Rotazioni ed equilibrio momento di una forza

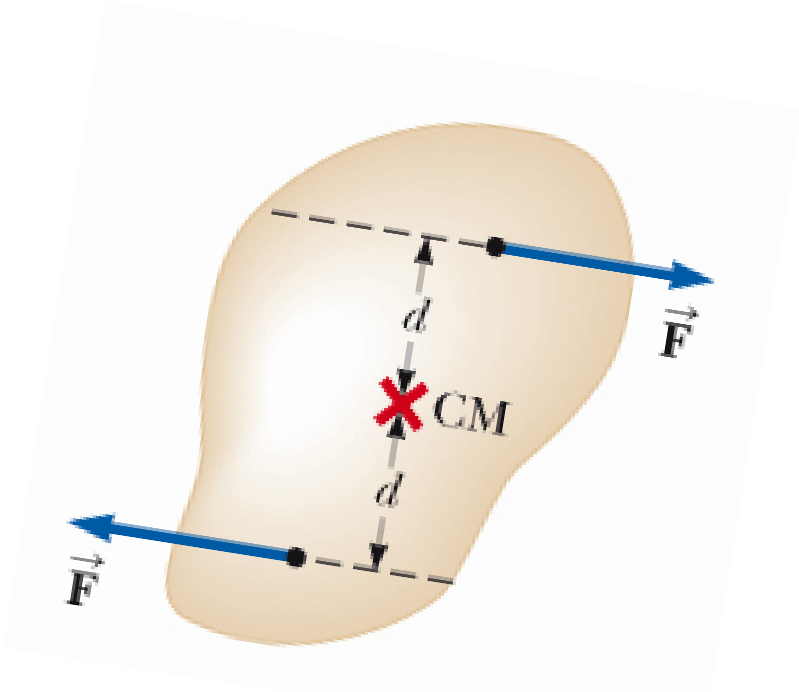


Figura 12.2 (Quiz 12.1) Due forze di ugual modulo applicate ad uguale distanza dal centro di massa di un corpo rigido.

