Esercitazione 7
Approssimazione

a.a. 2018-19

Esercizio 1

(M) A partire dai seguenti dati:

```
x=0:0.25:3;
y=[6.3806 7.1338 9.1662 11.5545 15.6414 22.7371 32.0696 ...
    47.0756 73.1596 111.4684 175.9895 278.5550 446.4441]
```

costruire il polinomio di miglior approssimazione di grado 3

1. usando `regress_lineare.m`;
2. usando le funzioni native `polyfit.m` e `polyval.m`.

Stampare i coefficienti trovati e il quadrato della norma del residuo per entrambi i metodi. Confrontare graficamente i risultati ottenuti.

(M) Costruire la seguente funzione di miglior approssimazione secondo il criterio dei minimi quadrati:

$$f(x) = \frac{a_1}{(1+x)^2} + \frac{a_2}{(1+x)} + a_3$$

e valutare la funzione approssimante nei dati precedenti, utilizzando `regress_lineare.m`; confrontare l'output con i risultati ottenuti nel punto (M) precedente.

(T) Spiegare come è il sistema delle equazioni normali, descrivendo la matrice di regressione lineare.

Esercizio 2

Sono state condotte delle prove sperimentali per verificare la legge di Boyle $P = \frac{K}{V}$, dove P è la pressione di un gas perfetto, V ne indica il volume e K è una costante. Al variare del volume d'aria contenuto in una siringa viene misurata la pressione corrispondente. I dati raccolti sono i seguenti:

Volume [cm3]	6	8	10	12	14	16	18	20
Pressione [kP a]	167	124	100	84	72	64	58	52

(M) A partire dai dati sperimentali in tabella calcolare la spline interpolante (con la funzione `spline`) e le approssimazioni polinomiali nel senso dei minimi quadrati di grado 2 e 4. In tutti e tre i casi riportare il quadrato della norma euclidea del residuo.

(M) Riportare in un unico grafico le tre diverse approssimazioni e l'andamento della legge ideale, avendo posto per quest'ultima $K = 1010 kPa \cdot cm3$. Quale delle tre approssimazioni risulta più appropriata? Motivare la risposta.

(T) Calcolare il massimo errore commesso con ciascuna delle approssimazioni al punto 1 rispetto alla legge di Boyle. Riportare e commentare i risultati ottenuti.

(T) Descrivere brevemente in che cosa consiste una approssimazione ai minimi quadrati.

Esercizio 3

È stata condotta una prova sperimentale per determinare la distanza (y) percorsa da un certo corpo dal punto di rilascio in funzione del tempo (t). I dati raccolti sono i seguenti:

t[s]	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6
y[m]	0	0.0401	0.172	0.330	0.580	0.841	1.10	1.42	1.62

(T) Cosa si intende per approssimazione nel senso dei minimi quadrati? Si evidenzino le differenze principali tra un'approssimazione nel senso dei minimi quadrati e l'interpolazione polinomiale di Lagrange.

(M) Si eseguano l'approssimazione nel senso dei minimi quadrati di grado 2 e l'interpolazione polinomiale di Lagrange dei dati sperimentali (usando `polyfit` in modo appropriato). Per entrambi i polinomi si riportino i coefficienti associati ai termini polinomiali di grado massimo e minimo.

Esercizio 4

(T) Considerati le seguenti coppie di dati $(-5, -6), (-4, -5), (0, 7), (4, 0), (5, 3)$, costruire la cubica dei minimi quadrati che meglio approssima questo insieme di dati.

(M) Risolvere il problema mediante MatLab. Calcolare la somma dei quadrati dei residui. Fare il grafico del polinomio approssimante di grado 3.

(T) Se invece di un polinomio si considera la funzione $f(x) = a_1 + a_2 e^x$, determinare i parametri a_1 e a_2 secondo il criterio dei minimi quadrati.

(T) Discutere su esistenza e unicità del problema dell'approssimazione polinomiale.

Esercizio 5

(M) Determinare i parametri a, b, c nella funzione $z = ax + by + c$ mediante il metodo dei minimi quadrati a partire dai seguenti dati :

x	0	1.2	2.1	3.4	4.0
y	0	0.5	6.0	0.5	5.1
z	1.2	3.4	-4.5	9.9	2.4

(M) Calcolare la somma dei quadrati dei residui.

(T) Descrivere il sistema delle equazioni normali.