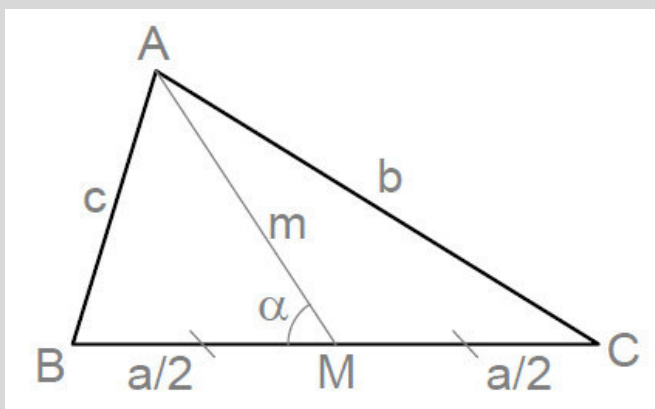


10 LUNGHEZZA DELLA MEDIANA DI UN TRIANGOLO IN FUNZIONE DEI LATI

La lunghezza della mediana di un triangolo si può esprimere in funzione della lunghezza dei lati con la seguente relazione

$$m^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$$



10.1 DIMOSTRAZIONE

<u>IPOTESI</u>	BM ≅ CM (mediana AM)	<u>TESI</u>	$m^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$
-----------------------	----------------------	--------------------	---

Nel triangolo ABC il lato AB ha lunghezza c , il lato BC ha lunghezza a , il lato AC ha lunghezza b e la mediana AM relativa a BC ha lunghezza m .

Detta α l'ampiezza dell'angolo formato dalla mediana con il lato BC, applichiamo il teorema di Carnot¹³ ai lati AB e AC e otteniamo le relazioni

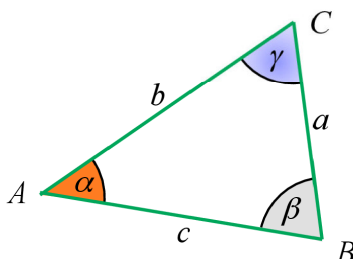
$$c^2 = m^2 + \frac{a^2}{4} - 2m \frac{a}{2} \cos \alpha$$

$$b^2 = m^2 + \frac{a^2}{4} - 2m \frac{a}{2} \cos(\pi - \alpha)$$

¹³ Ricordiamo l'enunciato del Teorema di Carnot (o teorema del coseno)

In ogni triangolo, il quadrato della misura di un lato è uguale alla somma dei quadrati delle misure degli altri due lati meno il doppio prodotto delle misure di questi due lati per il coseno dell'angolo tra essi compreso.

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2b \cdot c \cos \alpha \\ b^2 &= c^2 + a^2 - 2c \cdot a \cos \beta \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cos \gamma \end{aligned}$$



Sommando membro e ricordando che $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$ si ottiene

$$c^2 + b^2 = 2m^2 + \frac{a^2}{2}$$

da cui è facile ricavare l'espressione di m (lunghezza della mediana) in funzione della lunghezza degli altri lati

$$m^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$$