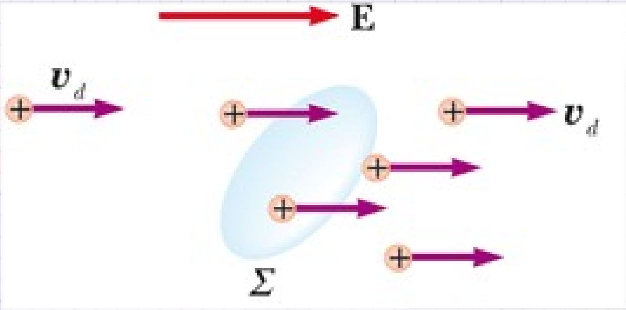
Corrente elettrica

- Considerata una superficie Σ entro un conduttore, chiamiamo **corrente elettrica** lo scalare:

$$i = \frac{dQ}{dt}$$



(rapporto tra la carica dQ che attraversa la superficie nel tempo dt e il tempo dt stesso). Essa dipende ovviamente da estensione e orientamento della superficie; prendendo Σ perpendicolare alla velocità dei portatori di carica si definisce poi **densità di corrente** il vettore:

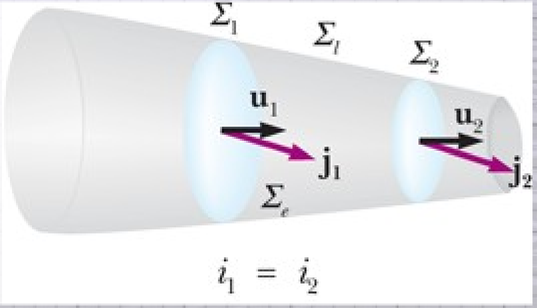
$$\vec{j} = \lim_{\Sigma \to 0} \frac{i}{\Sigma} \hat{v} = nq\vec{v}$$

$$i = \iint_{\Sigma} \vec{j} \cdot \hat{u}_n \, d\Sigma$$

Definizione di ampere

- L'unità di misura della corrente elettrica è l'ampere (A). Ricordiamo che 1A = 1 C / 1s. E' un'unità di misura fondamentale. **1 A è la corrente che corrisponde al passaggio di $1/1.602176634\times10^{-19} = 6.241509074\times10^{18}$ elettroni al secondo**.
- La densità di corrente si misura invece in A/m^2.
- Corrente elettrica stazionaria (principio di conservazione della carica):

$$i_1 = \iint_{\Sigma_1} \vec{j}_1 \cdot \hat{u}_{n1}\, d\Sigma = i_2 = \iint_{\Sigma_2} \vec{j}_2 \cdot \hat{u}_{n2}\, d\Sigma$$

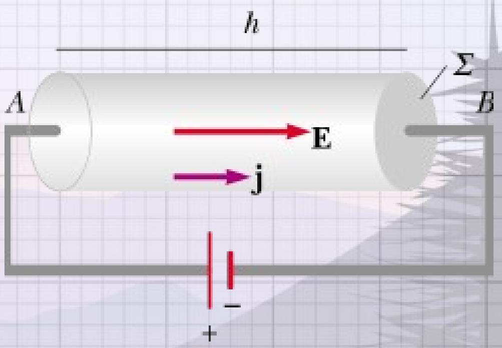


Legge di Ohm (macroscopica)

- Per il conduttore in figura si ha:

$$E = \rho \mathrm{J} = \frac{\rho}{\Sigma} i$$

$$V = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dx} = Eh = \frac{\rho h}{\Sigma} i = Ri$$



con

$$R = \frac{\rho h}{\Sigma}$$

resistenza del conduttore.

Legge di Ohm (microscopica)

- In un conduttore **reale** sottoposto ad una differenza di potenziale ΔV si formano un campo elettrico $\vec{E}$ ed una densità di corrente $\vec{j}$. Nella stragrande maggioranza dei solidi conduttori (ma anche dei liquidi e dei gas) c'è proporzionalità fra queste due grandezze:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

- σ è la **conduttività elettrica** e dipende dal materiale. Si può in alternativa usare il suo inverso, la **resistività elettrica** ρ:

$$\vec{E} = \rho \vec{\mathrm{j}}$$

Unità di misura

- L'unità di misura della resistenza elettrica è l'Ohm (Ω):

$$1\Omega=\frac{1\,V}{1\,A}$$

- L'inverso della resistenza, la conduttanza, si misura in Siemens (S):

$$1\,S=\frac{1}{1\Omega}$$

- La resistività ρ si misura in Ω m e la conduttività σ in Ω^{-1} m^{-1}.

