

Geometria 3 (ordinamento 509)

Esame scritto del 22/02/2011

Le risposte non giustificate o illeggibili non saranno corrette. A fianco di ogni domanda è indicato il punteggio. Non è necessario descrivere le equazioni di retrazioni od omotopie nel caso siano evidenti. Si è ammessi all'orale con un punteggio minimo di 12/30.

Esercizio 1.

[2] Si consideri la seguente famiglia di sottoinsiemi di \mathbb{R}

$$B := \{\emptyset, [a, b]\}_{a \leq b \in \mathbb{R}},$$

Si mostri che B è una base per una topologia su \mathbb{R} e si indichi con $X = (\mathbb{R}, \mathcal{U}_B)$ lo spazio topologico associato.

[3] Si determini la chiusura e l'interno di

$$W_1 = (-1, 1] \cup (2, +\infty) \quad \text{e} \quad W_2 = \{\pi - 1/n\}_{n \in \mathbb{N}}$$

[4] Si mostri che X è di Hausdorff e non è connesso. Si mostri che i compatti di X sono tutti e soli i sottospazi finiti.

[4] Si mostri che $\pi_1(X, 0) = \mathbf{1}$.

Esercizio 2.

Sia $Z = S^3 \setminus \{[1, 0, 0, 0], [-1, 0, 0, 0]\}$ dotato della topologia usuale

[5] Si dica se Z è omeomorfo o omotopicamente equivalente a S^2 e si determini il gruppo fondamentale di Z .

[4] Sia Y il quoziente di Z tramite l'azione antipodale. Si osservi che il quoziente $p : Z \rightarrow Y$ è un rivestimento e si determini il gruppo fondamentale di Y .

[4] Si dica se può esistere un rivestimento $p : \mathbb{P}^3 \rightarrow Y$

[4] Si mostri che lo spazio X del primo esercizio non è omeomorfo ad un sottospazio di Z .