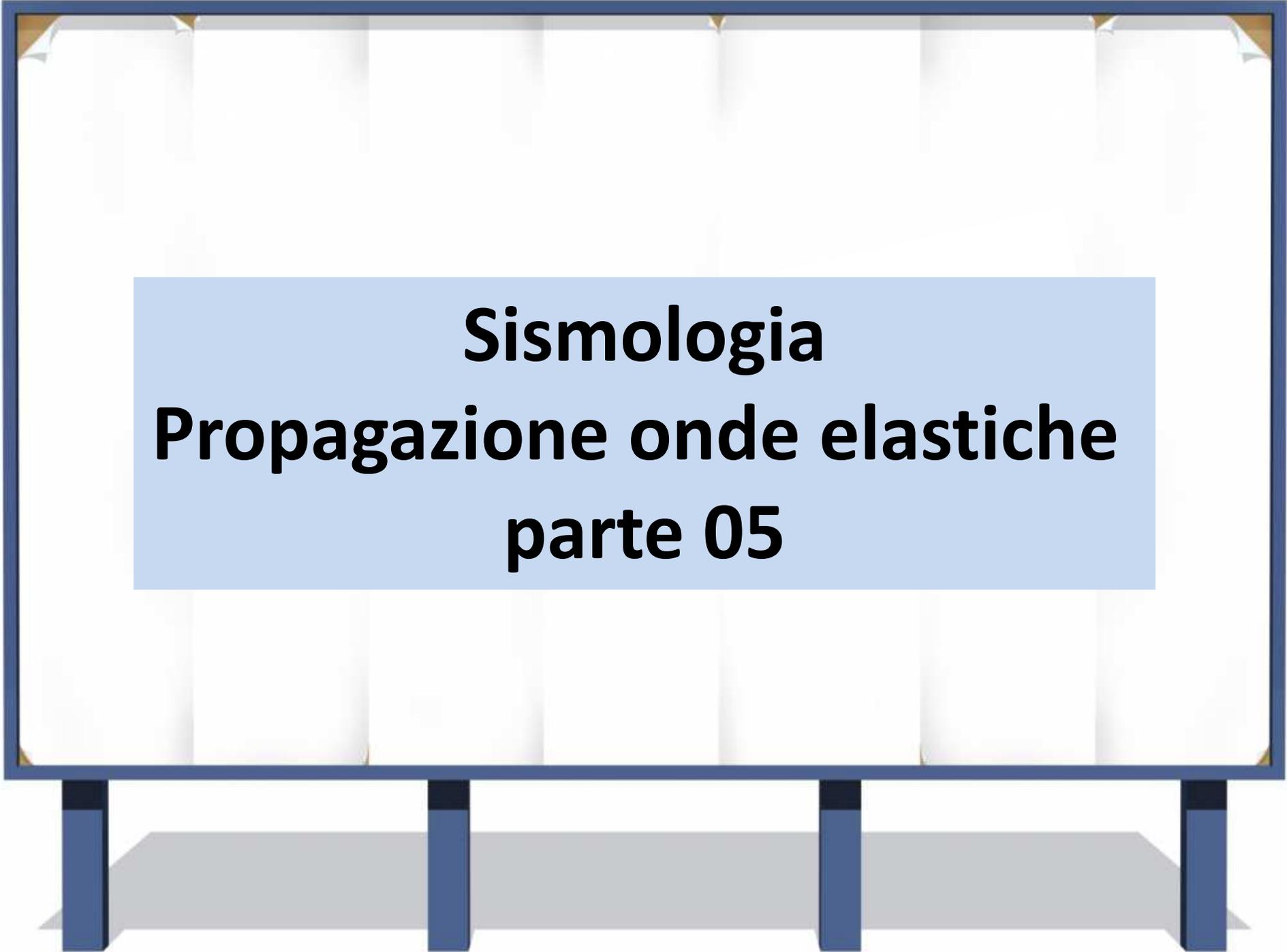


Sismologia e rischio sismico

concetti fisici – applicazioni - normativa

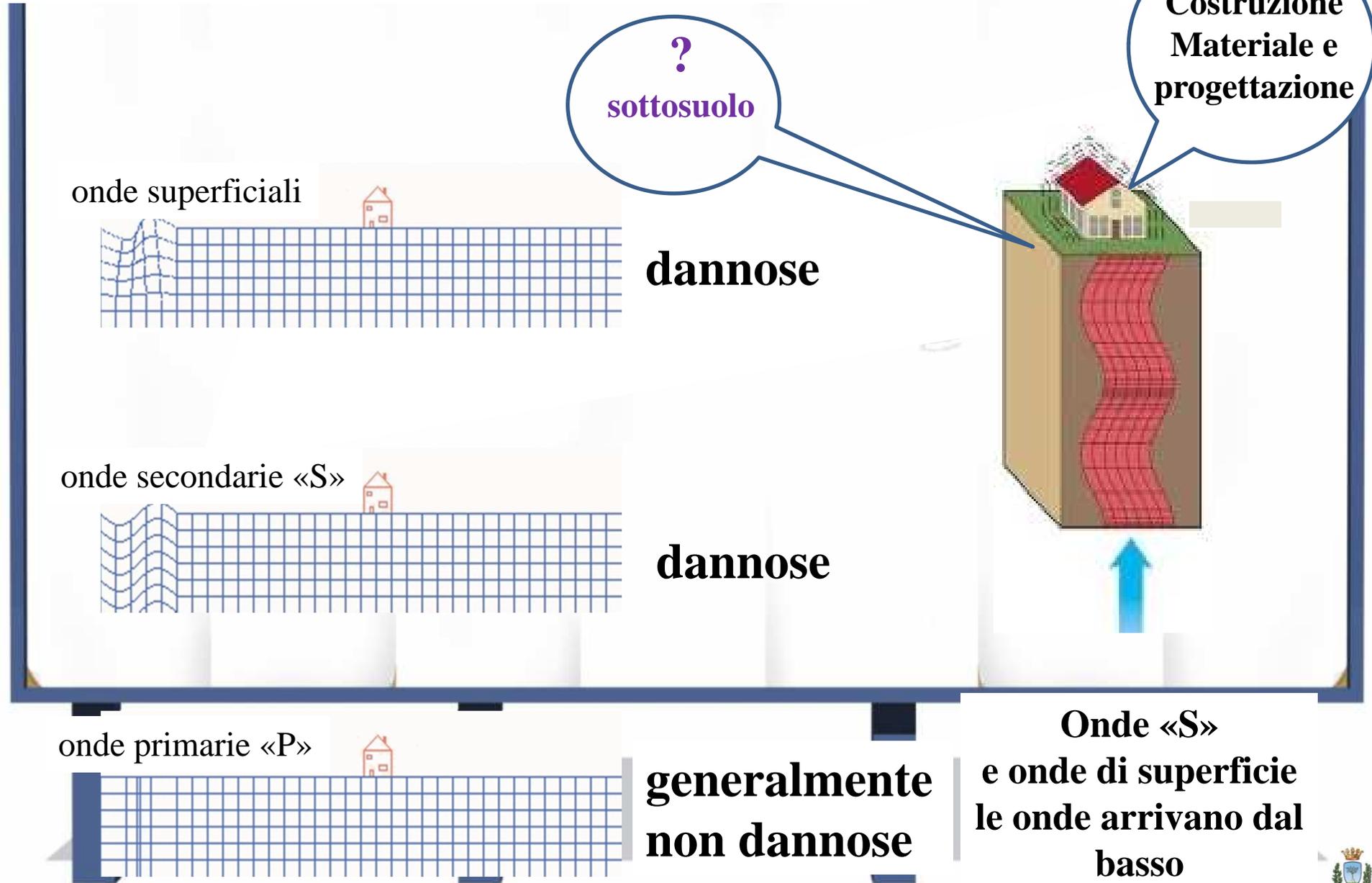


Sismologia
Propagazione onde elastiche
parte 05

Concetti - propagazione onde elastiche

- **Onde sismiche**
- Impedenza acustica
- Contrasti di impedenza acustica
- Pulsazione, frequenza angolare, frequenza, periodo
- Espressione matematica dell'onda

Terremoti ==> Tipologia di onde elastiche <-> vibrazioni prodotte



Concetti - propagazione onde elastiche

- Onde sismiche
- Impedenza acustica
- Contrasti di impedenza acustica
- Simulazione onde prodotte da faglia inversa
- Pulsazione, frequenza angolare, frequenza, periodo
- Espressione matematica dell'onda

Concetti - propagazione onde elastiche

impedenza acustica: rapporto

tra pressione e velocità di vibrazione delle particelle

Il termine vibrazione si riferisce **in particolare** ad una oscillazione meccanica **attorno ad un punto** d'equilibrio.

$$Z = V * \rho$$

$$V = \sqrt{\frac{M}{\rho}}$$

M : Modulo di elasticità dinamico

V : velocità onda

ρ : densità

Concetti - propagazione onde elastiche

impedenza acustica:

Quando un'onda acustica/elastica/...incontra un'interfaccia che separa due mezzi di **Z diversa**, una parte dell'onda è **trasmessa** all'altro mezzo, **mentre** un'altra parte **si riflette sull'interfaccia**.

Conoscendo la **Z si possono** calcolare la quantità di energia acustica trasmessa e riflessa oltre all'Ampiezza trasmessa