Resistività

TABELLA 5.1 Resistività

Materiale	Resistività ($\Omega \cdot m$)
argento	$1.59 \cdot 10^{-8}$
rame	$1.67 \cdot 10^{-8}$
oro	$2.35 \cdot 10^{-8}$
alluminio	$2.65 \cdot 10^{-8}$
tungsteno	$5.65 \cdot 10^{-8}$
zinco	$5.92 \cdot 10^{-8}$
nichel	$6.84 \cdot 10^{-8}$
ferro	$9.71 \cdot 10^{-8}$
platino	$10.6 \cdot 10^{-8}$
stagno	$11.0 \cdot 10^{-8}$
niobio	$12.5 \cdot 10^{-8}$
piombo	$20.7 \cdot 10^{-8}$
mercurio	$98.4 \cdot 10^{-8}$
carbonio (grafite)	$1.38 \cdot 10^{-5}$
germanio	0.46
silicio	$2.30 \cdot 10^{3}$
acqua	$2 \cdot 10^{5}$
vetro	$10^{10} \div 10^{14}$
zolfo	$2 \cdot 10^{15}$
quarzo fuso	$10^{16} \div 10^{17}$
aria	$3 \cdot 10^{13}$

Potenza

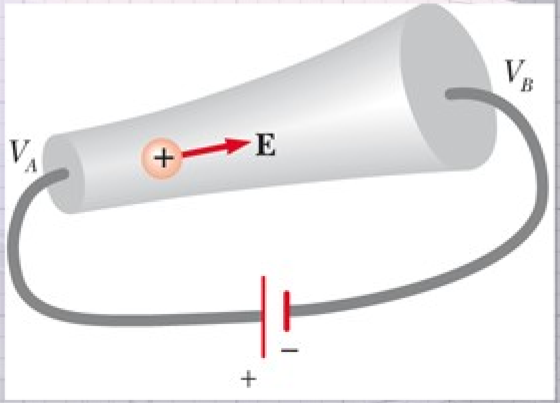
- Il passaggio di corrente in un conduttore richiede lavoro. Si consideri una carica dq che attraversa una certa differenza di potenziale:

$$dW = V\,dq = V\,i\,dt$$

$$W = \int_0^t V\,i\,dt'$$

$$P = \frac{dW}{dt} = V\,i$$

$$P = \frac{V^2}{R} = i^2 R$$

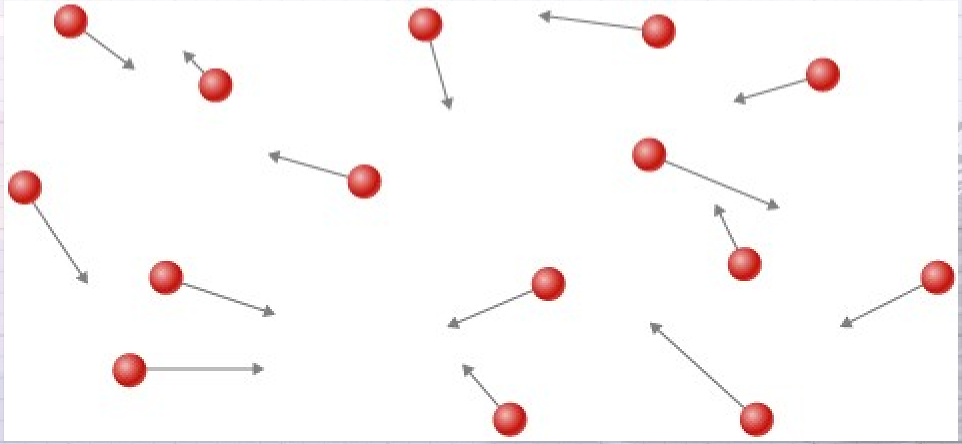


Modello di Drude

$$\vec{F} = (-e)\vec{E} = \text{cost.}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \frac{(-e)\vec{E}}{m}t$$

$$\langle \alpha \rangle = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \alpha_i$$

