

Geometria 3 (nuovo ordinamento) Esame scritto del 16/9/2008

Le risposte non giustificate o illeggibili non saranno corrette. A fianco di ogni domanda è indicato il punteggio. Non è necessario descrivere le equazioni di retrazioni od omotopie nel caso siano evidenti. Si è ammessi all'orale con un punteggio minimo di 12/30.

Esercizio 1.

Sia X uno spazio topologico, con almeno tre punti, in cui tutti i sottospazi propri sono connessi.

[2] Si dia un esempio di un tale spazio topologico con cardinalità infinita.

[5] Si mostri che X è connesso.

[5] Sia $f : X \rightarrow \mathbb{R}^2$ un'applicazione continua. Si mostri che f è la mappa costante.

[3] Si mostri che esistono X e funzioni continue $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow X$ non costanti

Esercizio 2.

Si considerino le lettere

$\mathcal{L} \quad O \quad P$

con la topologia indotta dalla immersione naturale nel piano.

[3] Si determini il loro gruppo fondamentale

[6] Si dica se sono omeomorfe a $I \times I$ o a S^1

[6] Sia ora X' uno spazio che si ottiene incollando in un punto $p \in \mathcal{L}$ la lettera \mathcal{L} alla lettera O . Si dica per quali p si ha $X' \approx P$.