La somma

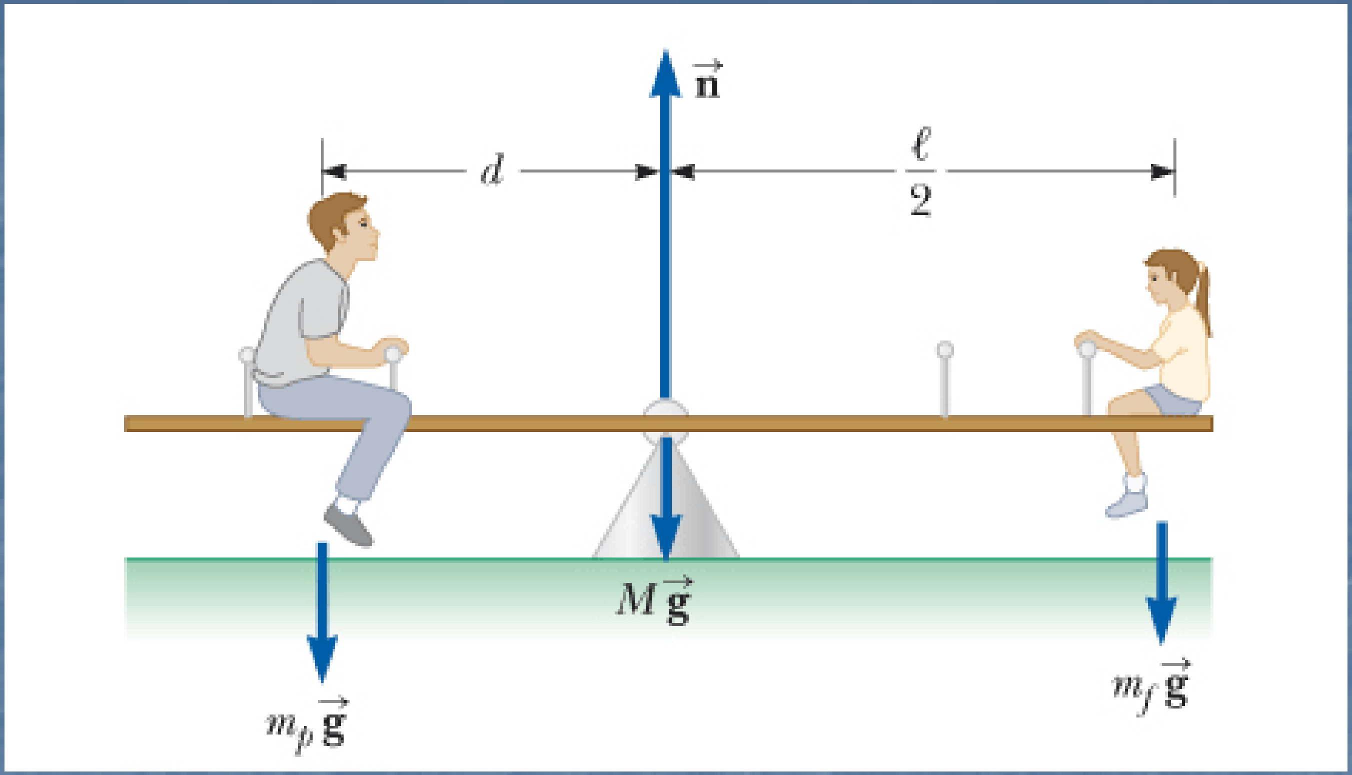
delle forze applicate è nulla,

ma il corpo si muoverà

ugualmente: come?

Ruotando!

EdiSES



Nella semplice altalena a bilico si capisce che oltre ai moduli delle forze occorre tener conto anche delle distanze cui sono applicate

Definizione di **momento** τ di una **forza** F rispetto al punto O:

$$\tau = \mathbf{r} \times \boldsymbol{F}$$

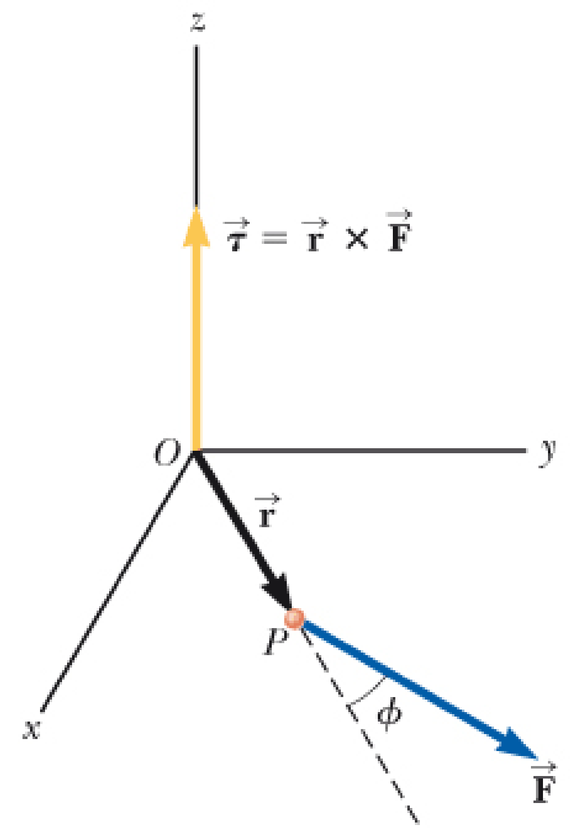


Figura 11.1 Il vettore momento di una forza $\vec{\boldsymbol{\tau}}$ ha direzione perpendicolare al piano formato dal vettore posizione $\vec{\mathbf{r}}$ e dalla forza applicata $\vec{\mathbf{F}}$. Nella situazione mostrata, $\vec{\mathbf{r}}$ ed $\vec{\mathbf{F}}$ giacciono nel piano *xy* e quindi il momento della forza è allineato con l'asse *z*.

Definizione di **momento** τ di una **forza** F rispetto al punto O:

$$\tau = \mathbf{r} \times \boldsymbol{F}$$

$$||\tau|| = r\,F\ \text{sen}\ \phi$$

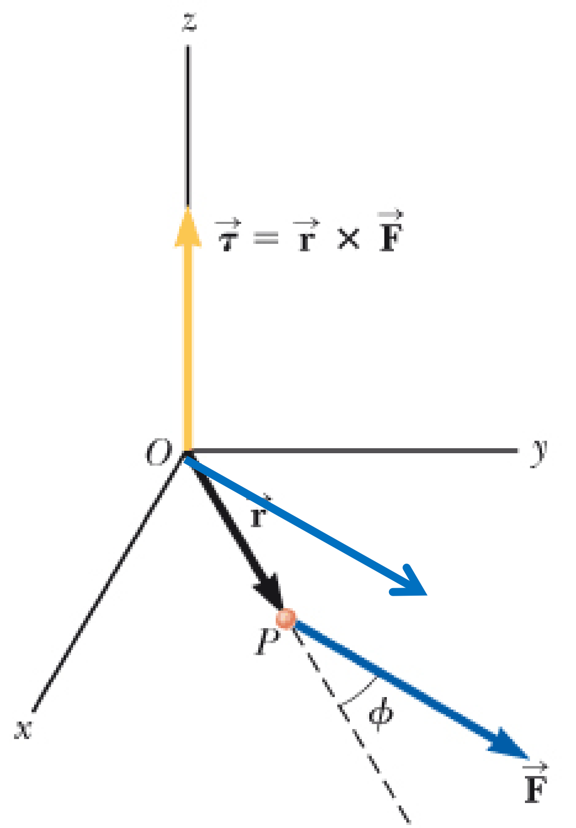
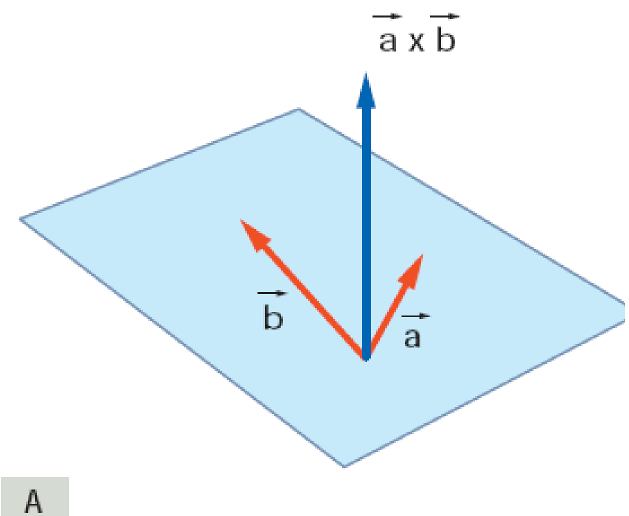


Figura 11.1 Il vettore momento di una forza $\vec{\tau}$ ha direzione perpendicolare al piano formato dal vettore posizione $\vec{r}$ e dalla forza applicata $\vec{F}$. Nella situazione mostrata, $\vec{r}$ ed $\vec{F}$ giacciono nel piano *xy* e quindi il momento della forza è allineato con l'asse *z*.

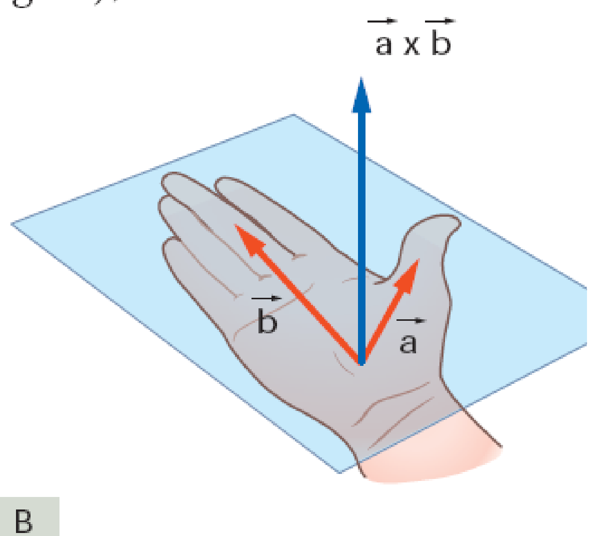
Il prodotto vettoriale

E' un'operazione che, dati due vettori, associa un vettore che ha:

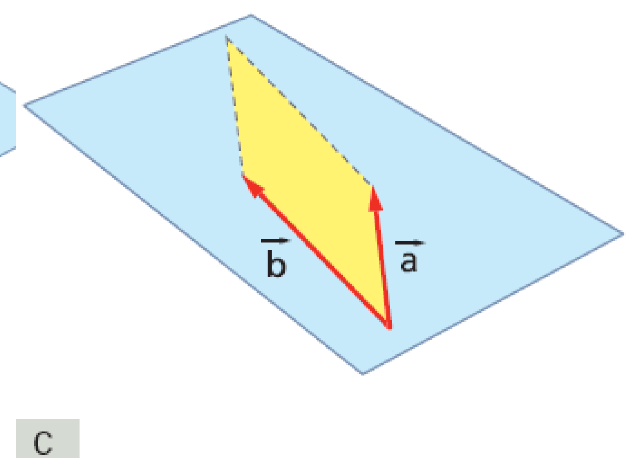
- direzione perpendicolare al piano che contiene i due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$;



- verso dato dalla *regola della mano destra* (illustrata nella figura);



- modulo uguale all'area del parallelogramma generato dai vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$.



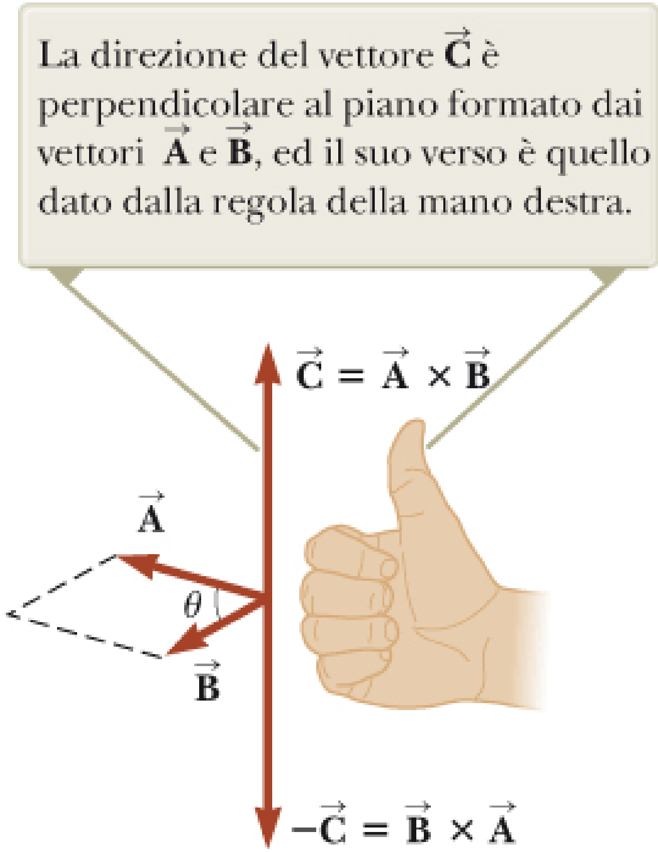
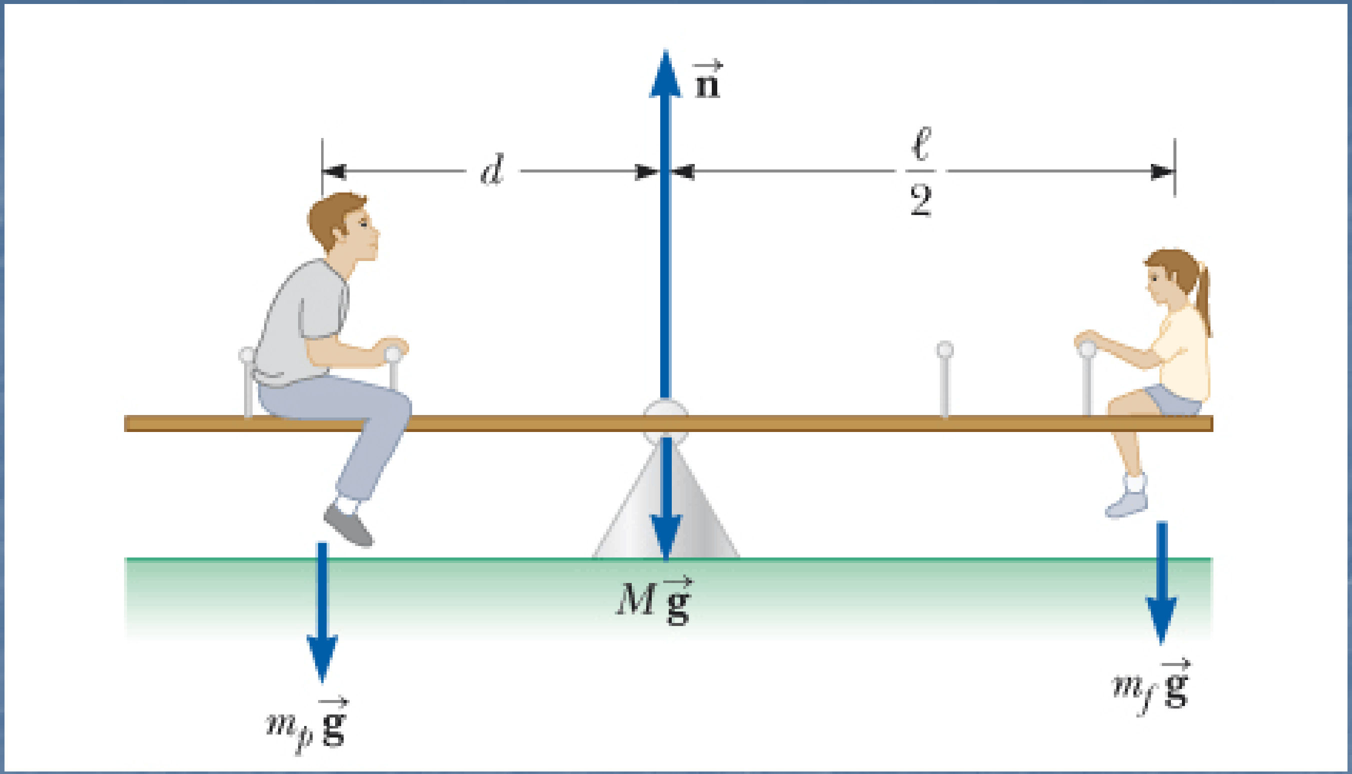