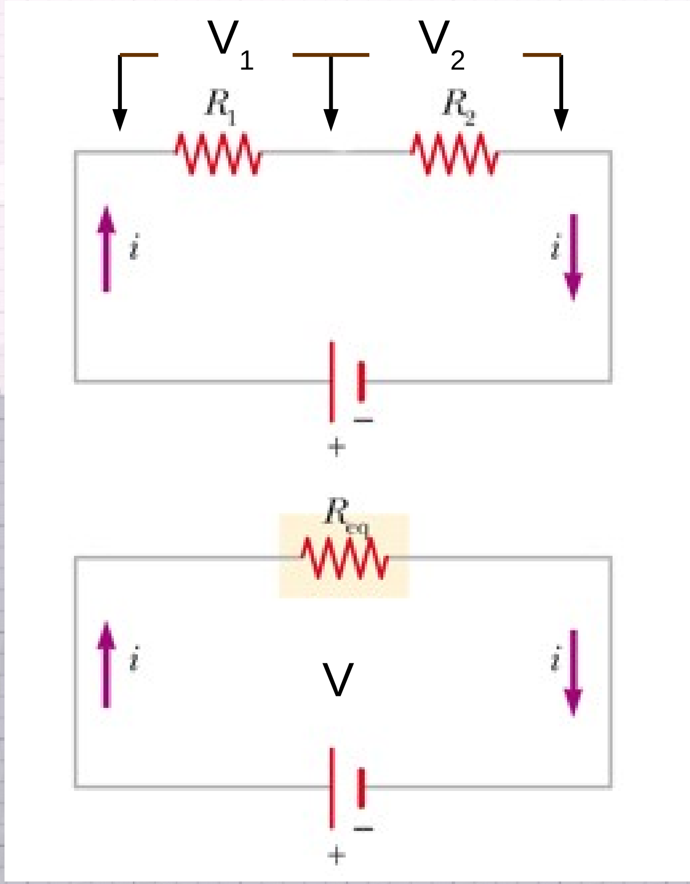


$$\langle \vec{v}_0 \rangle = 0 \qquad \langle \vec{v} \rangle = \frac{(-e)\vec{E}}{m}\tau$$

$$\vec{\mathrm{j}} = nq\vec{v} = n(-e)\left(\frac{-e\vec{E}\tau}{m}\right) = \frac{ne^2\tau}{m}\vec{E}$$

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$$

Resistori in serie



$$V = V_1 + V_2$$

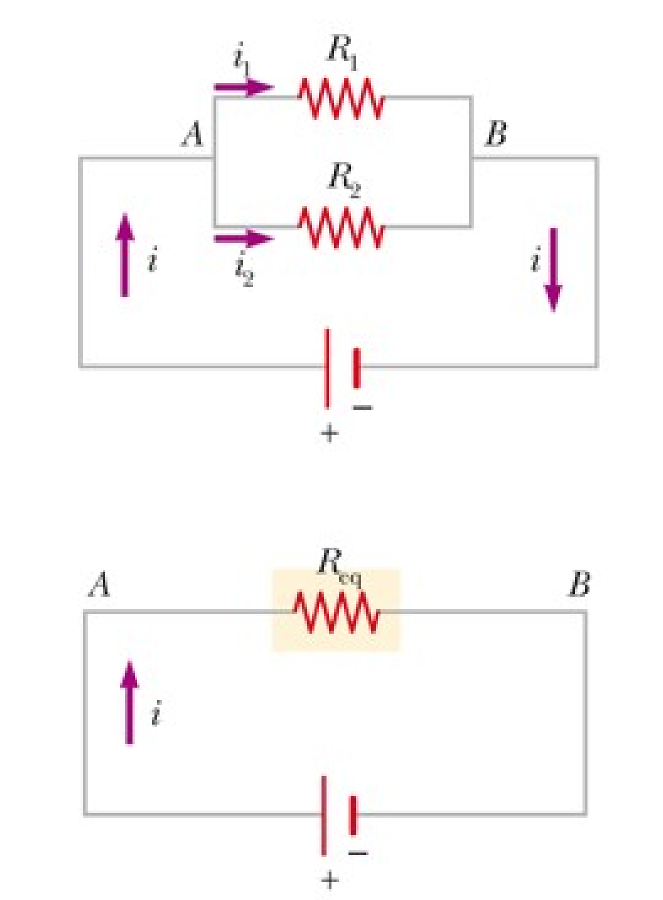
$$V_1 = R_1 i \qquad V_2 = R_2 i$$

$$V = (R_1 + R_2)i = R_{\mathrm{ser}} i$$

$$R_{\mathrm{ser}} = R_1 + R_2$$

$$R_{\mathrm{ser}} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

Resistori in parallelo



$$i = i_1 + i_2$$

$$i_1 = V/R_1 \qquad i_2 = V/R_2$$

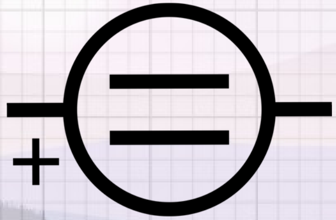
$$i = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = V\frac{1}{R_{\text{par}}}$$

