

Laurea magistrale in Matematica
Programma svolto di Analisi Funzionale – a.a. 2012/2013
Dott.ssa Francesca Prinari

- (1) Spazi vettoriali di dimensione finita. Equivalenza tra norme, completezza rispetto a qualunque norma, teorema di Bolzano-Weistrass e compattezza della palla chiusa. Esempio di norme su spazi infinito dimensionali. Esempio di norme non equivalenti. Teorema di Rietz. Criterio di Weistrass per serie.
- (2) Esempi di spazi normati:
 - (a) spazi di successioni c_0 , c_{00} , spazi l^p (disuguaglianza di Holder e di Minkoskii, completezza).
 - (b) spazio $C^0(\Omega)$.
 - (c) spazi L^p . Disuguaglianza di Holder e disuguglianza di Minkoskii. Completezza degli L^p .
- (3) Operatori lineari tra spazi normati: caratterizzazione della loro continuita'. Norma di un operatore. Completezza dello spazio degli operatori $L(X, Y)$. Duali degli spazi l^p .
- (4) Lemma di Zorn, basi di Hamel. Teorema di Hanh-Banach (forma analitica reale). Costruzione di funzionali lineari e non continui in spazi di dimensione infinita. Estensione di operatori lineari, reali e continui definiti su sottospazi di spazi normati. Corollari del teorema di Hanh Banach. Funzionali lineari e complessi. Forma analitica complessa del teorema di Hanh Banach. Caratterizzazione degli iperpiani chiusi. Gauge associata ad un insieme convesso. Forme geometriche del teorema di Hanh Banach: separazione di insiemi convessi. Polare di un insieme. Ortogonale di un sottospazio.
- (5) Lemma di Baire e forme equivalenti. Spazi di prima e seconda categoria. Teorema di Banach Steinhaus. Insiemi debolmente chiusi. Teorema dell'applicazione aperta e suoi corollari. Teorema del grafico chiuso.
- (6) Topologia debole e topologia debole *. Convergenza debole e debole*. Chiusura di un insieme convesso. Teorema di Banach-Alaoglu-Bourbaki. Spazi riflessivi. Teorema di Kakutani. Spazi separabili. Spazi uniformemente convessi.
- (7) Semicontinuita' e compattezza per problemi di esistenza di punti di minimo: teoremi di Weistrass generalizzati.
- (8) Gli spazi di Hilbert. Identita' del parallelelogramma. Duale di uno spazio di Hilbert: Teorema di Rietz-Frechet.
- (9) Spazi L^p : riflessivita' e separabilita'. Duali degli spazi L^p . Teoremi di rappresentazione di Riesz.

Testi consigliati:

- (1) Analisi funzionale di H. Brezis (Liguori editore)
- (2) Analisi 3 di G. Gilardi (Mc Graw Hill)
- (3) Appunti del corso.