Programma
del Corso di Analisi Matematica I
Corso di Laurea in Matematica
A.A. 2014-2015

1) Numeri reali e complessi: Massimi e minimi. Principio di induzione. Coefficienti binomiali e binomio di Newton. Numeri complessi. Formula di De Moivre. Radici n-esime di un numero complesso.
2) Funzioni: Funzioni reali. Funzioni iniettive e suriettive. Estremo superiore ed estremo inferiore di un insieme. Funzioni composte. Funzione inversa. Funzioni monotone. Funzioni limitate. Estremi superiore ed inferiore di una funzione. Massimi e minimi di una funzione.
3) Proprietà locali delle funzioni: Intorni. Punti di accumulazione. Punti isolati. Teorema di Bolzano-Weierstrass (senza dimostrazione). Insiemi aperti e chiusi. Punti interni, esterni e di frontiera. Parte interna e chiusura di un insieme. Densità. Teorema che garantisce l'esistenza di massimo e minimo per ogni sottoinsieme di $\mathbb{R}$ chiuso e limitato. Limiti di funzione e prime propretà: unicità del limite; teorema della permanenza del segno (senza dimostrazione); algebra dei limiti. Teorema del confronto. Teorema di esistenza dei limiti per funzioni monotone (senza dimostrazione). Limite della funzione composta. Limiti notevoli. Infiniti, infinitesimi e confronti.
4) Successioni: Successioni convergenti, divergenti e indeterminate. Teoremi della permanenza del segno, del confronto, sul limite delle successioni monotone. Limiti notevoli. Il numero di Nepero e. Sottosuccessioni. Teorema di Bolzano-Weierstrass per le successioni (senza dimostrazione). Criterio di Cauchy. Criteri di convergenza di Cesaro (senza dimostrazione). Successioni definite per ricorrenza. Successione di Fibonacci.
5) Funzioni continue: Insiemi compatti: equivalenza tra compattezza per successioni e chiusura e limitatezza. Funzioni continue. Teorema della permanenza del segno. Continuità della funzione composta. Punti di discontinuità. Discontinuità di funzioni monotone. Teorema degli zeri. Teorema dei valori intermedi. Monotonia dell'inversa di una funzione continua e invertibile su un intervallo (senza dimostrazione). Teorema sulla continuità della funzione inversa (senza dimostrazione). Funzioni continue su un compatto: Teorema di Weierstrass. Funzioni Lipschitziane. Funzioni uniformemente continue. Teorema di Heine-Cantor.
6) Calcolo differenziale per funzioni di una variabile: Definizione di derivata. Significato geometrico della derivata. Punti angolosi, cuspidi. Continuità di una funzione derivabile. Operazioni algebriche con le derivate. Derivata delle funzioni composte (senza dimostrazione). Derivata della funzione inversa. Derivate di ordine superiore. Spazi C^k. Formula di Leibnitz. Regole di L'Hôpital (senza dimostrazioni). Formula di Taylor con resto di Peano e con resto di Lagrange (senza dimostrazioni). Massimi e minimi relativi. Teorema di Fermat. Teorema di Rolle. Teorema di Cauchy. Teorema di Lagrange. Criteri di monotonia. Convessità e concavità. Continuità in $\mathring{I}$ di una funzione concava o convessa in I (senza dimostrazione). Esistenza di massimo per una funzione convessa in $[a, b]$. Convessità e derivabilità; criteri di convessità (senza dimostrazione). Punti di flesso. Condizioni necessarie e condizioni sufficienti affinché un punto sia di flesso (senza dimostrazione). Asintoti orizzontali, verticali e obliqui. Grafici di funzione.

7) Integrazione secondo Riemann per funzioni di una variabile: Definizione ed interpretazione geometrica dell'integrale. Primo Teorema della Media. Condizione d'integrabilità di Riemann (senza dimostrazione). Linearità dell'integrale (senza dimostrazione). Monotonia dell'integrale (senza dimostrazione). Proprietà di reticolo degli integrali (senza dimostrazione). Assoluta integrabilità di una funzione integrabile. Integrabilità delle funzioni continue. Secondo Teorema della Media. Integrabilità delle funzioni monotone (senza dimostrazione). Teorema Fondamentale del Calcolo Integrale. Primitive. Formula Fondamentale del Calcolo Integrale. Integrali indefiniti. Integrazione per sostituzione. Integrazione per parti.
8) Integrali impropri: Integrale di funzioni non limitate nell'intorno di un numero finito di punti. Integrali su insiemi illimitati. Proprietà dell'integrale improprio (senza dimostrazione). Criteri del confronto e del confronto asintotico (senza dimostrazione).
9) Serie numeriche: Definizione di serie, somme parziali e somma di una serie. Serie geometrica. Criterio integrale per la convergenza delle serie. Serie armonica ed armonica generalizzata. Prodotto per scalare e somma di serie convergenti. Criterio di Cauchy per la convergenza delle serie. Condizione necessaria per la convergenza di una serie. Resto k-esimo di una serie e sue proprietà. Serie a termini di segno costante: criterio del confronto; criterio della radice; criterio del rapporto. Serie esponenziale. Criterio di condensazione (senza dimostrazione). Associatività e commutatività per le serie a termini di segno costante (senza dimostrazione). Teorema di Riemann (senza dimostrazione). Serie a termini di segno alterno: Teorema di Leibnitz. Prodotto secondo Cauchy di due serie (senza dimostrazioni).
10) Equazioni differenziali: Equazioni differenziali lineari del 1^o ordine. Equazioni differenziali lineari di ordine n a coefficienti costanti. Metodo della variazione delle costanti arbitrarie. Equazioni differenziali a variabili separabili. Equazioni di Bernouilli.

Testo consigliato:

M. Bertsch, R. Dal Passo, L. Giacomelli, *Analisi Matematica*, McGraw-Hill