

Geometria 3 (nuovo ordinamento) Esame scritto del 8/1/2004

Le risposte non giustificate o illeggibili non saranno corrette. A fianco di ogni domanda è indicato il punteggio. Si è ammessi all'orale con un punteggio minimo di 12/30.

Esercizio 1.

[7] Sia $X = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x^2 + y^2 + z^2 = 1\} \subset \mathbb{R}^3$ e si consideri la topologia cofinita su X . Determinare la chiusura e l'interno di

$$Y = \{(x, y, z) \in X | 0 < x\} \subset X$$

[3] Determinare una topologia su $X = \mathbb{R}^2$ in modo tale che X sia compatto ma il sottoinsieme $W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | (x-1)^2 + (y-1)^2 < 1\}$ non sia compatto.

Esercizio 2.

Sia X uno spazio topologico. Si supponga che esistano funzioni continue

$$\begin{aligned} f : I &\rightarrow X \text{ suriettiva} \\ g : X &\rightarrow S^1 \text{ iniettiva} \end{aligned}$$

[5] mostrare che X è omeomorfo ad un sottospazio connesso e compatto di S^1 .

[5] concludere che o $X \approx S^1$ oppure $X \approx I$ oppure $X = \{pt\}$.

Esercizio 3.

[10] Mostrare che la lettera **P** e la lettera **R** sono omotopicamente equivalenti ma non omeomorfe