

Geometria Differenziale Foglio di esercizi 27/10/2016

Esercizio 1.

Si consideri la superficie $S = \{x^5 - xy^3 + z^3 - zx = 7\} \subset \mathbb{R}^3$.

[a] Si dica se S è un submanifold. Si descriva una parametrizzazione locale

$$f : B \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow U_p$$

in un intorno del punto $P = (-1, 2, 0)$ e si determini $\mathbb{T}_P S$.

[b] Sia $H = \{y + 2x = 0\} \subset \mathbb{R}^3$ un piano e $\Gamma = S \cap H$. Si mostri che Γ , in un intorno di P , è un submanifold di S .

Esercizio 2. Si consideri il sottoinsieme $X = \{x = 0\} \cup \{y = 0\} \subset \mathbb{R}^2$. Si mostri che $X \setminus \{(0, 0)\}$ è un submanifold ma X non è un submanifold.

Esercizio 3. Sia $F : M \rightarrow N$ un morfismo costante tra manifold. Si mostri che DF_p è l'applicazione lineare nulla, per ogni $p \in M$.

Esercizio 4. Sia

$$X_c := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^3 + cy^2 - 2cxz = 3c\}.$$

Si mostri che X_c è un submanifold di \mathbb{R}^3 per ogni c .

Si mostri che su $\mathbb{R}^3 \setminus \{x = 0\}$ gli X_c sono foglie di una foliazione, e si determini la distribuzione associata.

Esercizio 5. Su \mathbb{R}^3 i consideri la distribuzione

$$D = \{x\partial_y - 2y\partial_z, x\partial_x + (2x - z)\partial_z\}.$$

Si dica se è integrabile e in caso si determinino le foglie della foliazione associata.