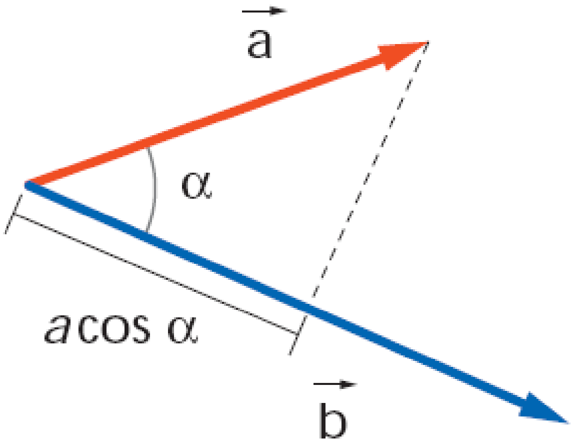
Prodotti fra vettori

(**a**, **b**)	→ numero	prodotto scalare
	→ vettore	prodotto vettore

Il prodotto scalare

- Il prodotto scalare è uguale al prodotto dei **moduli** dei due vettori per il **coseno dell'angolo** tra essi compreso:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \alpha.$$



- Il prodotto scalare gode della proprietà commutativa:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}.$$

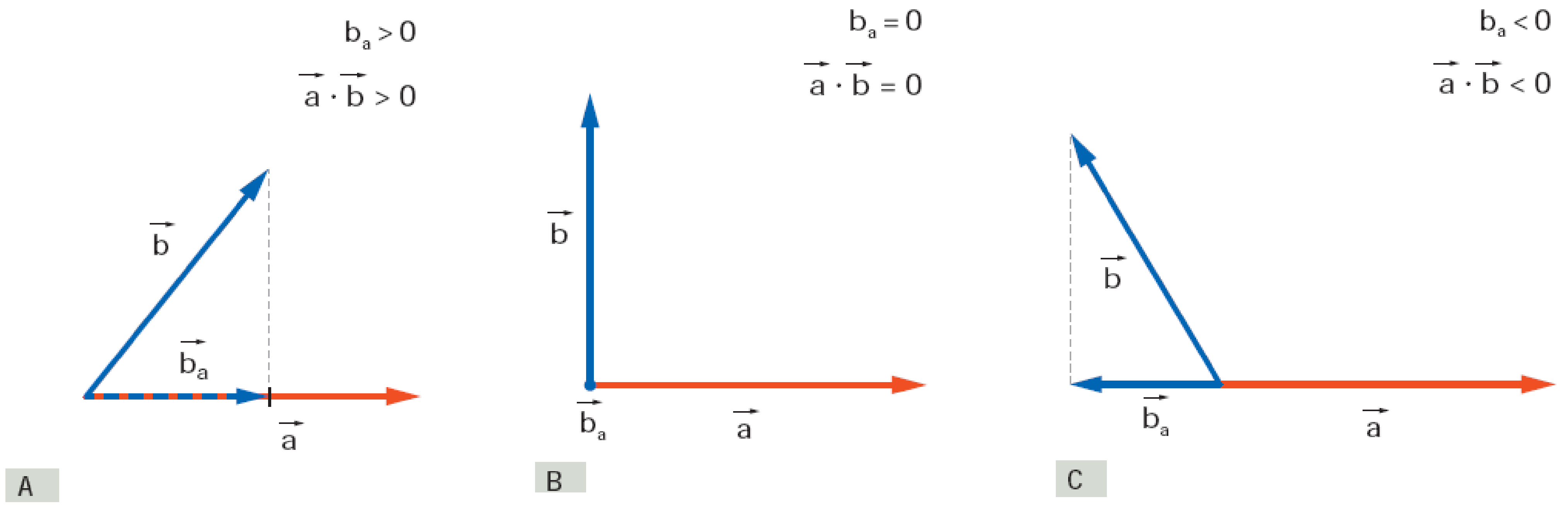
Il prodotto scalare

Il valore del prodotto scalare dipende dalla posizione reciproca dei due vettori:

▶ Se l'angolo tra $\vec{a}$ e $\vec{b}$ è acuto, b_a è positivo e anche il prodotto scalare è positivo.

▶ Se $\vec{a}$ e $\vec{b}$ sono perpendicolari tra loro, b_a è nullo e anche il prodotto scalare è uguale a zero.

▶ Se l'angolo tra $\vec{a}$ e $\vec{b}$ è ottuso, b_a è negativo e anche il prodotto scalare è minore di zero.



Forma cartesiana del prodotto scalare

$$a \cdot b = a_x b_x + a_y b_y$$

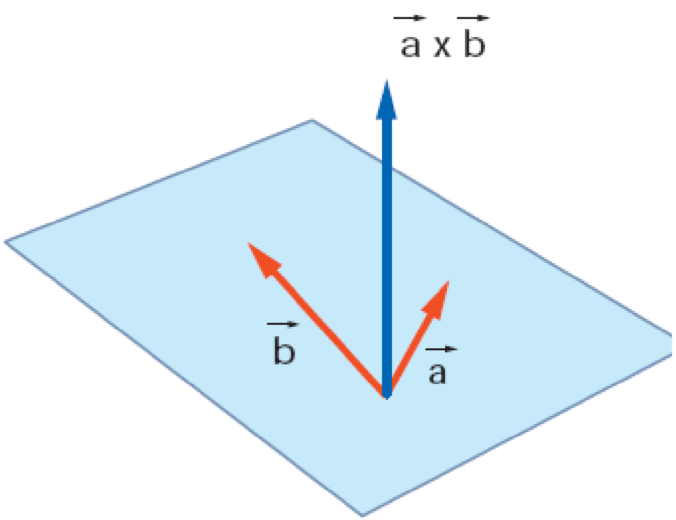
Forma trigonometrica del prodotto scalare