$$Z = V * \rho$$

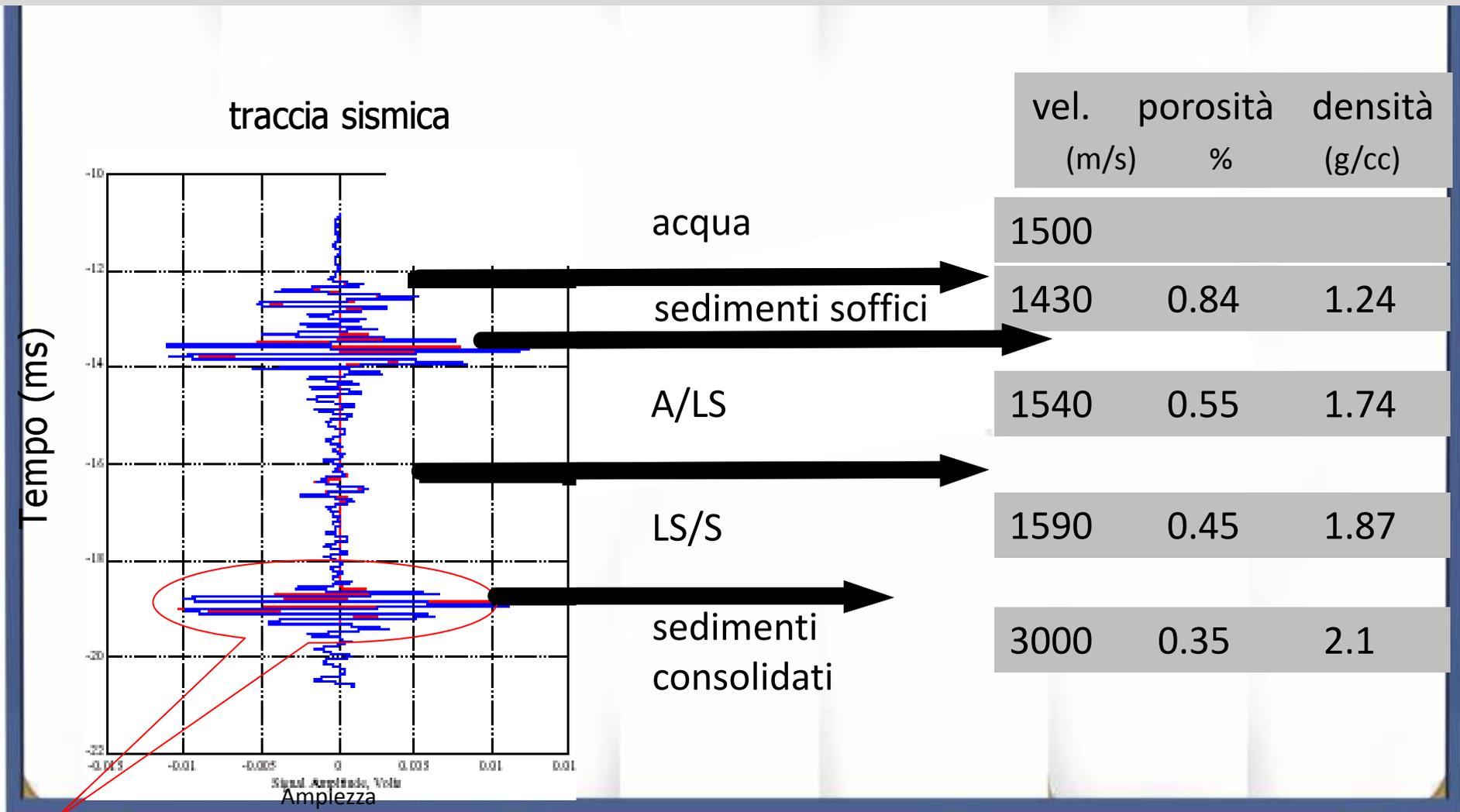
$$V = \sqrt{\frac{M}{\rho}}$$

M: Modulo di elasticità dinamico

V: velocità onda

ρ : densità

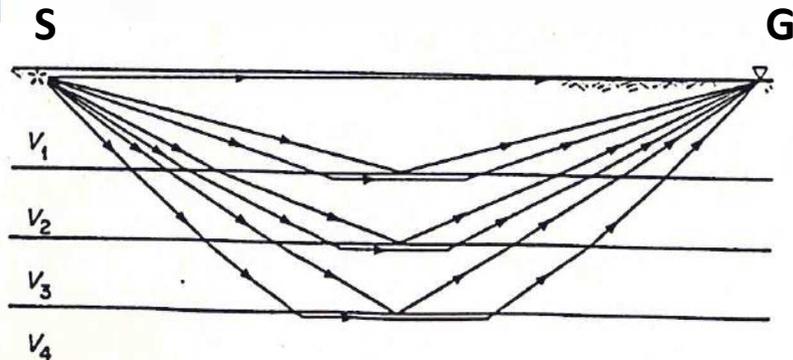
Concetti-propagazione onde elastiche–discontinuità sismiche



firma geofisica (l'ampiezza significativa di un'onda indica la presenza di una discontinuità fisica (non sempre coincidente con una discontinuità litologica) ricollegabile ad esempio ad un contrasto di velocità (e/o densità) tra i due mezzi. Tale contrasto per essere rilevato deve essere almeno di un ordine di grandezza, in positivo o in negativo.

Propagazione delle onde elastiche

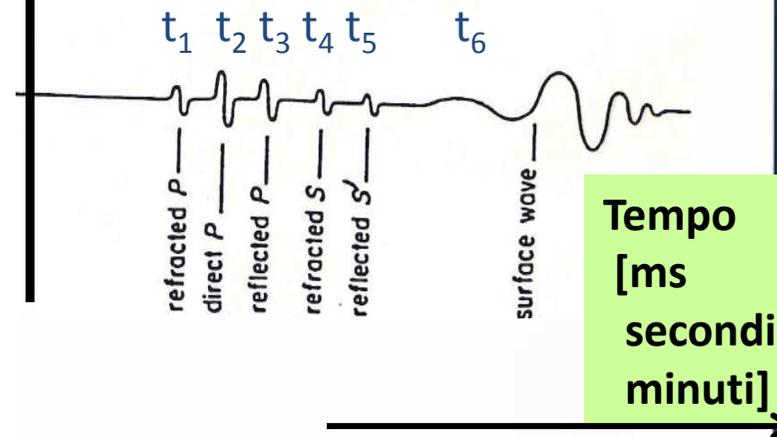
Modello 1D a 4 strati



$V_{p4} > V_{p3} > V_{p2} > V_{p1}$
densità crescente verso il basso

Ampiezza
(velocità, accelerazione spostamento)

sismogramma



se il contrasto di impedenza acustica è di almeno uno ordine di grandezza si verificano fenomeni di riflessione e rifrazione permettono all'energia