

# Conduttori

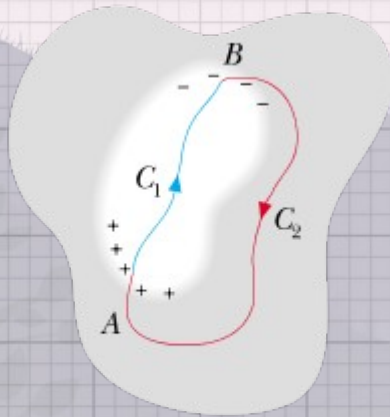
- Un conduttore **ideale** è un materiale in cui le cariche sono perfettamente libere di muoversi. In un conduttore, all'equilibrio, risulta:

$$\vec{E} = 0$$

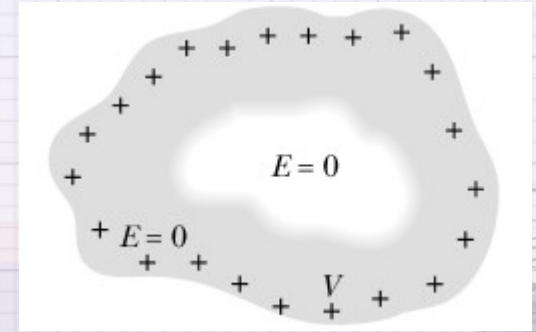
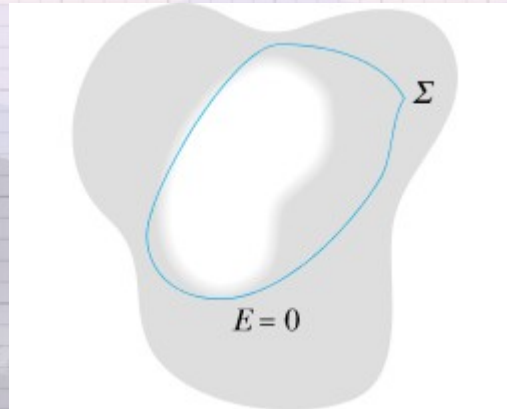
- Valgono le seguenti proprietà:
  1. L'eventuale eccesso di carica può stare solo sulla superficie del conduttore.
  2. Il potenziale elettrostatico è lo stesso in tutti i punti del conduttore.
  3. Il campo elettrico appena fuori dal conduttore è perpendicolare alla superficie e vale  $\sigma/\epsilon_0$ , con  $\sigma$  densità superficiale di carica (teorema di Coulomb).

# Effetto schermo

- La (eventuale) carica di un conduttore si distribuisce sempre sulla superficie esterna anche se cavo.
- In ogni punto interno il campo elettrico è nullo.



$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \neq 0$$



# Condensatori

- All'interno della cavità mostrata in figura vi è un campo elettrico pari a:

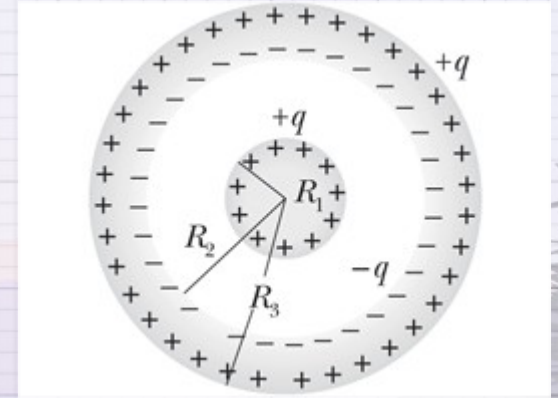
$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

e un potenziale elettrico:

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

fra i due conduttori esiste quindi una differenza di potenziale:

$$V_1 - V_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$





# Condensatori

- Il rapporto carica/differenza di potenziale risulta quindi essere costante e determinato solo dalla geometria del sistema:

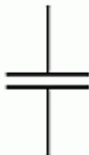
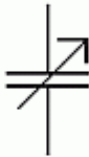
$$\frac{q}{\Delta V} = C = 4\pi\epsilon_0 \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)^{-1}$$

- Questa costante,  $C$ , si chiama **capacità** del condensatore. Unità di misura: Farad,  $1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}$
- Una qualunque coppia di conduttori vicini ma isolati costituisce un condensatore. Indipendentemente dalla sua forma o dimensione, il rapporto  $q / \Delta V$  è sempre costante e si chiama *la sua capacità*:  $C = q / \Delta V$ .