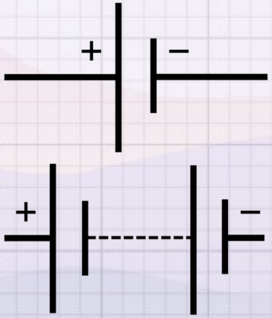
$$R_{\text{par}} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)^{-1}$$

$$R_{\text{par}} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots\right)^{-1}$$

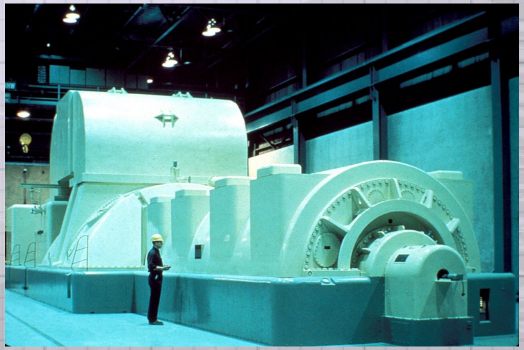
Generatore di tensione

- Un generatore elettrico di tensione è un dispositivo in grado di creare e mantenere ai suoi capi una differenza di potenziale elettrico.
- Simboli circuitali di un generatore ideale di potenziale elettrico costante:





- Generatori reali:



Forza elettromotrice

- Si definisce forza elettromotrice l'integrale:

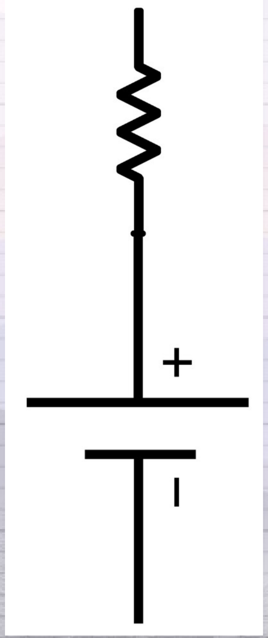
$$\mathcal{E} = \int_C \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

  (rapporto tra il lavoro compiuto su una carica e la carica stessa per lo spostamento su una linea chiusa *C*). Non è una forza!

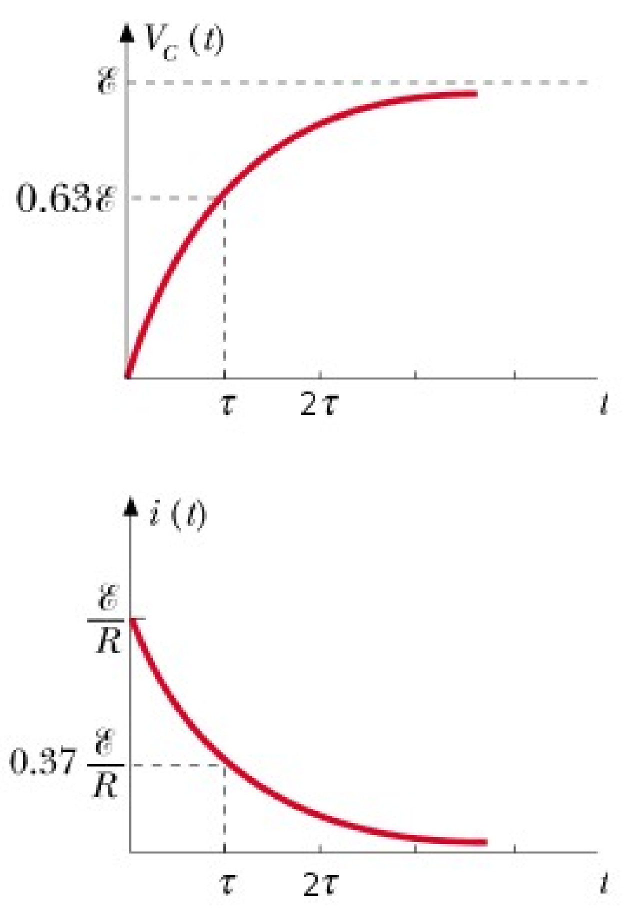
- Si tratta dell'azione elettrica prodotta da una sorgente **non** elettrica. Si può ottenere con dispositivi che convertono in energia elettrica altre forme di energia: energia chimica (pile), energia meccanica (generatori), energia solare (celle solari), energia termica (termocoppie), campi magnetici variabili (induttori), ecc.
- Ha effetti identici al potenziale elettrico, ma si chiama in modo diverso per sottolineare il fatto che non ha origine elettrica.