sismica di tornare in superficie dove possono essere registrati dagli strumenti dislocati sulla superficie terrestre. L'arrivo delle onde sismiche ad un sensore posto in superficie ad una certa distanza registrerà gli arrivi con un ordine preciso che è funzione della velocità di propagazione delle stesse onde lungo il percorso attraversato (un esempio è riportato nella figura a destra in alto).

Blind Thrust Fault Earthquake Rupture Animation (Northridge, 1994) Brad Aagaard, USGS

<http://pasadena.wr.usgs.gov/office/baagaard/research/animations/animations.html>
The fault rupture will be visible in the animation. Displacements (magnified 3000 times) will be visible by the movement of the mesh from the model. The amplitude of motions and seismic waves is color coded according to ground velocity.

Note the rupture along the fault over time from the deepest extent of the fault.

Animazione

Illustra defomrmazione

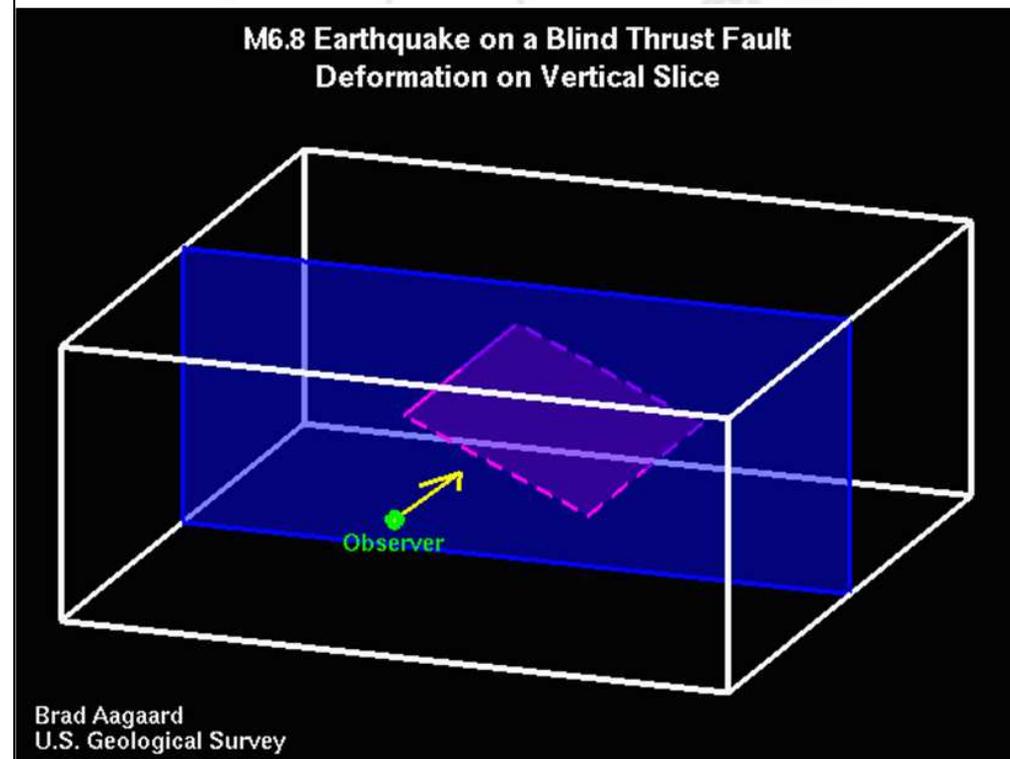
(spostamento esagerazione 300x)