# Alcuni tipi di condensatore

- Condensatore cilindrico
- Condensatore a facce piane e parallele
- Condensatori reali.
- Simboli circuitali del condensatore:



|                                                                                      |                     |
|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|
|   | <b>Normal</b>       |
|   | <b>Preset</b>       |
|   | <b>Variable</b>     |
|  | <b>Electrolytic</b> |

# Condensatori in parallelo

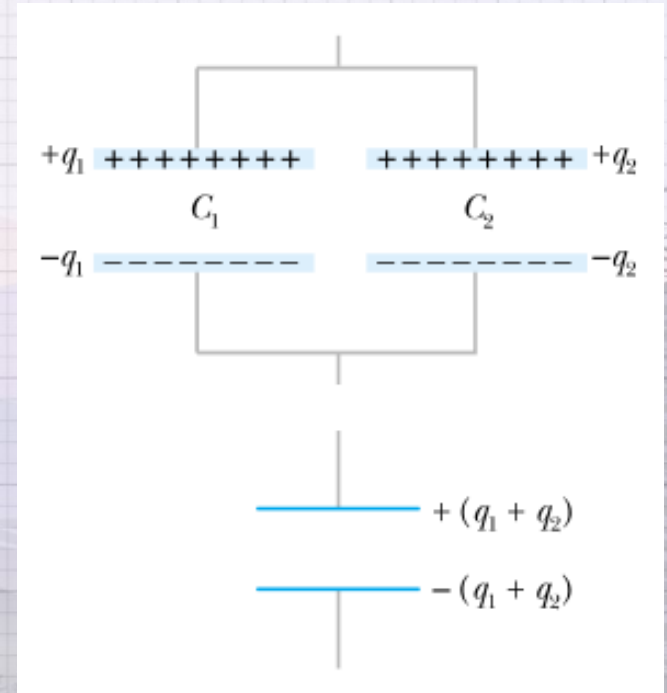
- Due condensatori “in parallelo” hanno la stessa differenza di potenziale  $V$  e diverse quantità di carica  $q_1$  e  $q_2$ .

$$q_1 = C_1 V \quad q_2 = C_2 V$$

$$q = q_1 + q_2 = (C_1 + C_2)V = C_{\text{par}}V$$

$$C_{\text{par}} = C_1 + C_2$$

$$C_{\text{par}} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$



# Condensatori in serie

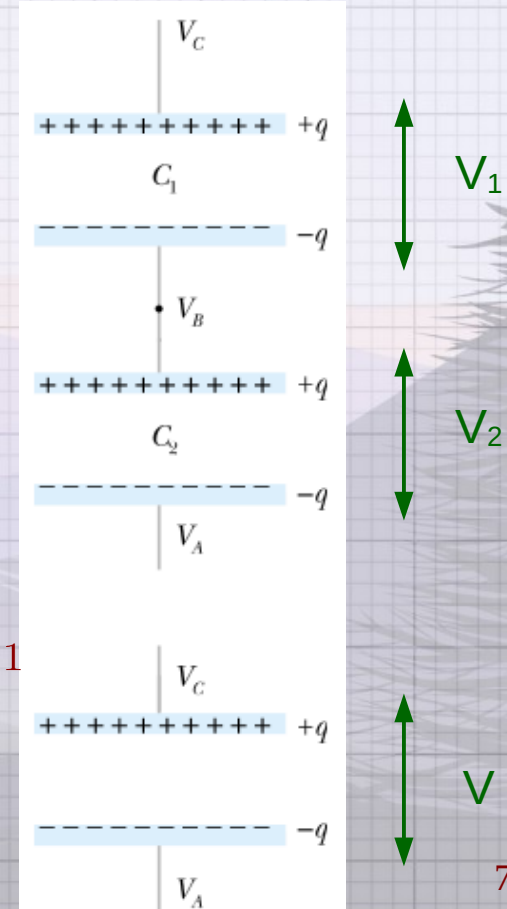
- Due condensatori “in serie” hanno la stessa quantità di carica  $q$  e differenze di potenziale  $V_1$  e  $V_2$  diverse.

$$V_1 = \frac{q}{C_1} \quad V_2 = \frac{q}{C_2}$$

$$V = V_1 + V_2 = q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) = \frac{q}{C_{\text{ser}}}$$

$$\frac{1}{C_{\text{ser}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$C_{\text{ser}} = \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)^{-1} \quad C_{\text{ser}} = \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \dots \right)^{-1}$$