Generatore di tensione reale

- Un generatore di tensione reale può in molti casi essere rappresentato come un generatore ideale con una resistenza in serie (resistenza interna):



Carica di un condensatore



$$\tau = RC$$

$$\begin{cases} q(t) = C\mathcal{E}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \\ V_C(t) = \mathcal{E}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \\ i(t) = \dfrac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/\tau} \end{cases}$$

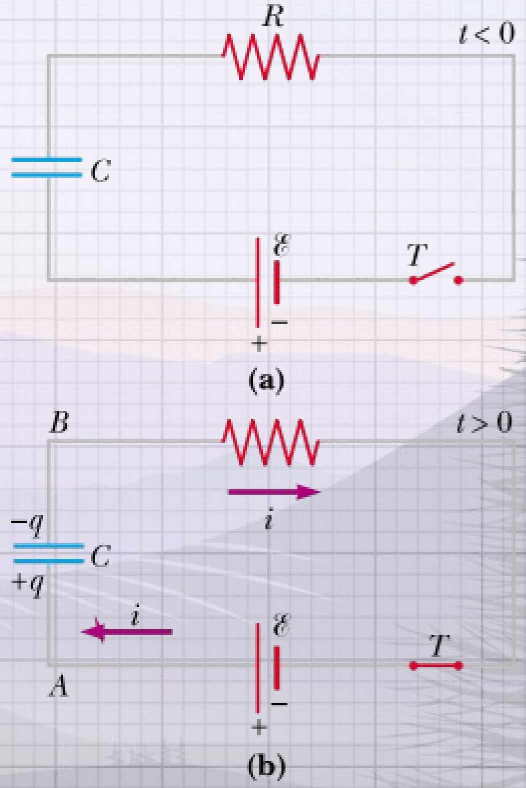
Carica di un condensatore

$$q(t=0)=0$$

$$\mathcal{E}-V_C(t)-V_R(t)=0 \quad \forall t$$

$$0=\mathcal{E}-\frac{q}{C}-Ri=\mathcal{E}-\frac{q}{C}-R\frac{dq}{dt}$$

$$\begin{cases} q(t)=C\mathcal{E}\left(1-e^{-t/RC}\right) \\ V_C(t)=\frac{q}{C}=\mathcal{E}\left(1-e^{-t/RC}\right) \\ i(t)=\frac{dq}{dt}=\frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/RC} \end{cases}$$