*Visibile con il **movimento della griglia***

Ampiezza: velocità di movimento della particelle nel piano verticale (in m/s)

Le onde sono generate dalla propagazione della faglia

A velocità media di circa 3.2-3.5 km/s



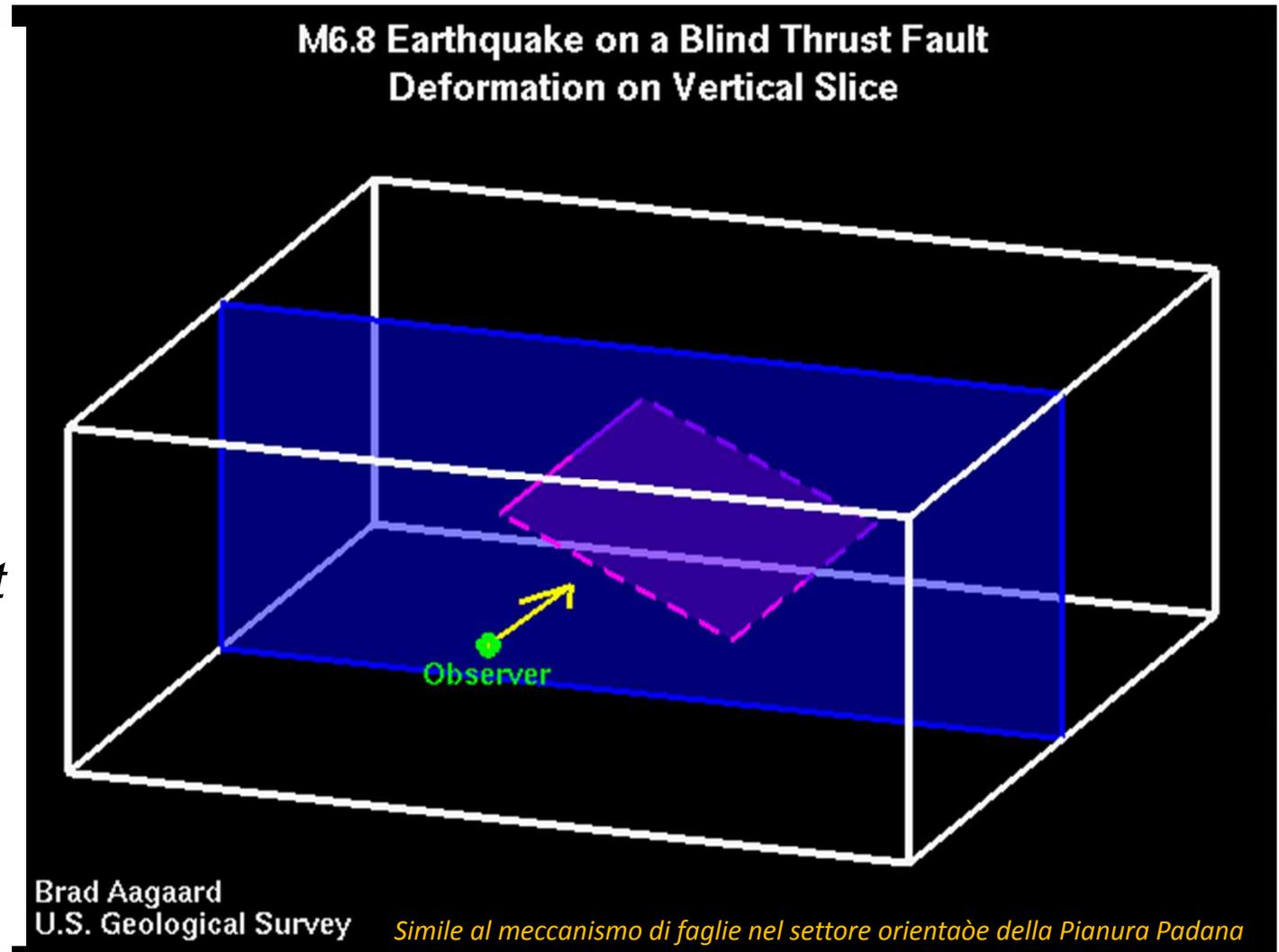
<http://web.ics.purdue.edu/~braile/new/AagaardBlindThrustAnimation.ppt> ,
Also: <http://web.ics.purdue.edu/~braile/edumod/tsunami/BlindThrustSlice.gif>

Blind Thrust Fault Earthquake Rupture Animation – Brad Aagaard, USGS

<http://pasadena.wr.usgs.gov/office/baagaard/research/animations/animations.html>

The fault rupture will be visible in the animation. Displacements (magnified 3000 times) will be visible by the movement of the mesh from the model. The amplitude of seismic waves is color coded according to ground velocity.

■ *Note that slip along the fault plane (deformation releasing elastic energy) generates seismic waves at every point along the fault plane that ruptures during the earthquake, **not** just from a single point (focus or hypocenter).*



Concetti - propagazione onde elastiche

- Onde sismiche
- Impedenza acustica
- Contrasti di impedenza acustica
- Simulazione onde prodotte da faglia inversa
- Pulsazione, frequenza angolare, frequenza, periodo
- Espressione matematica dell'onda

Onde elastiche: La propagazione delle onde emesse dal rilascio improvviso di energia meccanica è basato sulla teoria dell'elasticità:

Lo sforzo:

Un corpo solido può trovarsi in equilibrio pur essendo sottoposto a forze che in tali casi tendono a deformarlo

Il rapporto tra **Forza** applicata e l'**area A** del corpo al quale detta forza agisce uniformemente è nota come **Sforzo**

$$S = \frac{F}{A}$$

in Pa, Kpa, Mpa, Gpa ed anche in kg/cm² (poco usata questa unità)



Onde elastiche: La propagazione delle onde emesse dal rilascio improvviso di energia meccanica è basato sulla teoria dell'elasticità:

Tipo materiali:

- **Elastici** \Rightarrow deformazioni proporzionali agli sforzi e reversibile
- **Viscoelastici** \Rightarrow piccole deformazioni applicate per lungo tempo risultano in deformazione permanente
- **Plastici** \Rightarrow deformazioni restano permanenti risultati da sforzi di breve durata

ammassi rocciosi hanno un comportamento visco-plastico

Le unità di misura dello sforzo e deformazione:

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ pa [SI]}$$

$$1 \text{ pa} = 1 \text{ N/m}^2 \text{ [SI]}$$

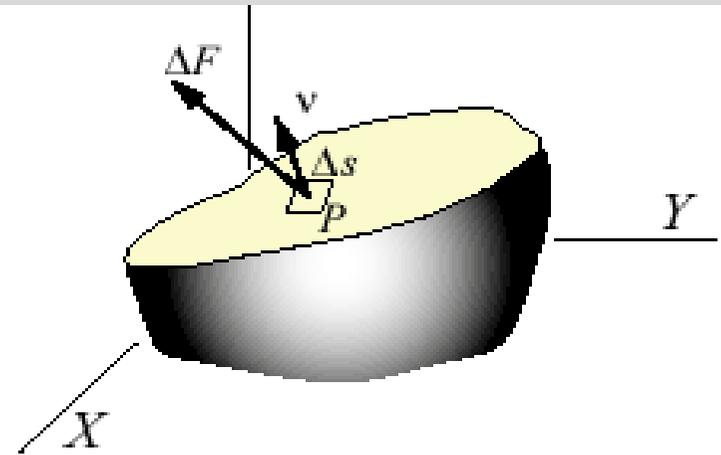
$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg.m/s}^2 \text{ [SI]}$$

$$1 \text{ N} = 10^5 \text{ dina [SI} \Rightarrow \text{cgs]}$$

Lo sforzo può essere di 2 tipi:

Lo sforzo: in un volume

$$S = \frac{F}{A}$$

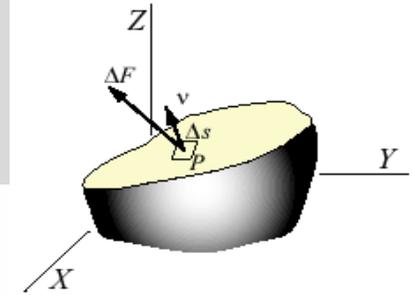


Tipi di sforzo (figura):

- sforzo di tensione (o trazione) o di compressione:
la forza ΔF è perpendicolare all'area $\Delta s \Rightarrow$ deformazione di volume (allungamento od accorciamento),
- sforzo tangenziale o di taglio:
la forza ΔF è parallela all'area $\Delta s \Rightarrow$ variazione di forma.



Lo sforzo: in un'unità di volume: forma matriciale - tensoriale



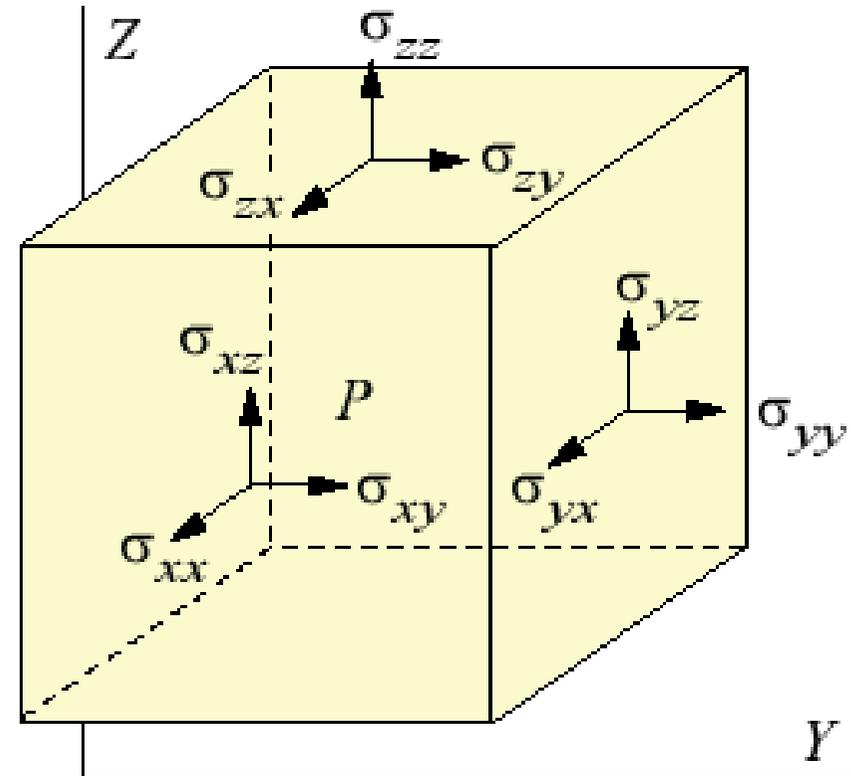
- Qualsiasi sforzo può essere scomposto nelle due direzioni principali rispetto all'area:
 - normale (σ_{xx})
 - tangenziale (σ_{xy})

Il tensore degli sforzi

$$T = \begin{matrix} X_x & X_y & X_z \\ Y_x & Y_y & Y_z \\ Z_x & Z_y & Z_z \end{matrix}$$

Xx: lo sforzo agente sulla faccia ortogonale all'asse x (**normale**)

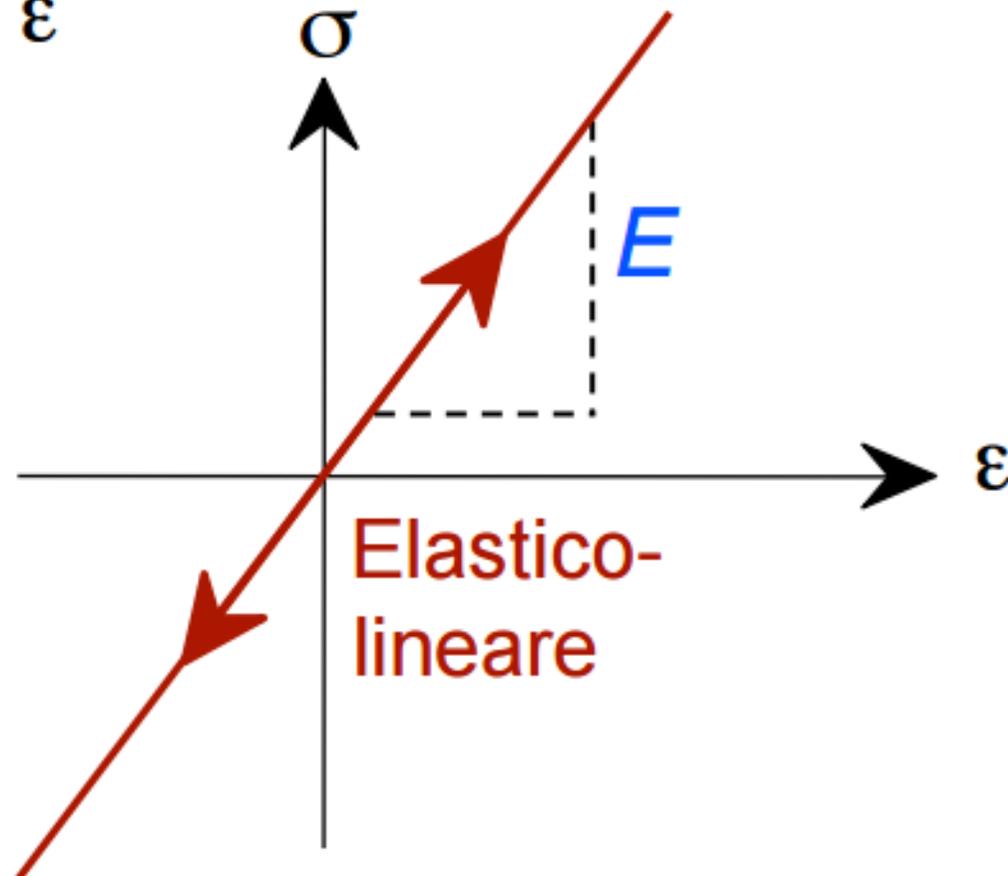
Yx: componente fuori diagonale - sforzo di taglio (**tangenziale**)



