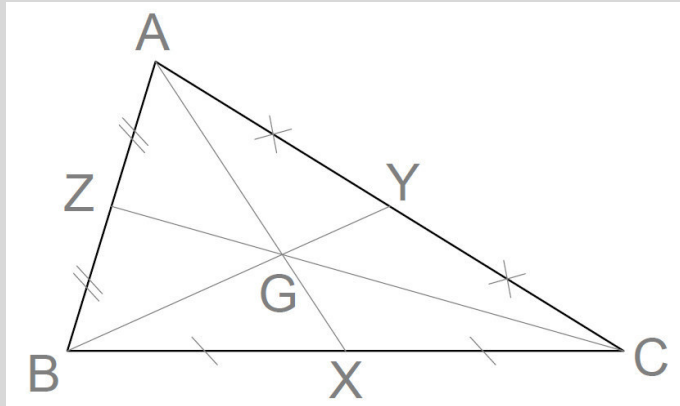


## 2 LE MEDIANE DI UN TRIANGOLO SI INCONTRANO NELLO STESSO PUNTO

In un triangolo qualsiasi, le tre mediane AX, BY, CZ concorrono nello stesso punto G (baricentro).



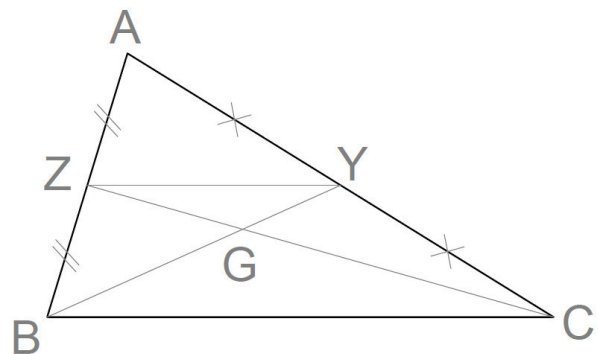
### 2.1 DIMOSTRAZIONE

<b><u>IPOTESI</u></b>	$BX \cong CX$ (mediana AX) $AY \cong CY$ (mediana BY) $AZ \cong BZ$ (mediana CZ)	<b><u>TESI</u></b>	$AX, BY, CZ$ concorrono nello stesso punto G
-----------------------	--	--------------------	--

Consideriamo le due mediane BY e CZ, che si incontrano nel punto G, e dimostriamo che anche la terza mediana passa per lo stesso punto.

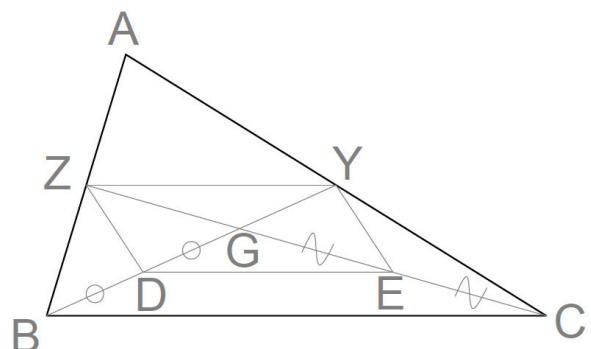
Grazie all'applicazione del teorema di Talete possiamo affermare che il segmento che unisce i punti medi di due lati è parallelo all'altro lato del triangolo ed è uguale alla sua metà.

In questo caso quindi  $BC \parallel ZY$  e  $BC = 2ZY$ .



Prendiamo ora i punti medi dei segmenti BG e CG, rispettivamente D ed E e tracciamo il segmento DE. Analogamente a quanto fatto in precedenza, se consideriamo il triangolo BCG possiamo affermare che  $BC \parallel DE$  e  $BC = 2DE$ .

I segmenti ZY e DE sono quindi uguali e paralleli.



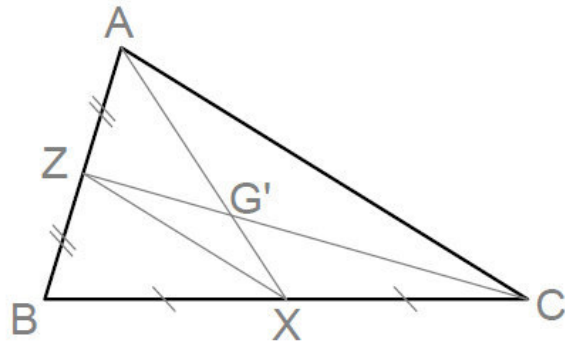
Di conseguenza il quadrilatero ZYED, avendo due lati opposti uguali e paralleli, è un parallelogramma e quindi, per le proprietà dei parallelogrammi, le sue diagonali si tagliano scambievolmente a metà.

In questo caso quindi  $DG=GY$  e  $EG=GZ$ .

In definitiva  $CG=2GZ$  e  $BG=2GY$ .

Se consideriamo le mediane AX e CZ, il loro punto di intersezione  $G'$  ha la proprietà che  $CG'=2ZG'$ , e poiché il punto G gode della stessa proprietà, ricaviamo che necessariamente **i due punti G e G' devono essere coincidenti**.

Quindi le tre mediane passano tutte per il punto G, che deve necessariamente essere unico.



- **Osservazione**

La stessa proprietà, come già visto, si dimostra molto più rapidamente applicando il teorema di Ceva.

- **Osservazione: proprietà delle mediane di un triangolo**

In un triangolo, il baricentro divide ciascuna mediana in due parti, tali che la parte avente per estremo un vertice è doppia dell'altra.