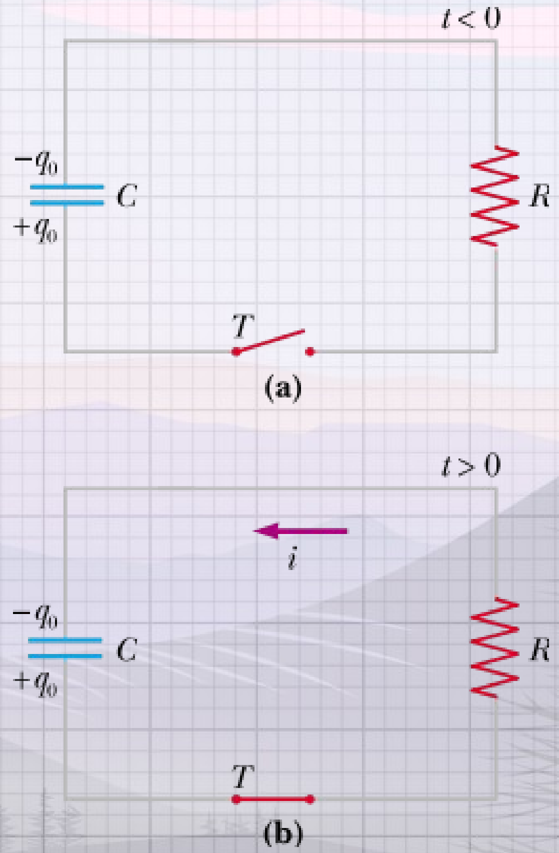
Scarica di un condensatore

$$q(t=0) = q_0$$

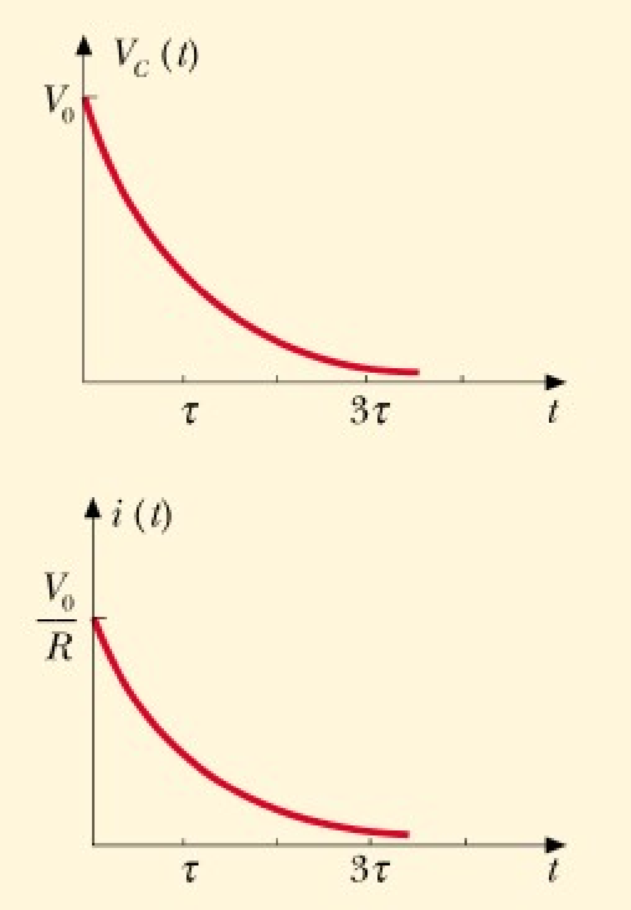
$$-V_R(t) + V_C(t) = 0 \quad \forall t$$

$$0 = -Ri + \frac{q}{C} \;= R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$$

$$\begin{cases} q(t) = q_0 e^{-t/RC} \\ V_C(t) = \dfrac{q}{C} = \dfrac{q_0}{C} e^{-t/RC} \\ i(t) = -\dfrac{dq}{dt} = \dfrac{q_0}{RC} e^{-t/RC} \end{cases}$$



Scarica di un condensatore

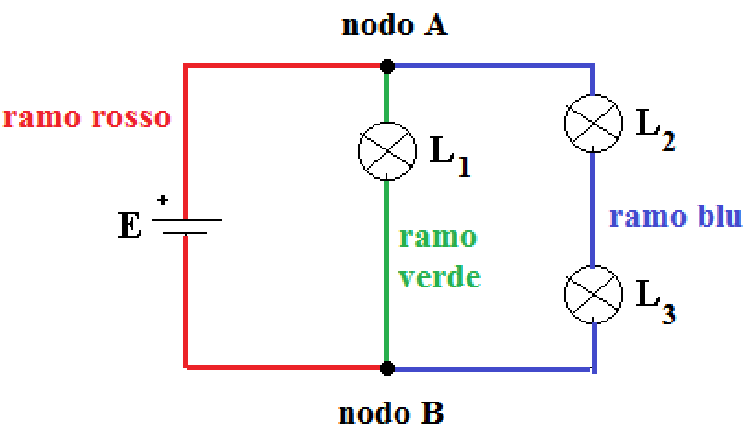


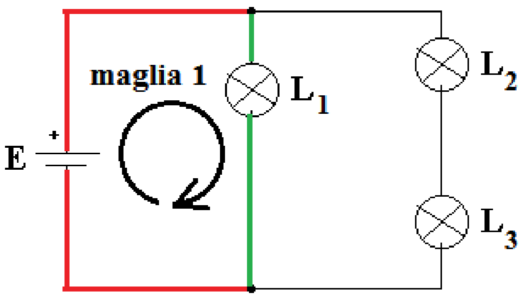
$$\tau = RC$$

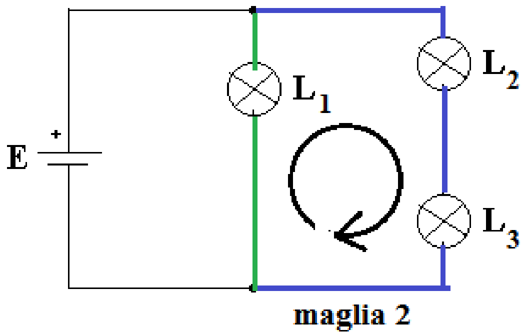
$$\begin{cases} q(t) = q_0 e^{-t/\tau} \\ V_C(t) = \dfrac{q_0}{C} e^{-t/\tau} \\ i(t) = \dfrac{q_0}{\tau} e^{-t/\tau} \end{cases}$$

