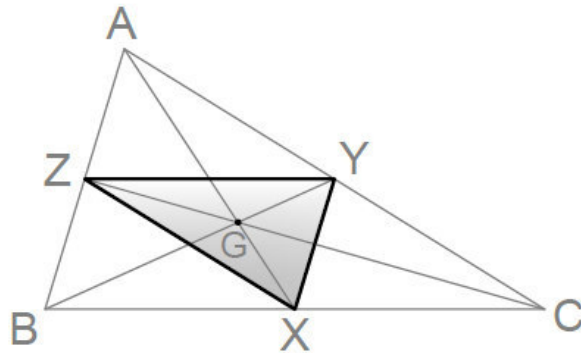


15 IL TRIANGOLO MEDIALE

Dato un triangolo acutangolo ABC, il triangolo interno ad ABC che ha come vertici i punti medi dei lati si definisce **triangolo mediale**.



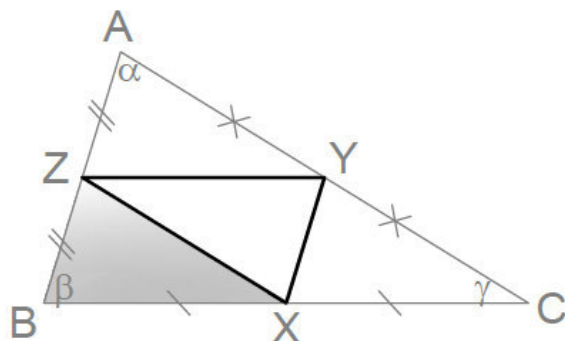
15.1 PROPRIETA' DEL TRIANGOLO MEDIALE

- Il triangolo mediale XYZ e il triangolo ABC sono simili.
- Il triangolo mediale XYZ e il triangolo ABC hanno lo stesso baricentro.
- Il triangolo mediale XYZ è ruotato di 180° attorno al baricentro rispetto al triangolo ABC.

DIMOSTRAZIONE

<u>IPOTESI</u>	XYZ triangolo mediale interno ad ABC G è il baricentro di ABC	<u>TESI</u>	I triangoli ABC e XYZ sono simili G è il baricentro di XYZ XYZ è "ruotato" di 180° attorno a G rispetto ad ABC
----------------	--	-------------	---

Il triangolo BXZ è simile al triangolo ABC per il secondo criterio di similitudine dei triangoli (due lati in proporzione e l'angolo tra essi compreso congruente): il lato BZ è metà del lato AB, il lato BX è metà del lato BC, l'angolo β è in comune. Pertanto anche il lato XZ è pari alla metà di AC.



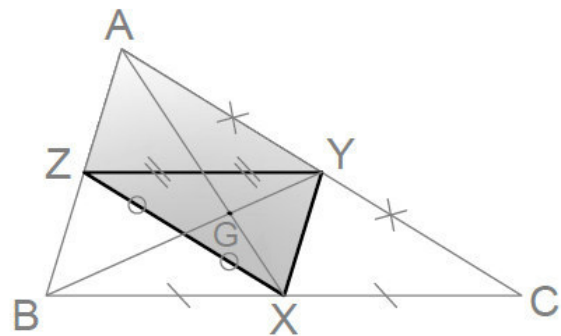
Analogamente anche il triangolo AYZ e il triangolo CYX sono simili al triangolo ABC e pertanto anche i lati ZY e XY sono rispettivamente pari alla metà dei lati BC e AB.

E' dunque dimostrata la prima tesi: **il triangolo mediale XYZ è simile al triangolo ABC e i suoi lati sono la metà di quelli del triangolo di partenza.**

Inoltre i lati di XYZ sono paralleli ai lati di ABC e quindi il quadrilatero BXYZ è un parallelogramma, tagliato a metà dalla diagonale XZ. Di conseguenza i triangoli BXZ e XYZ sono congruenti. Concludiamo pertanto che tutti i quattro triangoli interni sono congruenti fra loro e pertanto **l'area del triangolo mediale XYZ è pari a un quarto dell'area del triangolo ABC.**

Se ora consideriamo anche il parallelogramma AZXY e ne tracciamo la diagonale AX (mediana di ABC relativa a BC), notiamo che il triangolo mediale XYZ e il triangolo ABC hanno le stesse mediane, quindi i loro punti di incontro (baricentri) coincidono.

Pertanto è dimostrato che **i due triangoli hanno lo stesso baricentro.**



Infine, essendo i lati del triangolo mediale ordinatamente paralleli a quelli del triangolo ABC, possiamo affermare che anche la terza tesi è dimostrata, cioè che **il triangolo mediale è ruotato di 180° attorno al baricentro rispetto al triangolo ABC.**