# Energia del campo elettrostatico

- Calcoliamo il lavoro necessario per caricare un condensatore inizialmente scarico e portarlo ad una carica  $q$  ed una differenza di potenziale  $V$ . Siano  $V'(t)$  e  $q'(t)$  il potenziale e la carica ad un generico istante durante il processo stesso.

$$W = \int_0^q V' dq' = \int_0^q \frac{q'}{C} dq' = \frac{q^2}{2C}$$

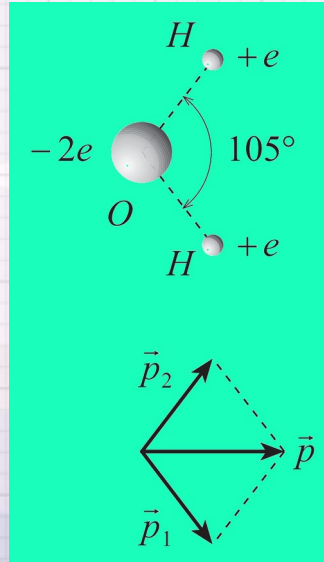
- Questa è l'energia potenziale elettrostatica  $U$  contenuta nel condensatore carico (energia del campo elettrico):

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}qV$$

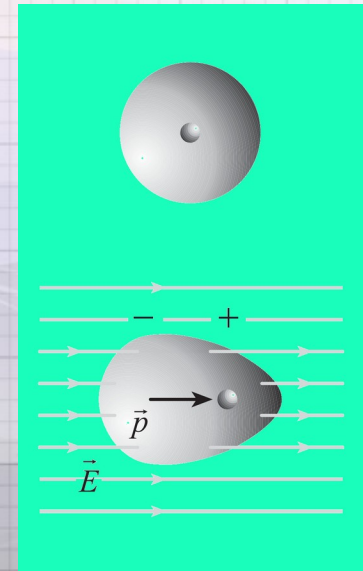


# Dielettrici (=isolanti)

- Proprietà.
- Dielettrici polari...



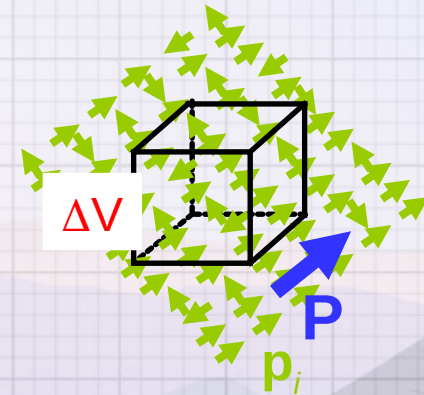
...e apolari.



# Polarizzazione

- Per rappresentare il grado di polarizzazione di un dielettrico si definisce il vettore **polarizzazione**: momento di dipolo elettrico per unità di volume.

$$\vec{P} = \frac{d\vec{p}}{dV} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum_i \vec{p}_i}{\Delta V}$$



- Esso dipende dal campo applicato e dalle caratteristiche del dielettrico; se sono entrambi uniformi anche  $\vec{P}$  lo è.
- Unità di misura: C/m<sup>2</sup>.

# Spostamento elettrico o induzione

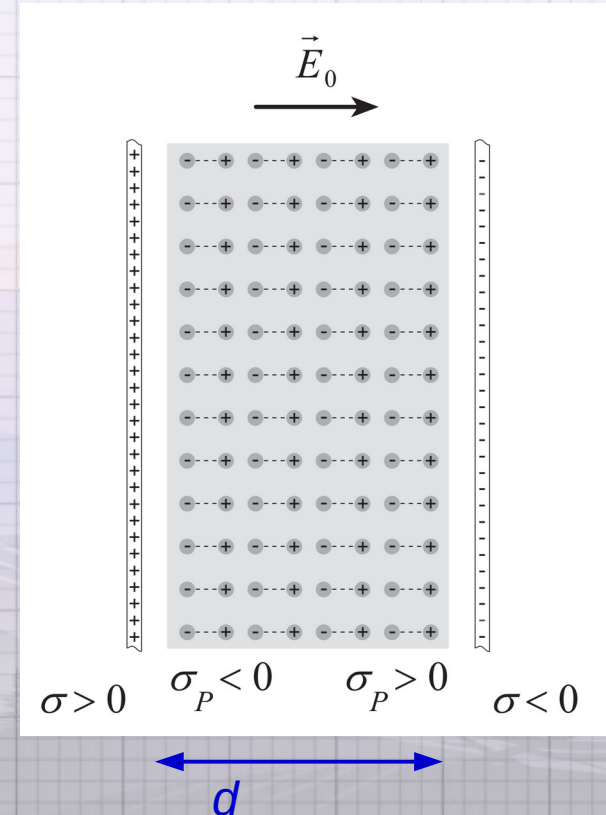
- Si inserisca un dielettrico tra due conduttori piani carichi con cariche opposte ed isolati:

$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad E_p = \frac{\sigma_p}{\epsilon_0}$$

$$E = E_0 - E_p = \frac{\sigma - \sigma_p}{\epsilon_0}$$

- Si chiama **spostamento elettrico o induzione** il vettore parallelo al campo e di modulo  $D=\sigma$ .

$$P = \frac{q_p d}{S d} = \sigma_p \quad \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0 = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$





# Suscettività elettrica

- Nei materiali in cui  $\vec{P}$  ed  $\vec{E}$  sono proporzionali si può introdurre la **suscettività**  $\chi$ :

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}$$

- Risulterà quindi:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi \vec{E} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \epsilon \vec{E}$$

$$1 + \chi = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \epsilon_r$$

$$\chi = \epsilon_r - 1$$

# Condensatore con dielettrico

- Tornando al condensatore, dette  $C_0$  e  $C$  le capacità prima e dopo l'introduzione del dielettrico, si ha:

$$C_0 = \frac{q}{V_0} \quad C = \frac{q}{V}$$

Per le differenze di potenziale  $V_0$  e  $V$  ai capi del condensatore vale:

$$V_0 = dE_0 \quad V = dE$$

$$C = C_0 \frac{V_0}{V} = C_0 \frac{E_0}{E} = C_0 \frac{D\epsilon_0}{E} = C_0 \epsilon_0 \epsilon = C_0 \epsilon_r$$

# Costante dielettrica

- Nella maggior parte dei dielettrici  $\vec{P}$  è proporzionale ad  $\vec{E}$ , quindi lo è anche  $\vec{D}$ . La costante di proporzionalità,  $\epsilon$ , si chiama **costante dielettrica**:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

- In assenza di dielettrico ( $P=0$ ) evidentemente  $\epsilon=\epsilon_0$ ; per questo  $\epsilon_0$  si chiama anche *costante dielettrica del vuoto*. Il rapporto  $\epsilon/\epsilon_0$  rappresenta la propensione del dielettrico a polarizzarsi e si chiama **costante dielettrica relativa**:

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r, \quad \vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\epsilon_r}$$

- Per le considerazioni precedenti  $D \geq \epsilon_0 E$ , quindi  $\epsilon \geq \epsilon_0$  e  $\epsilon_r \geq 1$ .



# Costanti dielettriche

| Costanti dielettriche relative e rigidità dielettriche |                                               |                             |
|--------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|-----------------------------|
| Sostanza                                               | Costante dielettrica<br>relativa $\epsilon_r$ | Rigidità dielettrica<br>V/m |
| aria                                                   | 1.00059                                       | $3 \cdot 10^6$              |
| acqua                                                  | 80                                            | —                           |
| alcool etilico                                         | 28                                            | —                           |
| olio per trasformatori                                 | 2.5                                           | $20 \cdot 10^6$             |
| ambra                                                  | 2.7                                           | $90 \cdot 10^6$             |
| bachelite                                              | 4.9                                           | $24 \cdot 10^6$             |
| carta                                                  | 3.7                                           | $16 \cdot 10^6$             |
| polietilene                                            | 2.3                                           | $50 \cdot 10^6$             |
| polistirolo                                            | 2.6                                           | $25 \cdot 10^6$             |
| porcellana                                             | 6.5                                           | $4 \cdot 10^6$              |
| teflon                                                 | 2.1                                           | $60 \cdot 10^6$             |
| vetro                                                  | $4 \div 7$                                    | $20 \cdot 10^6$             |

# Elettrostatica in presenza di dielettrici

- Legge di Gauss per il campo elettrico:

$$\Phi_E = \oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot \hat{u}_n d\Sigma = \frac{q + q'}{\epsilon_0}$$

- Legge di Gauss per la polarizzazione:

$$\Phi_P = \oiint_{\Sigma} \vec{P} \cdot \hat{u}_n d\Sigma = P\Sigma = \sigma_p \Sigma = -q'$$

- Legge di Gauss per lo spostamento elettrico:

$$\Phi_D = \oiint_{\Sigma} \vec{D} \cdot \hat{u}_n d\Sigma = \Phi_D = \oiint_{\Sigma} (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot \hat{u}_n d\Sigma = (q + q') - q' = q$$

