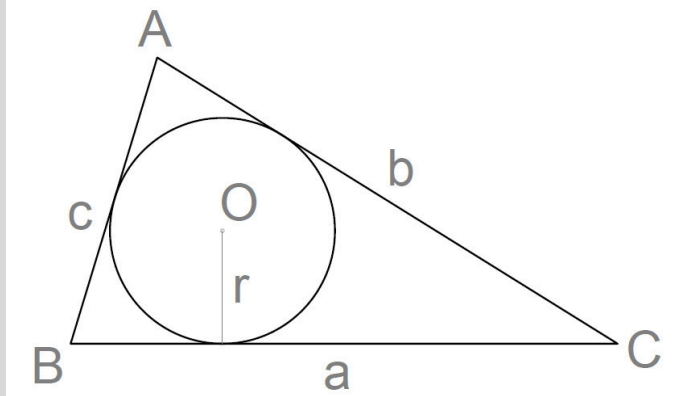


7 MISURA DEL RAGGIO DEL CERCHIO INSCRITTO IN UN TRIANGOLO

La misura del raggio del cerchio inscritto in un triangolo qualsiasi è pari al rapporto tra l'area del triangolo stesso e la misura del suo semiperimetro.

$$r = \frac{A}{p}$$



N.B. Ricordiamo che un triangolo è sempre circoscrittibile ad una circonferenza, il cui centro coincide con l'incentro del triangolo (punto di incontro delle bisettrici).

7.1 DIMOSTRAZIONE

<u>IPOTESI</u>	Il punto O è il centro della circonferenza inscritta nel triangolo ABC.	<u>TESI</u>	$r = \frac{A}{p}$
-----------------------	---	--------------------	-------------------

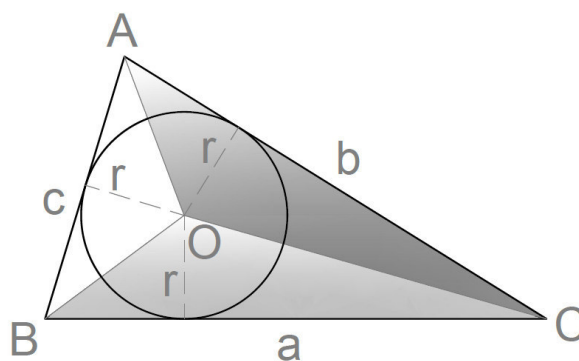
Tracciando i segmenti AO, BO e CO si ottengono tre triangoli, ciascuno dei quali ha come base un lato di ABC e come altezza relativa il raggio del cerchio inscritto. La somma delle aree dei tre triangoli AOB, AOC e BOC è uguale all'area del triangolo ABC.

Dette a, b, c le lunghezze dei lati del triangolo, ricaviamo le tre aree

area di AOB $A_{AOB} = \frac{c \cdot r}{2}$

area di AOC $A_{AOC} = \frac{b \cdot r}{2}$

area di BOC $A_{BOC} = \frac{a \cdot r}{2}$



la cui somma risulta $A = \frac{a \cdot r}{2} + \frac{b \cdot r}{2} + \frac{c \cdot r}{2} = \frac{r \cdot (a + b + c)}{2} = \frac{r \cdot 2p}{2} = r \cdot p$

da cui è immediato ricavare l'espressione del raggio del cerchio inscritto $r = \frac{A}{p}$.

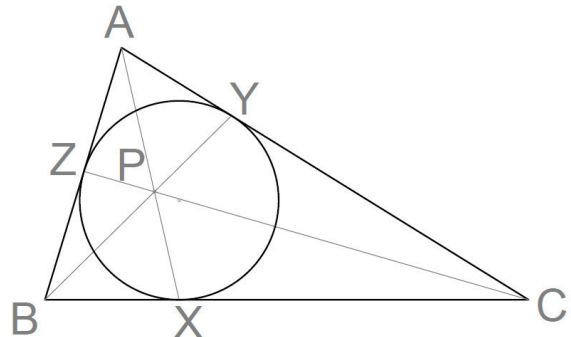
7.2 OSSERVAZIONI SUL CERCHIO INSCRITTO

• Il punto di Gergonne

Tracciamo i segmenti che uniscono i vertici A,B,C del triangolo con i punti di tangenza X,Y,Z alla circonferenza inscritta.

Ciascuno di questi segmenti è una ceviana e per il teorema di Ceva sappiamo che passano tutte per uno stesso punto¹⁰.

Questo punto è detto **punto di Gergonne**.



7.3 NOTE STORICO-BIOGRAFICHE¹¹

Joseph Diaz Gergonne nacque a Nancy il 19 giugno del 1771 e partecipò attivamente alla vita militare francese dell'epoca rivoluzionaria. Fu infatti capitano dell'*Armée* fino 1795 quando, dopo essere stato inviato a Nimes, tornò alla vita civile e ai suoi studi matematici, che lo portarono ad occupare la cattedra di "matematica trascendentale" nella Ecole Centrale recentemente istituita in città.

Vista la difficoltà di vedere pubblicati i propri lavori, fondò una propria rivista dal titolo "*Annales de mathématiques pures et appliquées*" che venne da subito ribattezzata *Annales de Gergonne*.

Il campo che maggiormente lo interessava era la geometria, tanto da diventare il primo matematico ad usare il termine polare: scoprì il principio di dualità nella geometria proiettiva, osservando che ad ogni teorema della geometria del piano che mette in relazione punti e linee corrisponde un altro teorema nel quale punti e linee si scambiano i ruoli.

Nel 1816 ottenne la cattedra di "astronomia" presso l'Università di Montpellier, di cui divenne Rettore nel 1830.

Morì nella stessa città il 4 maggio del 1859.



Joseph Gergonne

¹⁰ I segmenti AZ e AY sono congruenti perchè appartengono alle tangenti alla circonferenza condotte da uno stesso punto esterno (**teorema delle tangenti**); lo stesso vale per la congruenza dei segmenti BX e BZ e per la congruenza dei segmenti CX e CY. Applicando il **teorema di Ceva**, la relazione $\frac{BX}{CX} \cdot \frac{CY}{AY} \cdot \frac{AZ}{BZ} = 1$

è verificata e quindi in effetti AX, BY e CZ passano tutti per lo stesso punto P.

¹¹ - Treccani (<http://www.treccani.it/enciclopedia/joseph-diez-gergonne/>)

- Wikipedia - www.wikipedia.org.