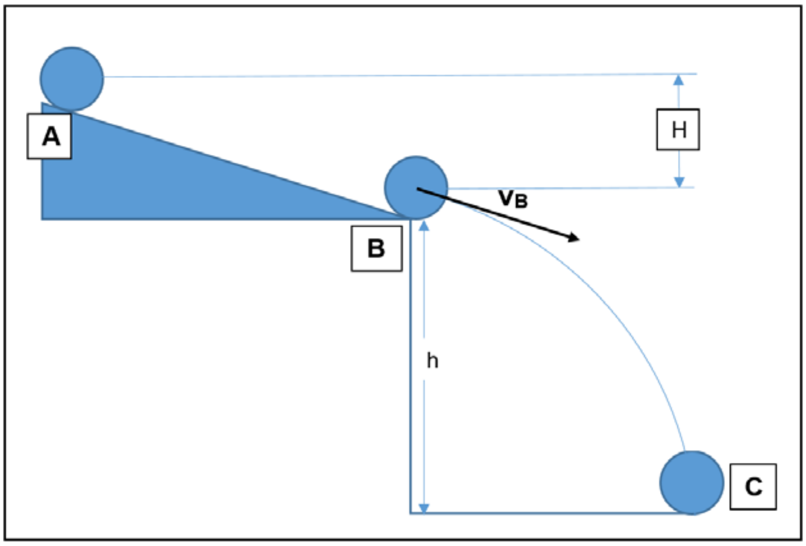
Fisica 1 per Informatica
Prof. Ferruccio Petrucci

Prova scritta 9 Luglio 2018

Cognome e Nome .... matricola n. ....

Una sfera di massa M = 600 kg e raggio r = 0.5 m rotola senza strisciare su un piano inclinato di 10° e scende per un dislivello H = 5 m ($I_{sfera}=2/5Mr^2$). Terminato il piano inclinato, la sfera cade dal gradino di altezza h = 60 m, arrestandosi nel punto C



1 – Disegnare il diagramma di corpo libero della sfera lungo il piano inclinato

Determinare:

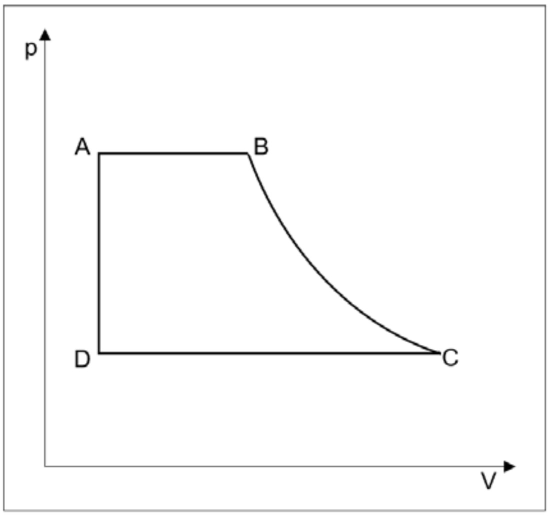
2 – il vettore velocità $\mathbf{V_B}$ del centro di massa della sfera quando arriva al termine del piano inclinato

3 – la distanza X_C a cui arriva dalla base del gradino

4 – il tempo di caduta, dal punto B al punto C

Un gas perfetto biatomico esegue il ciclo reversibile mostrato in figura, a partire dallo stato A, in cui la pressione è di 8 10^5 Pascal, il volume è di 25 10^{-3} m^3, la temperatura di 400 K.

Il gas subisce inizialmente una trasformazione isobara fino a giungere alla temperatura T_B = 1500K. La trasformazione BC è adiabatica, durante la quale la pressione si dimezza.



Determinare:

5 – il numero di moli del gas.