X

Lo sforzo – deformazione – Elastico lineare - Modulo di Young (E)

$$\sigma = E \varepsilon$$



Lo sforzo – forma matriciale - tensoriale

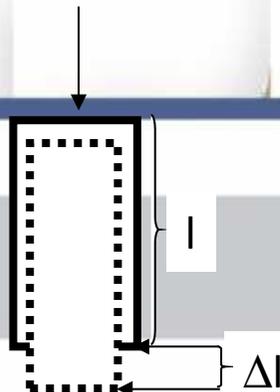
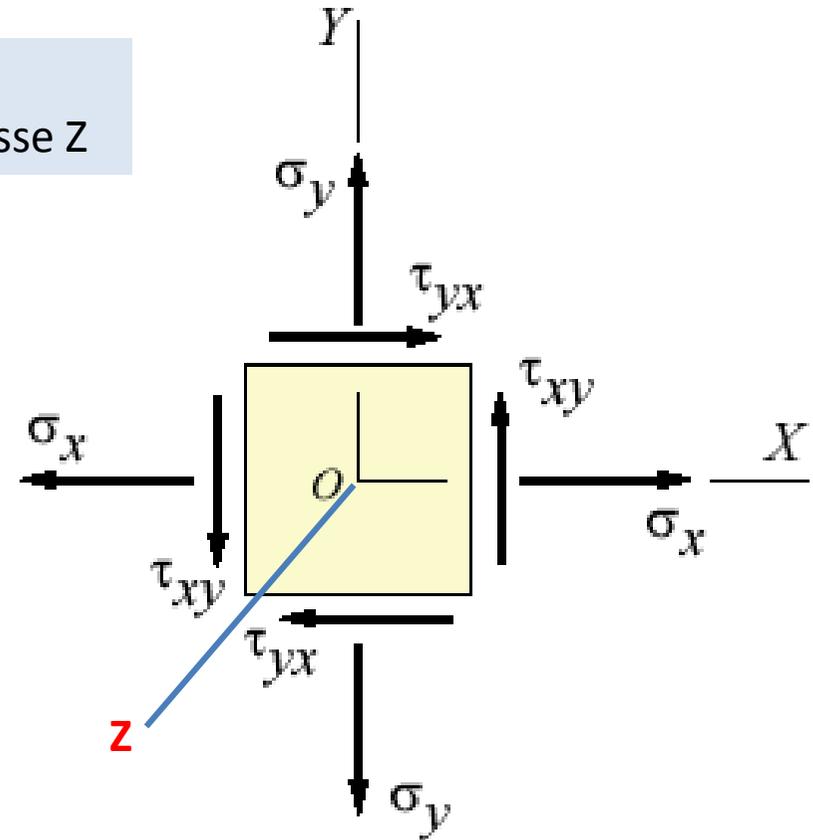
Aggiungi figura sforzo
deformazione

Posto:

N_3 : sforzo normale alla superficie perpendicolare all'asse Z

Secondo legge **di Hooke** le piccole deformazioni, δz , sono proporzionali allo sforzo (di trazione o di compressione)

N_3 applicato lungo l'asse **Z** sarà proporzionale alla deformazione subita tramite un coefficiente di proporzionalità (**E**): il **Modulo** Elastico Dinamico di **Young**



$$N_3 = E \cdot \delta z$$

Lo sforzo – normale - deformazione geometrica

Nella realtà 3D, lo sforzo applicato lungo un asse (ad es. **Z**) provoca **deformazioni aggiuntivi più lievi** anche e di segno opposto lungo gli altri due assi (**X**, **Y**). Questa deformazione detta Geometrica è espressa dalla seguente equazione:

$$\nu = -\frac{\partial x}{\partial z} = -\frac{\partial y}{\partial z}$$

deformazione geometrica
comportamento elastico

*Se non sono uguali
=> c'è anisotropia*

ν : rapporto (coefficiente) di Poisson

Lo sforzo – normale - deformazione geometrica (lineare elastica)