Figura 11.2 Il prodotto vettoriale $\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$ è un terzo vettore $\vec{\mathbf{C}}$ avente modulo $AB \sin \theta$ uguale all'area del parallelogramma mostrato in figura.



come sono diretti i due momenti?

ortogonali al foglio e in versi opposti!

$$\tau_p = \mathbf{r_p} \times m_p \mathbf{g}$$
$$= d\, m_p\, g \text{ sen } 90°$$
$$= d\, m_p\, g$$

$$\tau_f = \mathbf{r_f} \times m_f \mathbf{g}$$
$$= \ell/2\, m_f\, g \text{ sen } 90°$$
$$= \ell/2\, m_f\, g$$

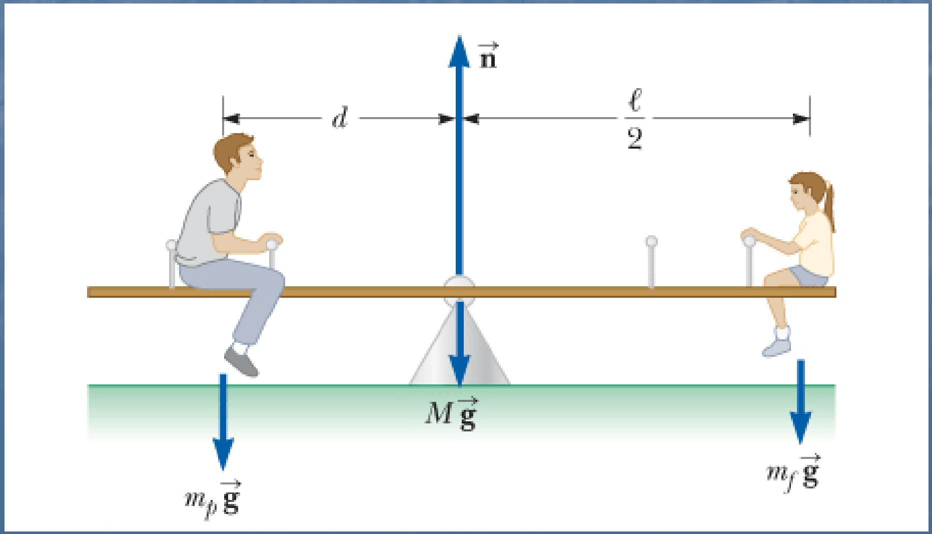
se vogliamo equilibrio:

$$\tau_{\mathbf{p}} = \tau_{\mathbf{f}}$$

$$d\ m_p\ g = \ell/2\ m_f\ g$$

$$\frac{m_p}{m_f} = \frac{\ell/2}{d}$$

il rapporto tra i bracci deve essere il reciproco del rapporto delle masse



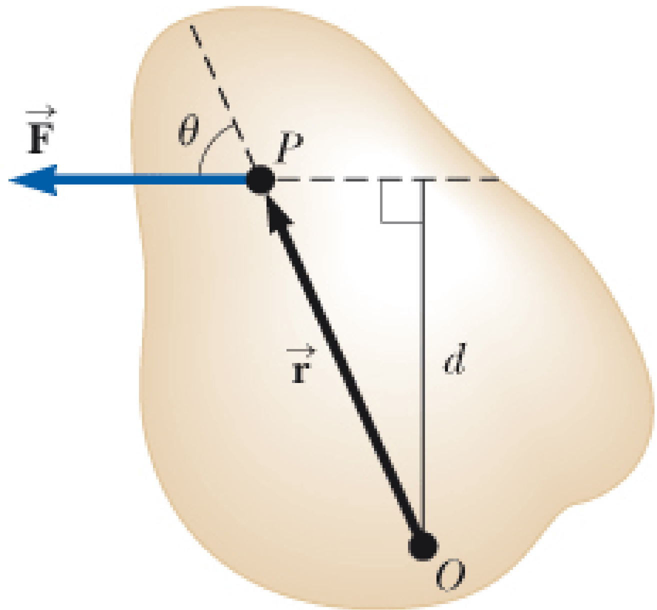


Figura 12.1 La sola forza $\vec{F}$ agisce sul corpo rigido nel punto P.

$$\tau = \mathbf{r} \times \boldsymbol{F}$$

$$= \mathrm{r}\, F\, sen\, \theta$$

$$= \mathrm{d}\, F$$

d è il *braccio* della forza F rispetto a O

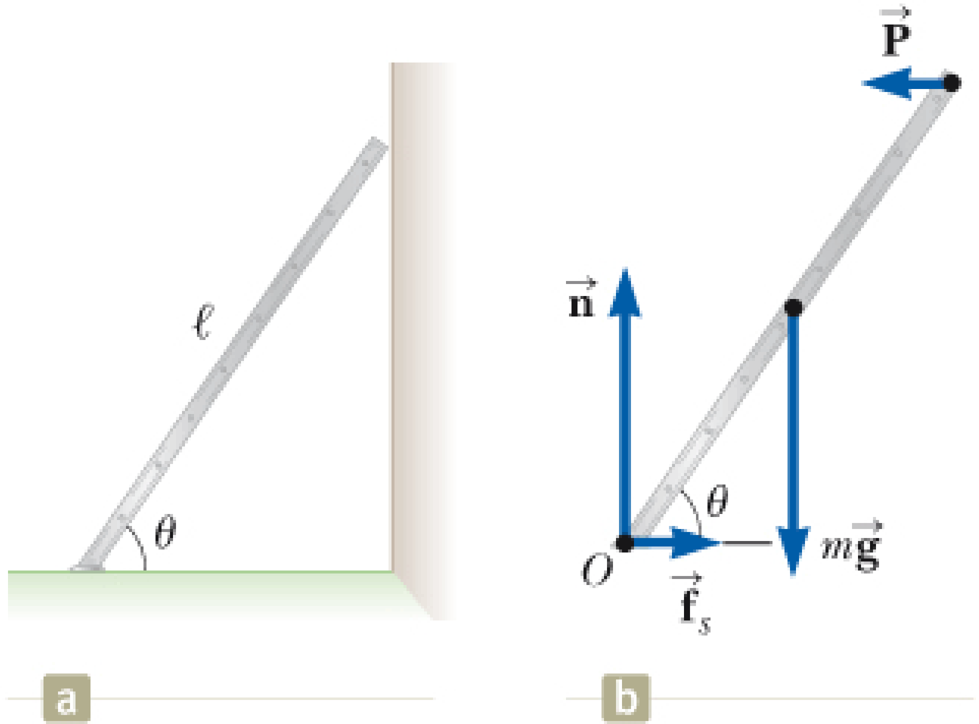


Figura 12.9 (Esempio 12.3) (a) Una scala uniforme appoggiata ad una parete completamente liscia. Il suolo è scabro. (b) Le forze sulla scala.