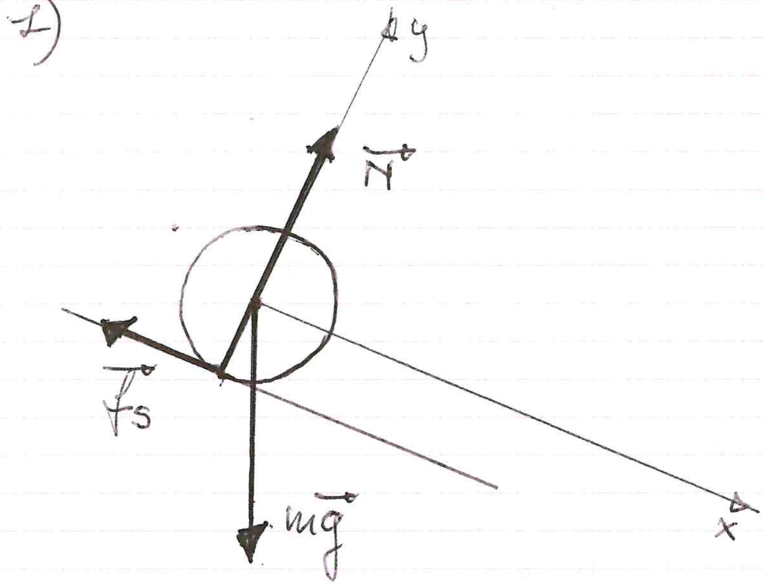
6 – il volume negli stati B e C;

7 – la temperatura negli stati C e D;

8 – il lavoro svolto complessivamente nel ciclo

9 – il rendimento del ciclo.

1)



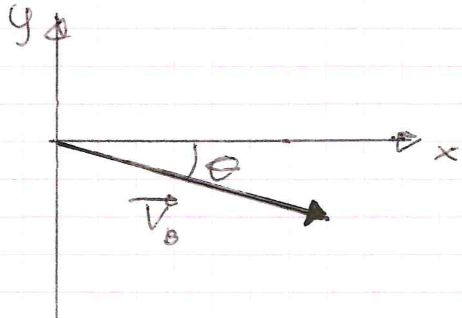
2) $$mgH = \frac{1}{2} m V_{cm}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$\omega = \frac{V_{cm}}{r} \quad \text{puro rotolamento}$$

$$mgH = \frac{1}{2} m V_{cm}^2 + \frac{1}{2} \frac{I}{r^2} V_{cm}^2$$

$$V_{cm}^2 = \frac{2gH}{\left(1 + \frac{I}{mr^2}\right)} = \frac{10}{7} g H = 70 \ (m/s)^2$$

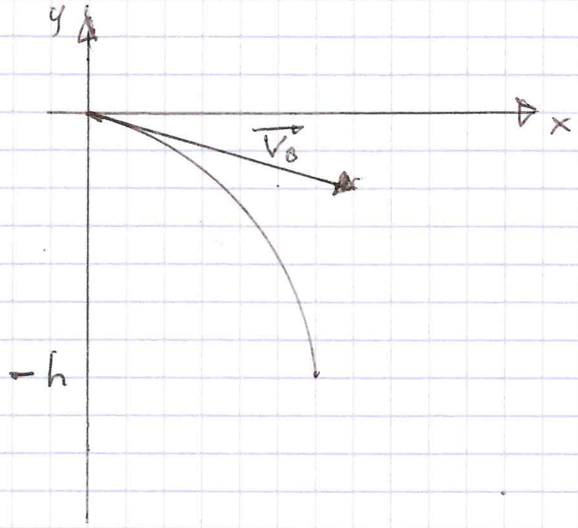
$$V_{cm} = V_B = 8.37 \ m/s$$



$$V_{Bx} = V_B \cos(-10°) = 8.243 \ m/s$$

$$V_{By} = V_B \sin(-10°) = -1.453 \ m/s$$

$$\vec{V}_B = (8.243 \ \hat{x} - 1.453 \ \hat{y}) \ m/s$$



$h = 60\ m$

3) Leggi orarie
$$\begin{cases} x = V_{Bx}\, t \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + V_{By}\, t \end{cases}$$

All'arrivo a terra $\quad t = t^*$

$$\begin{cases} x_c = V_{Bx}\, t^* \\ -60 = -\frac{1}{2} g (t^*)^2 + V_{By}\, t^* \end{cases}$$

