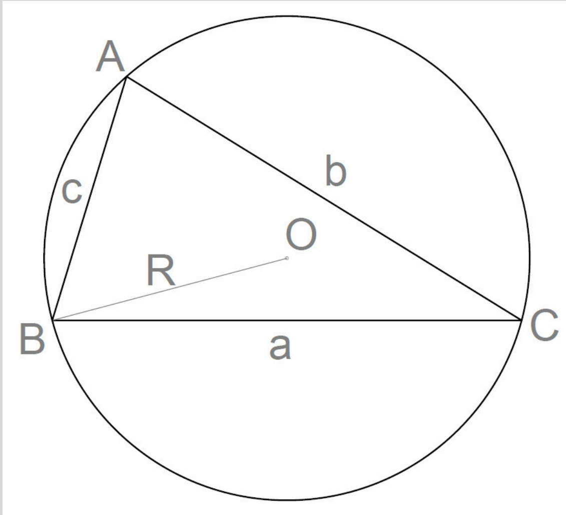
8 MISURA DEL RAGGIO DEL CERCHIO CIRCOSCRITTO AD UN TRIANGOLO

La misura del raggio del cerchio circoscritto a un triangolo qualsiasi è pari al rapporto tra il prodotto delle misure dei lati e il quadruplo dell'area del triangolo stesso.

$$R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4A}$$



N.B. Ricordiamo che un triangolo è sempre inscrivibile in una circonferenza, il cui centro coincide con il circocentro (punto di incontro degli assi).

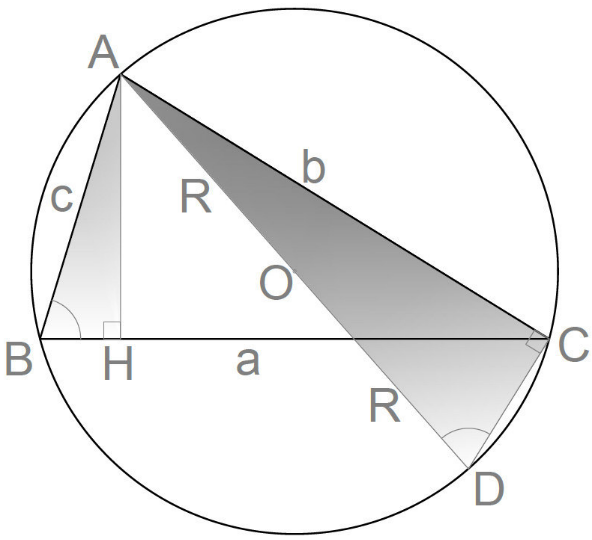
8.1 DIMOSTRAZIONE

IPOTESI	Il punto O è il centro della circonferenza circoscritta al triangolo ABC.	TESI	$R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4A}$

Tracciando l'altezza AH relativa alla base BC e il diametro AD si ottengono due triangoli rettangoli: ABH è retto in H e ADC è retto in C[12].

Consideriamo i triangoli rettangoli ABH e ADC, che hanno tutti gli angoli uguali:
- l'angolo in H congruente a quello in C perchè retti,
- l'angolo in B congruente a quello in D perchè angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco AC,
- gli angoli in A congruenti per differenza.

Pertanto i triangoli ABH e ADC sono **simili**.



[12] Ricordiamo che un triangolo inscritto in una semicirconferenza è rettangolo.

Possiamo quindi scrivere la relazione di proporzionalità che lega i loro lati, in particolare

$$AB : AH = AD : AC$$

da cui, sotituendo le lunghezze dei segmenti e notando che AH è l'altezza del triangolo ABC di base *a,*

$$c : \frac{2A}{a} = 2R : b$$

E' quindi allora $2R \cdot \frac{2A}{a} = b \cdot c$

da cui $R = \frac{\mathrm{a} \cdot \mathrm{b} \cdot \mathrm{c}}{4\mathrm{A}}$.