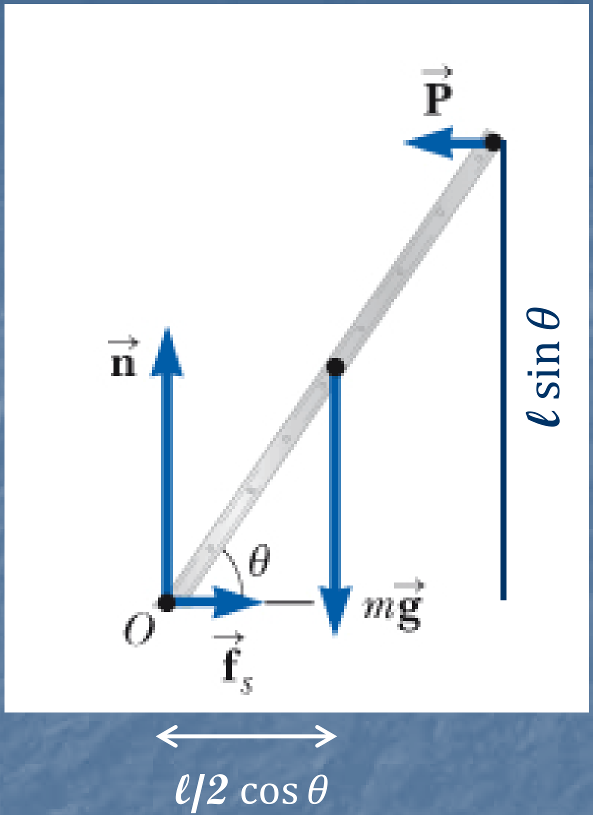
momenti delle forze rispetto al polo O

le forze applicate in O hanno braccio nullo, quindi generano momenti nulli

momento della forza P:

$$\tau_p = P\,\ell \sin\theta$$

direzione: ortogonale al foglio
verso: uscente dal foglio



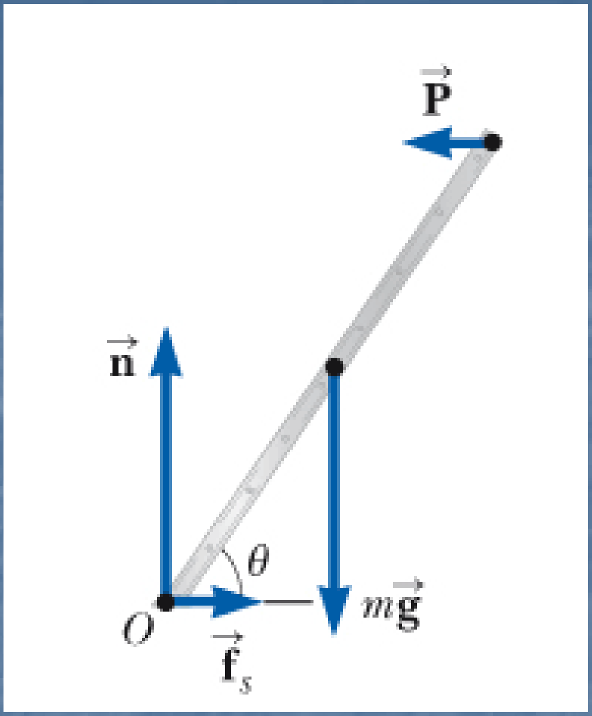
momento della forza peso:

$$\tau_g = -\,mg\,\ell/2 \cos\theta$$

direzione: ortogonale al foglio
verso: entrante nel foglio

Condizioni di equilibrio:

1) $\sum_i F_i = 0$



Asse x

$f_s - P = 0$

Asse y

$n - mg = 0$

2) $\sum_i \tau_i = 0$

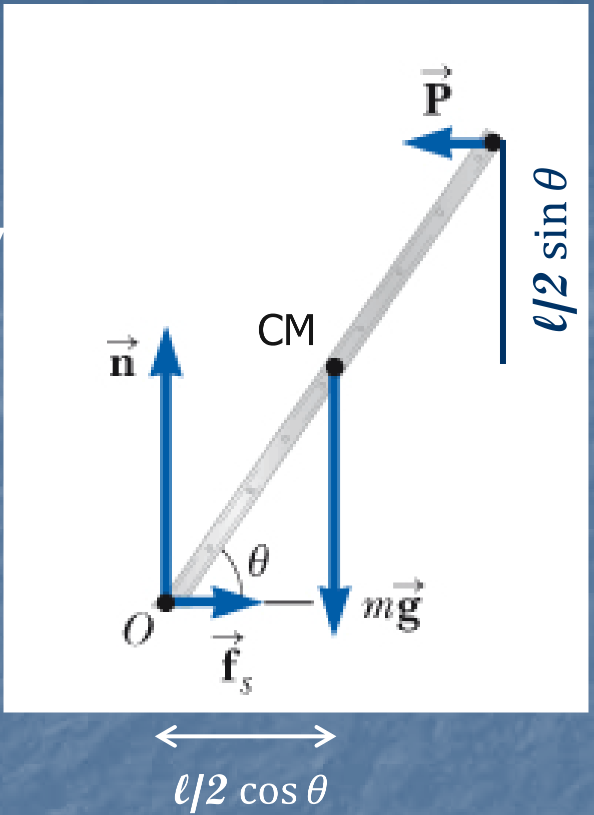
$P\,\ell \sin\theta - mg\,\ell/2 \cos\theta = 0$

$$\tan\theta = \frac{mg}{2P} = \frac{mg}{2\mu_S\,mg} = \frac{1}{2\mu_S}$$

Attrito: $f_S = \mu_S\, n = \mu_S\, mg$ (condizione limite) $= P$

momenti delle forze rispetto al polo CM
«Centro di Massa»

la forza peso, applicata in CM, ha braccio nullo, quindi genera momento nullo



momento della forza P:

$$\tau_p = P\frac{\ell}{2}\sin\theta$$

direzione: ortogonale al foglio
verso: uscente dal foglio

momento della forza n:

$$\tau_n = -\, n\, \ell/2 \cos\theta$$

direzione: ortogonale al foglio
verso: entrante nel foglio

momento della forza di attrito:

$$\tau_s = f_s\frac{\ell}{2}\sin\theta$$

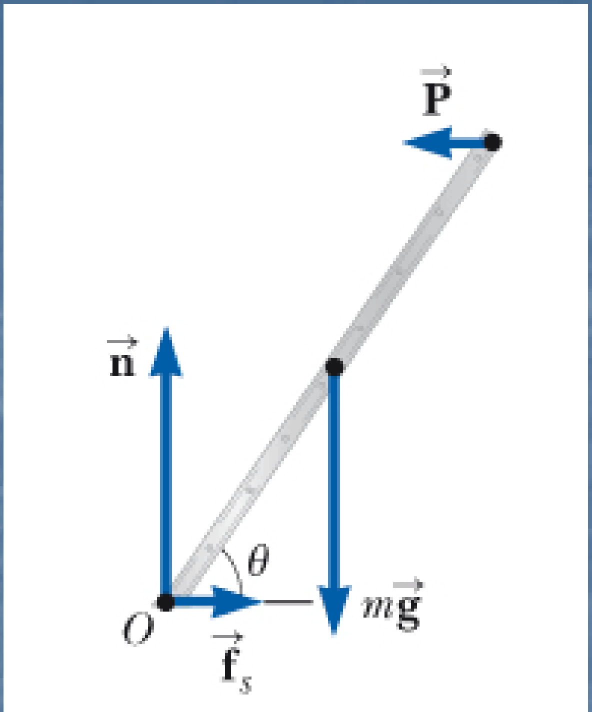
direzione: ortogonale al foglio
verso: uscente dal foglio

2) $\sum_i \tau_i = 0$

$$\tau_p + \tau_n + \tau_s = 0$$

$$P\,\frac{\ell}{2}\sin\theta - n\,\frac{\ell}{2}\cos\theta + f_S\,\frac{\ell}{2}\sin\theta = 0$$

dall'equilibrio delle forze: $n = mg \qquad f_S = P$



$$2\,P\,\frac{\ell}{2}\sin\theta - mg\,\frac{\ell}{2}\cos\theta = 0$$

$$\tan\theta = \frac{mg}{2P} = \frac{mg}{2\mu_S\,mg} = \frac{1}{2\mu_S}$$

Attrito: $f_S = \mu_S\,n = \mu_S\,mg$ (condizione limite) $= P$