

## Geometria 3 (nuovo ordinamento) Esame scritto del 5/12/2006

Le risposte non giustificate o illeggibili non saranno corrette. A fianco di ogni domanda è indicato il punteggio. Non è necessario descrivere le equazioni di retrazioni od omotopie nel caso siano evidenti. Si è ammessi all'orale con un punteggio minimo di 12/33.

### *Esercizio 1.*

Si consideri lo spazio topologico  $X = (\mathbb{R}, \mathcal{U})$ , dove

$$\mathcal{U} = \{\emptyset, [a, b), (c, d)\}_{b,c,d \in \mathbb{R} \pm \infty, a \in \mathbb{R}}$$

- [6] determinare la chiusura e l'interno di  $\mathbb{N} \subset X$ , insieme dei numeri naturali, e di  $Y = (0, 1)$ ,
- [5] Mostrare che  $X$  è di Hausdorff e non è né connesso né compatto.
- [3] Mostrare che i compatti di  $X$  sono chiusi nella topologia  $\mathcal{U}$  e limitati rispetto alla metrica euclidea.
- [3] Mostrare che in  $X$  esistono chiusi, nella topologia  $\mathcal{U}$ , e limitati, rispetto alla metrica euclidea, che non sono compatti.

### *Esercizio 2.*

Si considerino le seguenti lettere dell'alfabeto, intese come sottospazi di  $\mathbb{R}^2$  dotato della topologia usuale

A T O L S Y B

- [5] Si riordinino le lettere nella lista precedente in classi di equivalenza omotopica.
- [5] Si riordinino le lettere nella lista precedente in classi di equivalenza omeomorfica.
- [3] Si dica quali, delle lettere in esame, sono omeomorfe ad un sottospazio di  $X$ , dove  $X$  è lo spazio topologico definito nel primo esercizio.
- [3] Si dica quali delle lettere in esame, sono omeomorfe ad un sottospazio di  $S^1$ .