

COMPITO DI MATEMATICHE ELEMENTARI DEL 6 LUGLIO 2020

1).

Trovare il minimo di $x^2 + y^2$ sapendo che $x, y \in \mathbf{R}$ e $x + y = 20$.

2).

Dimostrare la seguente relazione tra numeri di Fibonacci e numeri di Lucas :

$$3u_n + L_n = 2u_{n+2} .$$

Si può dare una dimostrazione diretta usando le formule di Binet, oppure ragionare per induzione (facendo però attenzione a come si formula l'ipotesi induttiva).

Chi dà entrambe le dimostrazioni (corrette) avrà due punti in più.

3).

Risolvere, con il teorema cinese dei resti, il seguente sistema di congruenze lineari.

$$\begin{cases} 5x \equiv 3 \pmod{7} \\ 8x \equiv 2 \pmod{9} \\ 6x \equiv 7 \pmod{5} \end{cases}$$

trovandone tutte le soluzioni situate nell'intervallo $[500, 1000]$.

Durata della prova: 1 ora. Tutti i passaggi vanno opportunamente giustificati.

Ogni esercizio 10 punti.