

**RIASSUNTO ARGOMENTI LEZIONI**  
**MATEMATICA FINANZIARIA**  
**Laurea magistrale Matematica**  
**A.A. 2010/11**

**04/03/2011 ore 11**

Presentazione del corso.

Introduzione al calcolo finanziario di base: operazioni di capitalizzazione ed attualizzazione e loro simmetria, terminologia.

Esempi di capitalizzazione (contratto finanziario o investimento) e di attualizzazione (titolo obbligazionario).

Fattore di montante (fdm) e di sconto (fds) e loro coniugazione.

Significato finanziario del fdm.

Dipendenza del fdm dalle epoche di ingresso e uscita di una operazione finanziaria e dal capitale: assiomi di base.

Principio di non arbitraggio.

Additività del fdm rispetto alla variabile capitale.

Equazione funzionale di Cauchy e sua soluzione con l'ipotesi di monotonia crescente.

Tasso annuo unitario di interesse (tui).

Tasso annuo unitario di sconto (tus).

Legame tra tui e tus.

**07/03/2011 ore 11**

Ipotesi semplificatrice sul fdm: dipendenza dalla sola durata del contratto.

Regimi finanziari correnti: regime semplice (interessi proporzionali a capitale impiegato e durata).

Grafico del fdm in regime semplice e proprietà.

Conversione da tassi annui a periodali e viceversa in regime semplice.

Interesse percepito in un intervallo unitario arbitrario nel regime semplice.

Anno commerciale e civile.

Attualizzazione nel regime semplice.

Introduzione al regime composto: capitalizzazione degli interessi, a intervalli regolari.

Massimizzazione del montante, in caso di capitalizzazione interessi, solo se è rispettata la periodicità degli intervalli.

**11/03/2011 ore 11**

Regime composto (o convenzione esponenziale).

Confronto tra grafici del fdm del regime semplice e composto a stesso tui.

Interesse percepito in un intervallo unitario in regime composto.

Conversione da tassi annui a periodali e viceversa nel regime composto.

Tasso annuo nominale (TAN) convertibile  $k$  volte.

Attualizzazione composta.

Esempi di problemi con dati numerici su regime semplice e composto.

Regime misto (convenzione lineare).

Confronto tra montante in convenzione lineare ed esponenziale.

**15/03/2011 ore 14**

Generalizzazione del fdm del regime semplice a tassi non costanti.  
Generalizzazione del fdm del regime composto in caso di capitalizzazione degli interessi a intervalli non regolari ed a tassi non costante.  
Regime dello sconto commerciale.  
Grafico del fds in regime a sconto commerciale e proprietà.  
Capitalizzazione a interessi semplici anticipati.  
Confronto tra grafici del fdm dei tre principali regimi a stesso tui.  
Confronto tra i tre principali regimi a tassi annui unitari arbitrari.  
Studio di regimi finanziari (a una variabile) arbitrari.  
Scindibilità di un fdm.  
Equazione funzionale della scindibilità e sua risoluzione.

**18/03/2011 ore 11**

Regimi finanziari con fdm dipendente da due variabili: data di ingresso e di uscita.  
Scindibilità di un fdm a due variabili e sua caratterizzazione.  
Tasso medio di interesse e forza di interesse per fdm a una o due variabili.  
Obbligazioni: classificazione, terminologia e caratteristiche.

**21/03/2011 ore 11**

Rendimento di un titolo a zero coupon attraverso il regime semplice nei casi senza e con una compravendita. Problema del prezzo "equo".  
Esercizi riassuntivi sui tre principali regimi.  
Definizione di rendita finanziaria.  
Classificazione di una rendita: limitata- perpetua, periodica, posticipata-anticipata, costante, differita.  
Problema della valutazione di una rendita.  
Valore attuale di una rendita e motivazione del modello additivo.

**25/03/2011 ore 11**

Montante e valore intermedio di una rendita.  
Importanza della scindibilità del regime adottato nella valutazione di una rendita.  
Rendita periodica e costante (caso "standard").  
Valore attuale e montante di una rendita standard.  
Variazioni al caso standard: rendita anticipata, perpetua.  
Applicazione di una rendita perpetua: valore attuale di una azione secondo Gordon.  
Variazioni al caso standard: rendita differita, frazionata.  
Problemi su rendite standard, avendo come incognita rispettivamente valore attuale, rata o numero rate.

**28/03/2011 ore 11**

Esercizi riassuntivi sui vari tipi di rendite non standard (rata non costante o tasso non costante, costituzione di un capitale).

Costituzione di un capitale a regime semplice.

Ammortamento di un prestito: schema generale e collegamento con le rendite.

Condizione di chiusura finanziaria.

