovo ordinamento)

Esame scritto del 2/4/2008

Le risposte non giustificate o illeggibili non saranno corrette. A fianco di ogni domanda è indicato il punteggio. Non è necessario descrivere le equazioni di retrazioni od omotopie nel caso siano evidenti. Si è ammessi all'orale con un punteggio minimo di 12/30.

Esercizio 1.

Siano $X = (\mathbb{R}^2, \text{topologia cofinita})$ e $Y = (\mathbb{R}^2, \text{topologia usuale})$ due spazi topologici.

[5] Si mostri che X è compatto e si determini la chiusura di $S^1 \subset X$ e di $W = \{(x, y) \in X \mid xy = 1, x^2 + y^2 = 57\}$

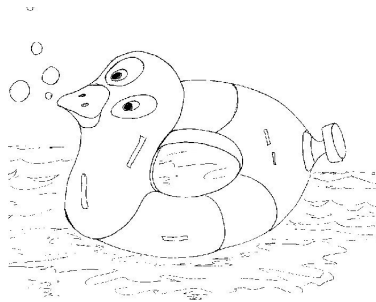
[5] Si mostri che:

- . non esistono applicazioni continue e suriettive $f : X \rightarrow Y$.
- . ogni applicazione iniettiva $g : Y \rightarrow X$ è continua

[5] Si determinino i sottoinsiemi connessi di X .

Esercizio 2.

Sia X il seguente salvagente dotato della topologia usuale,



[3] Si determini $\pi_1(X)$

[6] Si dica se X è omeomorfo a:

- . S^3
- . $S^1 \times S^1$
- . $S^1 \times S^1 \times I$

[6] Sia ora X' lo spazio che si ottiene bucando in un punto il salvagente. Si determini $\pi_1(X')$ e si dica se $X' \approx \mathbb{R}^2$.