

GeoGebra: esercitazioni sulle funzioni e su famiglie di funzioni (con l'uso di slider)

GeoGebra è un software di matematica dinamica per la didattica, che comprende geometria, algebra, analisi, statistica e molto altro.

Oltre a costruire oggetti in modo interattivo tramite le caselle di strumenti, in GeoGebra è possibile inserire direttamente equazioni e coordinate nella barra di inserimento. GeoGebra quindi consente la gestione contemporanea di variabili, numeri, punti, vettori, anche tramite la barra di inserimento.

In particolare GeoGebra ha molti strumenti dedicati alle **funzioni**. In queste esercitazioni si userà lo **slider** (cursore, serve per fare variare un parametro) che permette varie esplorazioni dinamiche, in particolare di famiglie di curve e di funzioni.

In queste esercitazioni conviene usare la vista di default di Algebra con GeoGebra (finestre: **Vista Algebra** e **Vista Grafica**). Talvolta si userà la **Vista Foglio di calcolo**.

Per disegnare la restrizione di una funzione occorre usare la istruzione condizionale “**se..., allora...**”. Con la stessa istruzione condizionale si possono ottenere delle “**funzioni definite a tratti**”.

Eeguire le seguenti costruzioni e salvare i file.

1) Disegnare la funzione $f(x)=x^2$ e la funzione $g(x)=x^{1/2}$. Scrivi le loro equazioni nella riga di inserimento. Che cosa si osserva dal grafico? La funzione $f(x)$ è invertibile? È iniettiva?

Usare l'istruzione **se(<condizione>, <allora>)**, per restringere la funzione $f(x)$ al dominio $x \geq 0$.

Scrivi nella riga di inserimento di GeoGebra: **se($x \geq 0$, x^2)**. Che cosa si nota nel grafico? Disegna la retta di equazione $y=x$. Che cosa si nota nel grafico di $f(x)=\text{se}(x \geq 0, x^2)$ e di $g(x)$.

2) Usare l'istruzione **se(<condizione>, <allora>, <altrimenti>)**, nel seguente modo:

$$f(x) = \text{se}(x < 0, x, \sin(x))$$

3) Applica lo stesso procedimento visto in precedenza alla funzione $f(x)=x^3$ e alla funzione $g(x)=x^{1/3}$. Questa volta che cosa si osserva? Disegna la retta di equazione $y=x$.

4) Inserire uno slider n (selezionare un numero intero da -5 a 10). Disegnare nello stesso grafico le funzioni $f(x)=x^n$ e $g(x)=x^{1/n}$. Tracciare la retta $y=x$. Trascinare lo slider n . Che cosa si osserva per n pari e per n dispari? Come useresti questo file per proporre in una classe lo studio delle funzioni potenza (a esponente intero)?

5) Usare il **foglio di calcolo** (inserisci>vista **Foglio di calcolo**) per costruire la progressione dei capitali al tasso di interesse composto del 5%; capitale iniziale di 1000 euro. Rappresentare i punti $(n, C(n))$ al variare di n , con n che da 0 a 20. Costruire una scheda di laboratorio da usare in classe su questo esercizio (progressione geometrica e grafico, discreto, di questa progressione geometrica).

6) Costruire uno slider da chiamare “ a ” (con a che varia da 0.001 a 10). Scrivere nella riga di inserimento $f(x) = a^x$. Trascinare lo slider a . Osservare il grafico e descrivere le sue proprietà al variare di a . La funzione $f(x)$ è sempre invertibile? Costruire una scheda di laboratorio da usare in classe su questo esercizio (grafico delle funzioni esponenziali).

7) Costruire uno slider da chiamare a (con a che varia da 0.001 a 10). Scrivere nella riga di inserimento $f(x)=a^x$. Trascinare lo slider a . Osservare il grafico e descrivere le sue proprietà al variare di a . Disegnare la retta tangente nel punto $A(0,1)$ e trovare la sua pendenza. Trascinare lo slider a in modo che la pendenza di questa retta tangente nel punto $A(0,1)$ sia 1. Qual è la base della funzione esponenziale in questo caso?

8) Disegnare il grafico della funzione $f(x)=e^x$; esplorare le sue proprietà. Visualizzare la retta tangente nel punto $A(0,1)$. Costruire una scheda di laboratorio da usare in classe su questo esercizio (grafico delle funzioni esponenziali).

9) Usare il **foglio di calcolo**. Inserire sulla prima colonna i numeri naturali da 1 a 100. Nella seconda colonna inserire la formula $(1+1/n)^n$, come si fa in Excel o altri fogli elettronici. Si scrive nella cella “ $=(1+1/A2)^{A2}$ ”, se il numero n è memorizzato nella cella A2. Copiare la formula verso il basso. Cambiare eventualmente il numero di cifre da visualizzare (Opzioni>Arrotondamento>5 cifre decimali). Selezionare le due colonne (con n che va da 1 a 100) e usare lo strumento “Lista di punti”. Osservare il grafico ottenuto (cambiare la scala sull’asse delle ascisse) e infine disegnare la retta $y=e$. Che cosa si osserva?

10) Costruire uno slider da chiamare a (con a che varia da 0.001 a 10). Scrivere nella riga di inserimento $f(x)=\log(a,x)$. Trascinare lo slider a. Osservare il grafico. Attivare la traccia del grafico. Disegnare nello stesso sistema la funzione $g(x)=a^x$. Disegnare la retta $y=x$. Costruire una scheda di laboratorio da usare in classe su questo esercizio (grafico delle funzioni logaritmiche).

11) Disegnare la funzione $f(x)=\ln(x)$; esplorare le sue proprietà. Disegnare nello stesso grafico la funzione $g(x)=e^x$. Costruire una scheda di laboratorio da usare in classe su questo esercizio (grafico delle funzioni logaritmiche).

12) Costruire uno slider da chiamare a (con a che varia da 0 a 5). Inserire nella riga di inserimento $a*\sin(x)$. Trascinare lo slider a. Osservare il grafico. Qual è il periodo? Costruire una scheda di laboratorio da usare in classe su questo esercizio (grafico delle funzioni sinusoidali).

13) Costruire due slider da chiamare a e ω (con ω che varia da 0 a 10). Inserire nella riga di inserimento $a*\sin(\omega x)$. Trascinare lo slider ω . Osservare il grafico. Qual è il periodo? Costruire una scheda di laboratorio da usare in classe su questo esercizio (grafico delle funzioni sinusoidali).

14) Costruire tre slider da chiamare a , ω (con ω che varia da 0.01 a 10) e k. Inserire nella riga di inserimento $a*\sin(\omega x)+k$. Trascinare lo slider k. Osservare il grafico. Costruire una scheda di laboratorio da usare in classe su questo esercizio (grafico delle funzioni sinusoidali).

15) Costruire quattro slider da chiamare a , ω (con ω che varia da 0.01 a 10), ϕ e k. Inserire nella riga di inserimento $a*\sin(\omega x-\phi)+k$. Trascinare lo slider ϕ . Osservare il grafico. Cosa provoca il parametro ϕ ? Costruire una scheda di laboratorio da usare in classe su questo esercizio (grafico delle funzioni sinusoidali).

16) Disegnare, per es., il grafico della funzione $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2}$. Nella quarta casella di strumenti da destra si trova **Assistente Funzioni**: selezionarlo e fare clic sul grafico della funzione. Esaminare le varie opzioni di questo strumento: Punti, tangente, integrale.