Debito residuo e scomposizione delle rate in quote in conto capitale e interesse.

Condizione di chiusura elementare.

Esempi di piano di ammortamento sugli stessi dati di base (durata, prestito iniziale e tasso).

Equazioni ricorsive di un piano di ammortamento a  $n$  stadi, con  $n-1$  gradi di libertà.

**01/04/2011 ore 11**

Equivalenza tra condizione di chiusura elementare e finanziaria del regime composto e dimostrazione del fatto che tale equivalenza esiste solo nel regime composto.

Ammortamento alla francese e all'italiana, con la dimostrazione delle formule per ricavare rata, quote capitale, quote interesse e debito residuo in funzione dei dati di base.

Esercizi su piani di ammortamento.

**04/04/2011 ore 11**

Confronto tra ammortamento alla francese con quello all'italiana, sugli stessi dati di base.

Piano di ammortamento alla tedesca, con interessi anticipati.

Confronto tra piano alla tedesca e piano posticipato, aventi stesso tasso, stesso numero di rate con eguale importo e stesso prestito netto iniziale.

**08/04/2011 ore 11**

Piano di ammortamento all'americana.

Piani di ammortamento non periodico: formule per la non periodicità o ripristino della periodicità con inserimento di rate nulle, con confronto tra i due metodi.

Introduzione alla valutazione di progetti finanziari: concetto di *cash-flow* e di investimento o finanziamento (classici).

*Discounted cash-flow* in funzione del tasso di interesse.

Regione finanziariamente significativa del tasso di interesse, inteso come svantaggioso o vantaggioso a seconda dei sottodomini considerati.

**11/04/2011 ore 11**

Primo indice di valutazione: Valore Attuale Netto (NPV o VAN).

Caratteristiche del NPV e sua interpretazione come sovrapprofitto attuale rispetto ad un investimento a costo opportunità (o market rate o cost of capital)  $r$ .

Applicazione del NPV per il confronto tra due progetti finanziari.

Studio del *Discounted cash-flow*  $G(x)$  come funzione matematica del tasso nel caso di un progetto finanziario arbitrario.

Studio del *Discounted cash-flow*  $G(x)$  come funzione matematica del tasso nel caso di un investimento/finanziamento (classici).

Limiti del modello NPV: dipendenza dal fattore esogeno.

Due variazioni dell'indice NPV: GPV, ossia NPV generalizzato a più tassi, e APV, ossia NPV in caso di progetto di investimento non sostenuto interamente da mezzi propri.

Secondo indice, introdotto per la sola classe di investimenti/finanziamenti (classici): Tasso Interno di Rendimento (TIR).

Confronto tra TIR e NPV: dipendenza o indipendenza da fattori esogeni.

Confronto tra significatività del TIR e VAN su investimenti/finanziamenti (classici).

### **15/04/2011 ore 11**

Applicazioni del TIR: i) l'indice TAEG nella normativa sul credito al consumo;

ii) rendimento di un titolo obbligazionario con cedole (tipo BTP).

Calcolo del rendimento di un BTP in caso di rateo nullo e corso secco coincidente col valore nominale.

Limiti del modello TIR: non esportabilità su progetti che non siano investimenti classici, con esempi di progetti finanziari cui siano associati più di un tasso interno o nessuno e relativa discordanza col modello del VAN.

Introduzione ad un approccio storico per la risoluzione dei limiti del modello TIR: definizione di una classe di progetti finanziari ad un solo tasso interno.

Teorema di Soper per la determinazione di progetti ad un unico tasso interno con due possibili dimostrazioni (teorema di Ruffini e teorema di Newton).

### **18/04/2011 ore 11**

Interpretazione finanziaria dell'ipotesi del teorema di Soper.

*Outstanding capitals*: definizione attraverso la formula ricorsiva e legame col TIR.

Secondo approccio: soluzione del problema dell'unicità del TIR secondo

Teichroew – Robichek – Montalbano.

Inquadramento del problema del TIR nell'ambito formale di un confronto tra progetti a due epoche: definizione di una relazione di equivalenza tra progetti e sua eventuale incompatibilità con la naturale relazione parziale di ordine tra essi, con conseguente spiegazione del dominio finanziariamente significativo.

### **20/04/2011 ore 14**

Teoria dell'immunizzazione finanziaria: determinazione del prezzo di un titolo obbligazionario, rischio di tasso e reimpiego, duration.

Duration di portafoglio: dimostrazione della formula e sua applicazione in problemi su titoli obbligazionari.

Cenni sul superamento del limite del modello duration attraverso una sua ricalibrazione a ogni scadenza intermedia.

Esercizi riassuntivi sui principali argomenti del corso.