

Geometria 3 (nuovo ordinamento) Esame scritto del 12/12/2005

Le risposte non giustificate o illeggibili non saranno corrette. A fianco di ogni domanda è indicato il punteggio. Non è necessario descrivere le equazioni di retrazioni od omotopie nel caso siano evidenti. Si è ammessi all'orale con un punteggio minimo di 12/33.

Esercizio 1.

Si consideri lo spazio topologico $X = (\mathbb{R}, \mathcal{U})$, dove

$$\mathcal{U} = \{\emptyset, (a, b), (c, d]\}_{a, b \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}, c \in \mathbb{R} \cup \{-\infty\}, d \in \mathbb{R}}$$

- [5] determinare la chiusura e l'interno di $Y = (0, 1]$,
- [4] mostrare che gli unici sottospazi non vuoti connessi di X sono formati da un singolo punto,

Esercizio 2.

- [5] Sia X uno spazio topologico e $Y \subset X$ un sottospazio connesso. Mostrare che \overline{Y} è connesso.
- [2] Dare un esempio in cui \overline{Y} non è connesso per archi.

Esercizio 3.

Si considerino le seguenti lettere dell'alfabeto, intese come sottospazi di \mathbb{R}^2 dotato della topologia usuale

$\mathcal{A} \ R \ O \ E \ S$

- [7] Si riordinino le lettere nella lista precedente in classi di equivalenza omotopica.
- [6] Si riordinino le lettere nella lista precedente in classi di equivalenza omeomorfica.
- [4] Si dica quali, delle lettere in esame, non sono omeomorfe ad un sottospazio di \mathbb{R} dotato della topologia usuale