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \alpha.$$

Il prodotto vettoriale

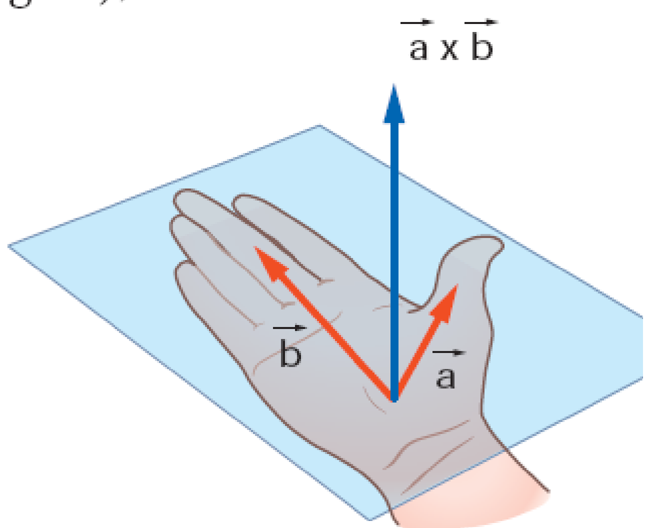
E' un'operazione che, dati due vettori, associa un vettore che ha:

- direzione perpendicolare al piano che contiene i due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$;



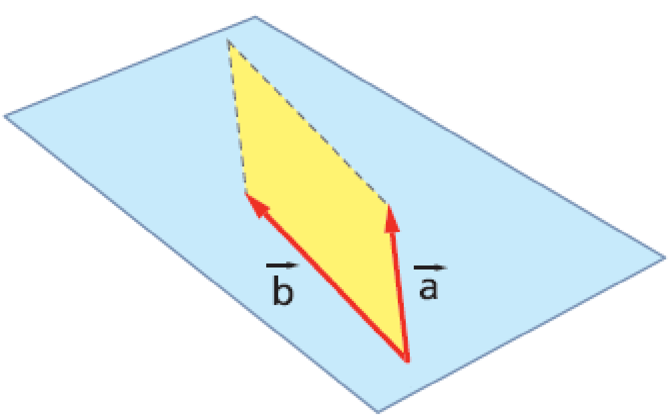
A

- verso dato dalla *regola della mano destra* (illustrata nella figura);



B

- modulo uguale all'area del parallelogramma generato dai vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$.

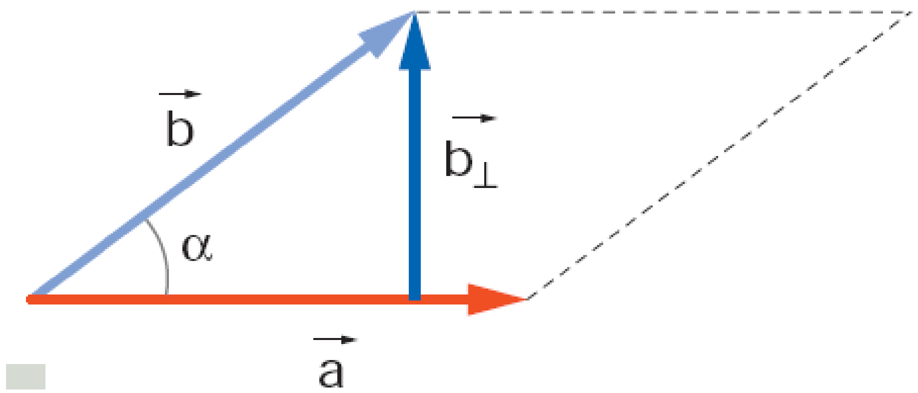


C

Il prodotto vettoriale

- Il modulo del prodotto vettoriale, *c*, è uguale al prodotto dei **moduli** dei due vettori per il **seno dell'angolo** tra essi compreso:

$$\text{modulo di } \vec{a} \times \vec{b} = ab_{\perp}\,.$$



$$c = ab_{\perp} = ba_{\perp} = ab \,\text{sen}\, \alpha$$

- Il prodotto vettoriale gode della proprietà anticommutativa:

$$\vec{b} \times \vec{a} = -\,\vec{a} \times \vec{b}.$$

Forma cartesiana del prodotto vettore

$$a \times b = (a_y b_z - a_z b_y)\,\boldsymbol{x} + (a_z b_x - a_x b_z)\,\boldsymbol{y} + \left(a_x b_y - a_y b_x\right)\boldsymbol{z}$$

che equivale a trovare il determinante della seguente matrice:

$$\vec{A} \times \vec{B} = det \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} =$$

$$= \vec{i}\,(a_y b_z - a_z b_y) - \vec{j}\,(a_x b_z - a_z b_x) + \vec{k}\,(a_x b_y - a_y b_x)$$