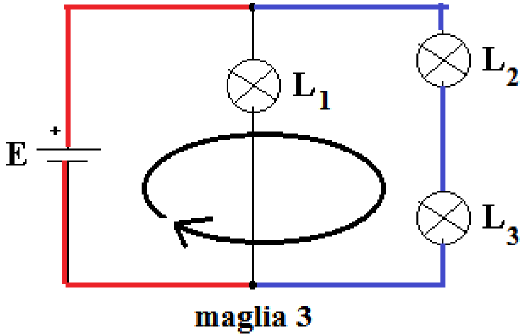
Rete elettrica

- Nodi
- Rami
- Maglie



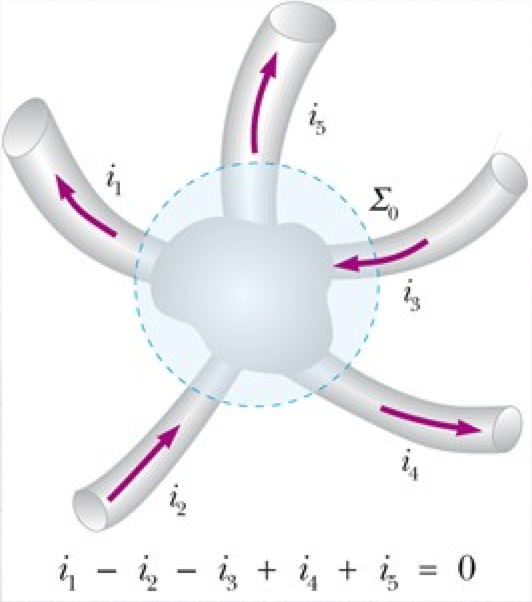






Prima legge di Kirchoff

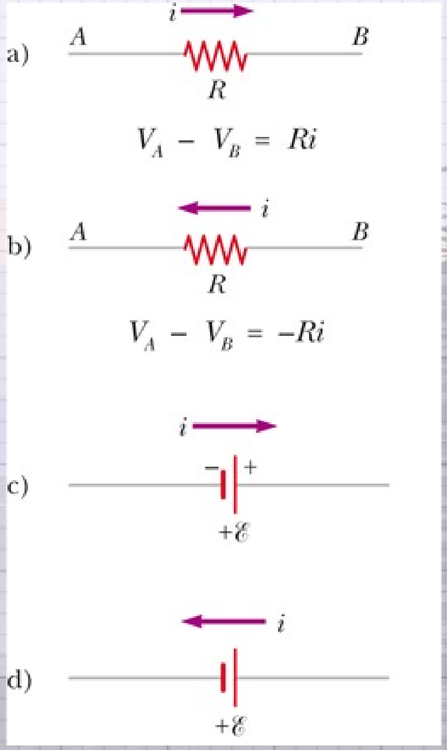
- La somma algebrica delle correnti che confluiscono in un nodo è nulla.



Seconda legge di Kirchoff

- La somma algebrica delle differenze di potenziale lungo una maglia è nulla.