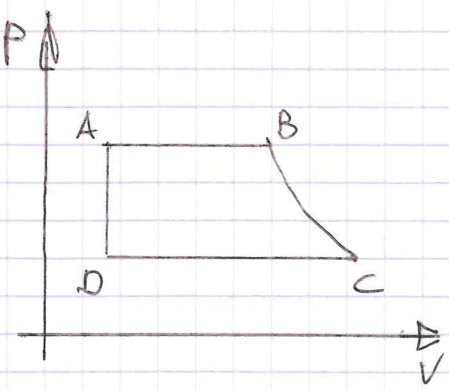
$$\begin{cases} t^* = \frac{x_c}{V_{Bx}} \\ \frac{1}{2} \frac{g}{V_{Bx}^2} x_c^2 - \frac{V_{By}}{V_{Bx}} x_c - 60 = 0 \end{cases}$$

$$g\, x_c^2 - 2 V_{Bx} V_{By}\, x_c - 120\, V_{Bx}^2 = 0$$

$$x_c = \frac{V_{Bx} V_{By} \pm \sqrt{V_{Bx}^2 V_{By}^2 + 120\, V_{Bx}^2\, g}}{g}$$

$$= \frac{-11.937 \pm 282.930}{9.8} = \begin{cases} 27.65\ m \\ -30.09\ m \end{cases}$$

4) $t^* = \frac{x_c}{V_{Bx}} = 3.354\ s$



	P (Pa × 10^5)	V (m^3 × 10^{-3})	T (K)
A	8	25	400
B	8		1500
C	4		
D	4	25	

	ΔU (J)	L (J)	Q (J)
AB	+	+	+
BC	−	+	0
CD	−	−	−
DA	+	0	+

5) $n = \dfrac{p_A V_A}{R T_A} = 6.017$ moli

6) $V_B = \dfrac{nR\,T_B}{p_B} = nRT_B \dfrac{V_A}{nRT_A} = V_A \dfrac{T_B}{T_A}$

$= 25 \cdot \dfrac{1500}{400} = 93.75 \cdot 10^{-3}\,m^3$

Adiabatica BC :

$pV^{\gamma} = \text{cost}$ con $\gamma = \dfrac{7}{5}$

(gas biatomico)

$$p_B V_B^{\gamma} = p_C V_C^{\gamma}$$

$$V_C^{\gamma} = V_B^{\gamma} \frac{p_B}{p_C}$$

$$V_C = V_B \left(\frac{p_B}{p_C}\right)^{1/\gamma} \qquad p_C = \frac{1}{2} p_B$$

$$= 93.75 \cdot 2^{5/7}$$

$$= 93.75 \cdot 1.641 = 153.8 \cdot 10^{-3} m^3$$

7)

$$T_C = \frac{p_C V_C}{nR} = 1230 \text{ K}$$

$$T_D = \frac{p_D V_D}{nR} = 200.0 \text{ K}$$

8)

$$L_{AB} = p_A (V_B - V_A) = 55000 \text{ J}$$

$$L_{BC} = -\Delta U_{BC}$$

$$= -n C_V (T_C - T_B) = 33750 \text{ J}$$

$$L_{CD} = p_C (V_A - V_C) = -51520 \text{ J}$$

$$L_{TOT} = 37230 \text{ J}$$

9)

$$Q_{AB} = n C_p (T_B - T_A)$$

$$= 6.017 \cdot \frac{7}{2} \cdot 8.31 \cdot (1500 - 400)$$

$$= 1.925 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$Q_{DA} = \Delta U_{DA} = n\, C_v \left(T_A - T_D\right)$$

$$= 6.017 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8.31 \left(400 - 200\right)$$

$$\simeq 25000 \text{ J}$$

$$Q_{ass} = Q_{AB} + Q_{DA} =$$

$$= \left(1.925 + 0.25\right) \cdot 10^5 = 217'500 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{L_{TOT}}{Q_{ass}} = 0.171$$