Esercizi (Incontro n.5 del 19/05/2017)

1) Consideriamo la seguente successione:

$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

Sappiamo che per n sufficientemente grande converge al valore e, numero di Nepero. Scriviamo una funzione che valuti gli elementi $a_1 \dots a_N$ della successione e li rappresenti in un grafico ricevuto in ingresso il valore di N; restituiamo l'ultimo valore (corrispondente a $n = N$) e valutiamo la sua distanza in percentuale dal valore esatto del numero di Nepero.

2) Modificare la funzione l'es.1 aggiungendo la valutazione della successione

$$A_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$$

Calcolare inoltre l'errore percentuale e rappresentare nella stessa finestra grafica in due sottografici rispettivamente le successioni a_n ed A_n nel primo grafico e gli errori relativi nel secondo grafico. Inserisci legenda e titolo dei grafici.

3) Calcolare simbolicamente i seguenti limiti e verificare il risultato tracciando il grafico della funzione corrispondente:

- $\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^3 - 1} - \sqrt{x}\right)$
- $\lim_{x \to 0^-} \frac{x}{|x|}$
- $\lim_{x \to 0^-} e^{1/x}$.

4) Definiamo la variabile simbolica x e la seguente funzione:

$$f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 1}$$

Disegnare il grafico della funzione.

Calcolare i limiti destro e sinistro nei punti esclusi dal dominio e a $\pm\infty$. Riportare a cw il risultato.
Calcolare la derivata prima della funzione.

5) Scrivere una funzione che dati in ingresso una variabile simbolica, una funzione, ed un preciso valore x0 della variabile indipendente calcoli la retta tangente al grafico della funzione in quel punto.

6) Definire la variabile simbolica x e la seguente funzione f:

$$f(x) = \frac{2x - 1}{x + 2}$$

Disegnarne il grafico, quindi calcolarne il limite destro e sinistro per x → 2 e x → ±∞. Calcolare e disegnare inoltre la retta tangente al grafico nel punto x0=0 utilizzando la funzione definita nell'es. precedente.

7) Definire il rapporto incrementale

$$\frac{\cos(x + h) - \cos(x)}{h}$$

dopo avere dichiarato le variabili simboliche x e h. Utilizzarlo per calcolare la derivata di cos(x) attraverso il comando `limit`.
Verificare il risultato ottenuto utilizzando `diff`.

8) Differenziare la funzione $f(y) = x^2 sin(y)$ rispetto a y.