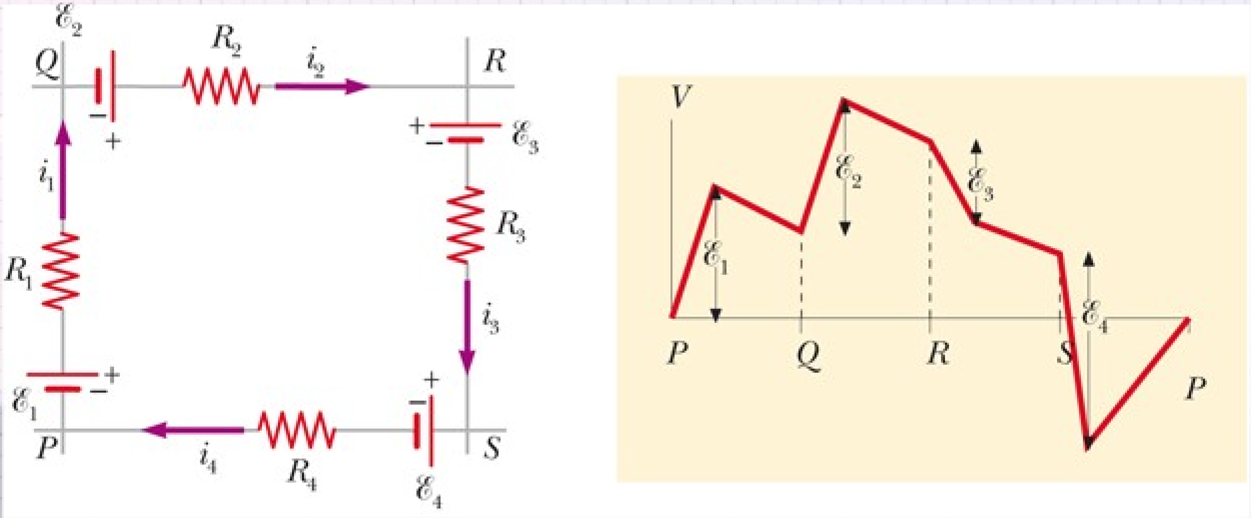
verso di percorrenza:



Regole dei segni:

Il verso scelto per la corrente è arbitrario e rappresenta solo un riferimento. Sarà il risultato del calcolo a dirci, col suo segno, se la corrente scorre effettivamente nel verso scelto (+) o in quello opposto (-).

Esempio di applicazione della seconda legge di Kirchoff



$$\mathcal{E}_1 - R_1 i_1 + \mathcal{E}_2 - R_2 i_2 - \mathcal{E}_3 - R_3 i_3 - \mathcal{E}_4 - R_4 i_4 = 0$$

Esempi di circuiti

- $\mathcal{E}_1 = 18V$

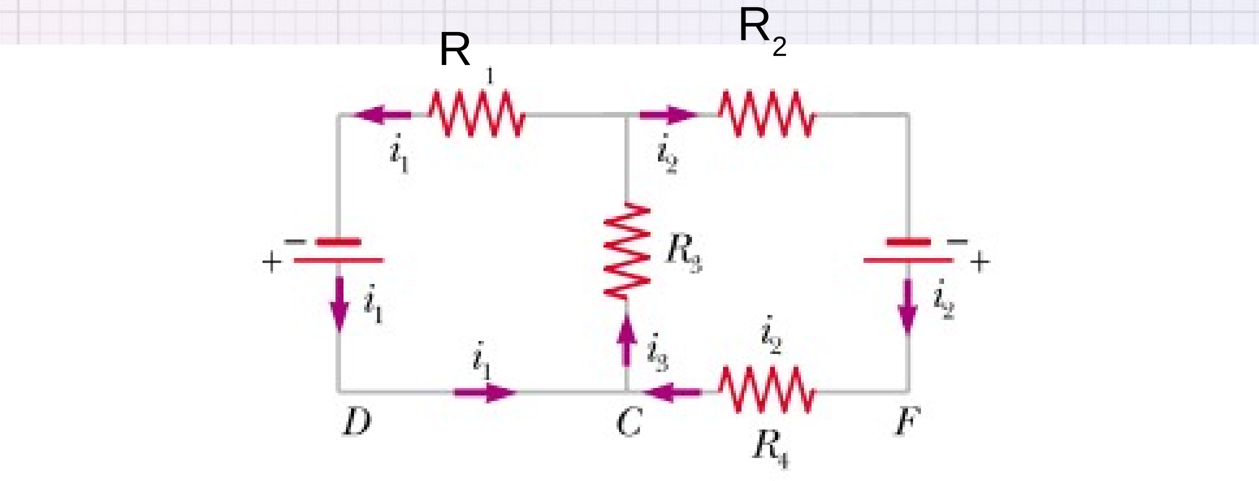
  $\mathcal{E}_2 = 12V$

  $R_1 = 12\Omega$

  $R_2 = 2\Omega$

  $R_3 = 6\Omega$

  $R_4 = 4\Omega$



Esempi di circuiti

- $\mathcal{E} = 18V$
  $R_1 = 12\Omega$
  $R_2 = \ \ 2\Omega$
  $R_3 = \ \ 6\Omega$
  $R_4 = \ \ 4\Omega$
  $R_5 = \ \ 2\Omega$