$$\nu = -\frac{\partial x}{\partial z} = -\frac{\partial y}{\partial z}$$

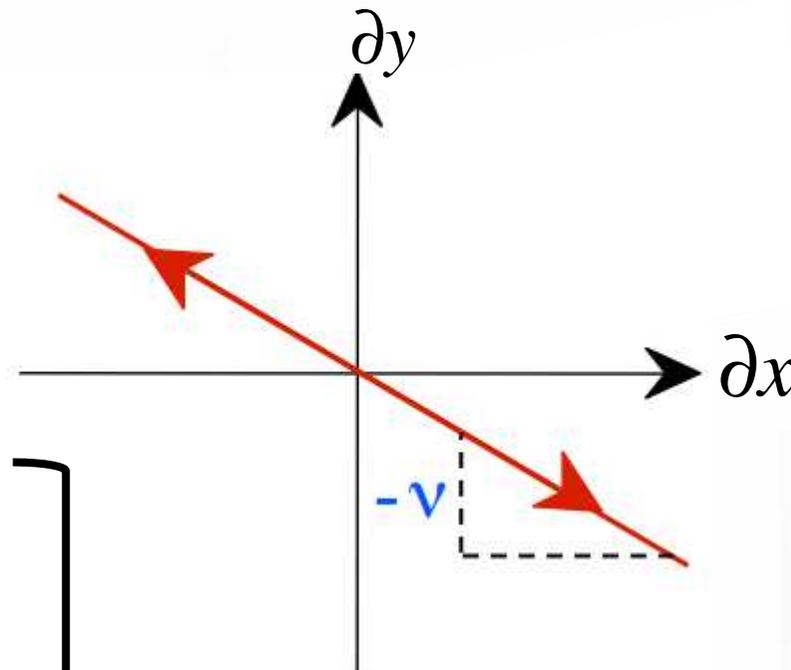
metalli: $\nu \sim 0.33$

ceramiche: $\nu \sim 0.25$

polimeri: $\nu \sim 0.40$

Roccia coerente: 0.25

Sedimenti incoerenti $\gg 0.25$

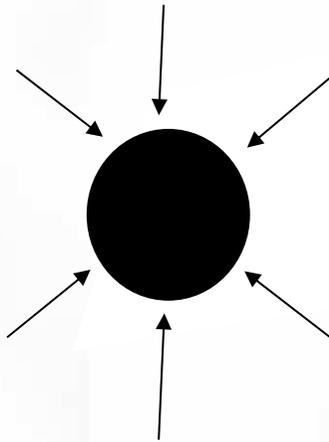


alcuni valori indicativi per diversi tipi di materiali

NB: nelle **rocce cristalli** la costante di deformazione di volume λ è nella media circa uguale al modulo di rigidità μ : per cui il valore del rapporto di Poisson è all'incirca pari a 0.25.

Lo sforzo – isotropo nelle tre direzioni principali – deformazione di volume

Se si applicano contemporaneamente tre tensioni N_1 , N_2 , N_3 , normali alle facce principali, le tre deformazioni saranno



$$\begin{aligned}\delta x &= \frac{1}{E} (N_1 - \nu N_2 - \nu N_3) \\ \delta y &= \frac{1}{E} (N_2 - \nu N_1 - \nu N_3) \\ \delta z &= \frac{1}{E} (N_3 - \nu N_1 - \nu N_2)\end{aligned}$$

Sommando si ottiene la deformazione volumetrica

$$\delta V = \delta x + \delta y + \delta z$$

$$\delta V = (N_1 + N_2 + N_3) \cdot \left(\frac{1 - 2\nu}{E} \right)$$

Lo sforzo – isotropo nelle tre direzioni principali - deformazione di volume (pressione)

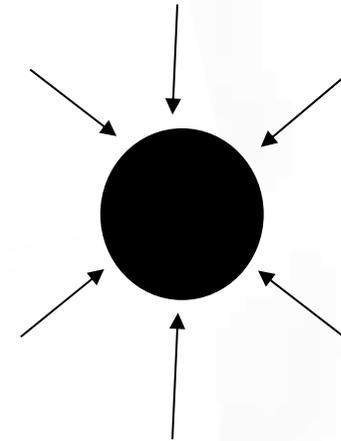
(Bulk modulus)

deformazione di volume

$$\delta V = \delta x + \delta y + \delta z$$

$$\delta V = (-3p) \cdot \left(\frac{1-2\nu}{E} \right)$$

deformazione volumetrica
pressione



$$K = \frac{-3P}{\delta V} = - \left(\frac{1-2\nu}{3.E} \right)$$

K :il modulo di Bulk (o incompressibilità)

Lo sforzo – conoscendo almeno due dei tre moduli elastici dinamici (E , ν , k) si può risalire agli sforzi principali applicati perpendicolarmente alle superfici:

$$\delta_x = \frac{1}{E} (N_1 - \nu N_2 - \nu N_3)$$

$$\delta_y = \frac{1}{E} (N_2 - \nu N_1 - \nu N_3)$$

$$\delta_z = \frac{1}{E} (N_3 - \nu N_1 - \nu N_2)$$

oppure sommando e poi sottraendo νN , avremo:

$$\delta_x = \frac{1}{E} \left((1+\nu) \cdot N_1 - \nu (N_1 + N_2 + N_3) \right)$$

$$\delta_y = \frac{1}{E} \left((1+\nu) \cdot N_2 - \nu (N_1 + N_2 + N_3) \right)$$

$$\delta_z = \frac{1}{E} \left((1+\nu) \cdot N_3 - \nu (N_1 + N_2 + N_3) \right)$$

Lo sforzo – conoscendo almeno due dei tre moduli elastici dinamici (E , ν , k) si può risalire agli sforzi principali applicati perpendicolarmente alle superfici:

$$\delta x = \frac{1}{E} \left((1+\nu) \cdot N_1 - \nu(N_1 + N_2 + N_3) \right)$$

$$\delta y = \frac{1}{E} \left((1+\nu) \cdot N_2 - \nu(N_1 + N_2 + N_3) \right)$$

$$\delta z = \frac{1}{E} \left((1+\nu) \cdot N_3 - \nu(N_1 + N_2 + N_3) \right)$$

... da cui risolvendo rispetto a **N** otteniamo le equazioni che descrivono lo sforzo

$$N_1 = \frac{E}{(1+\nu)} \delta x + \frac{\nu}{(1+\nu)} (N_1 + N_2 + N_3)$$

$$N_2 = \frac{E}{(1+\nu)} \delta y + \frac{\nu}{(1+\nu)} (N_1 + N_2 + N_3)$$

$$N_3 = \frac{E}{(1+\nu)} \delta z + \frac{\nu}{(1+\nu)} (N_1 + N_2 + N_3)$$



Lo sforzo – conoscendo almeno due dei tre moduli elastici dinamici (E , ν , k) si può risalire agli sforzi principali applicati perpendicolarmente alle superfici:

$$N_1 = \frac{E}{(1+\nu)} \delta x + \frac{\nu}{(1+\nu)} (N_1 + N_2 + N_3)$$

$$N_2 = \frac{E}{(1+\nu)} \delta y + \frac{\nu}{(1+\nu)} (N_1 + N_2 + N_3)$$

$$N_3 = \frac{E}{(1+\nu)} \delta z + \frac{\nu}{(1+\nu)} (N_1 + N_2 + N_3)$$

espressione 1

calcolando la somma

$$\sum_i \delta V = \frac{1}{E} (1 + \nu) \sum_i N_i - 3\nu \sum_i N_i = \frac{1 - 2\nu}{E} \sum_i N_i$$

Ovvero la Legge di Hooke che lega lo sforzo alla deformazione

espressione 2

$$N_1 + N_2 + N_3 = \frac{E}{1-2\nu} (\delta_x + \delta_y + \delta_z)$$

Lo sforzo – conoscendo almeno due dei tre moduli elastici dinamici (E , ν , k) si può risalire agli sforzi principali applicati perpendicolarmente alle superfici:

Riorganizzando espressione 1 e considerando l'espressione 2 si ottengono gli sforzi principali in termini di:

(1) Modulo di Young **(2)** rapporto di Poisson **(3)** modulo di incompressibilità

$$N_1 = \frac{\nu \cdot E \cdot \delta V}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)} + \frac{E \cdot \delta x}{1 + \nu}$$
$$N_2 = \frac{\nu \cdot E \cdot \delta V}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)} + \frac{E \cdot \delta y}{1 + \nu}$$
$$N_3 = \frac{\nu \cdot E \cdot \delta V}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)} + \frac{E \cdot \delta z}{1 + \nu}$$

Definizione di altri moduli elastici dinamici:

Costanti di Lamé: la prima è λ e la seconda μ 'rigidità'

Introducendo nell'espressione 1

Le costanti di Lamé si ottengono

Le espressioni di Hooke

In termini di sforzo principale e deformazione

$$\lambda = \frac{\nu \cdot E}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)}$$

$$\mu = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad \text{eq. 2 e 3}$$

avremo:

variazione di volume

variazione di forma

$$N_1 = \lambda \cdot \delta V + 2\mu \cdot \delta x$$

$$N_2 = \lambda \cdot \delta V + 2\mu \cdot \delta y$$

$$N_3 = \lambda \cdot \delta V + 2\mu \cdot \delta z$$

$$N_1 = \frac{\nu \cdot E \cdot \delta V}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)} + \frac{E \cdot \delta x}{1 + \nu}$$
$$N_2 = \frac{\nu \cdot E \cdot \delta V}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)} + \frac{E \cdot \delta y}{1 + \nu}$$
$$N_3 = \frac{\nu \cdot E \cdot \delta V}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)} + \frac{E \cdot \delta z}{1 + \nu}$$

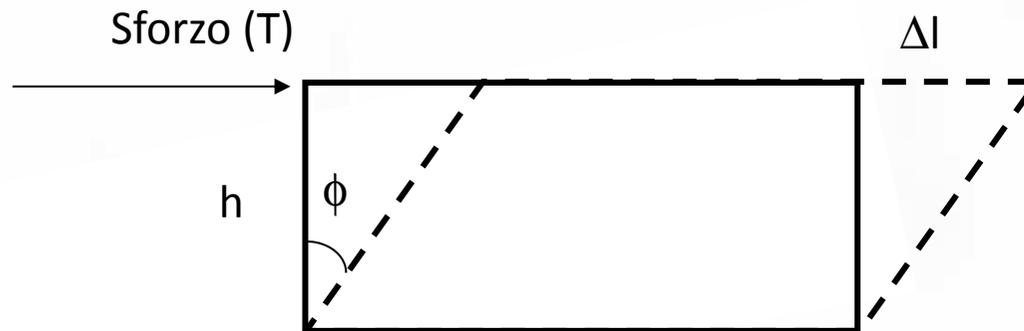
Lo sforzo tangenziale o taglio (μ : il modulo di rigidità (o G_{\max}) (shear modulus) - deformazione di forma

$$\mu = \frac{\sigma}{\phi}$$

dove,

$$\frac{\Delta l}{h} = \text{tg}(\phi)^{-1}$$

ϕ = deformazione angolare



Possiamo ora definire lo sforzo tangenziale T:

$$\mu = \frac{\sigma}{\phi}$$

$$T = \frac{\Delta l}{h} \mu$$

$$\mu = \frac{T}{h} = \frac{T}{\varepsilon}$$

Il coefficiente di Poisson può essere definito in rapporto alle costanti di Lamé e μ riorganizzando **eq. 2 e 3**

$$\nu = \frac{\lambda}{2 \cdot (\lambda + \mu)}$$

μ : il modulo di rigidità (o G_{\max})

Numericamente può assumere valori dell'ordine del Giga pascal...

**μ (o G_{\max}) ha valori per le rocce compresi tra:
 0.2×10^6 e 1.2×10^6 (bar)**

=

$[2 \times 10^{10} - 12 \times 10^{10} \text{ N/m}^2 \text{ (pascal)}]$

Le unità di misura dello sforzo e deformazione:

1 bar = 10^5 pa [SI]

1 pa = 1 N/m² [SI]

1 N = 1 kg.m/s² [SI]

1 N = 10^5 dina [SI=>cgs]

Valori numerici dei moduli elastici dinamici

mezzi competenti "roccia"
hanno valori dei moduli elastici dinamici
dell'ordine di Gpa

TABLE 2-1 Elastic Properties of Selected Rock Specimens

SPECIMEN	(K) BULK MODULUS (N/m ²)	(μ) SHEAR MODULUS (N/m ²)	(E) YOUNG'S MODULUS (N/m ²)	(ν) POISSON'S RATIO
Sandstone, quartzitic	4.17×10^{10}	4.28×10^{10}	9.6×10^{10}	0.118
Limestone, Solenhofen, Bavaria, West Germany	4.67×10^{10}	2.47×10^{10}	6.3×10^{10}	0.276
Granite, Quincy, Mass.	5.21×10^{10}	3.45×10^{10}	8.49×10^{10}	0.229
Gabbro, French Creek, Penn.	8.85×10^{10}	4.80×10^{10}	10.43×10^{10}	0.270
Marble, Vermont	7.19×10^{10}	3.33×10^{10}	8.7×10^{10}	0.299

From Francis Birch, J. F. Schairer, and H. Cecil Spicer (editors), *Handbook of Physical Constants*, Geological Society of America, Special Papers, No. 36, Table 5-8, p. 80, January 31, 1942, reprinted 1961.

NB: Foglio di calcolo excel già impostato per calcolare i moduli elastici dinamici è nella pagine docente \software

I moduli elastici determinati da indagini sismiche sono chiamati dinamici al contrario di quelli statici misurati in laboratorio o da prove specifiche in sito

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$$

$$k = \frac{3\lambda + 2\mu}{3}$$

*E, k, μ (o G_{max}) hanno valori per le rocce compresi tra:
0.2x10⁶ e 1.2x10⁶ (bar) o [2x10¹⁰ – 12x10¹⁰ N/m² (pascal)]*

E nei materiali

Cemento: 30 Gpa; Acciaio: 200 Gpa; Alluminio: 70 Gpa

Come si può osservare conoscendo **almeno due dei tre** moduli elastici dinamici (E , ν , k) si può risalire a determinare il valore degli altri moduli.

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$$

$$k = \frac{3\lambda + 2\mu}{3}$$

Questi moduli elastici dinamici assieme alla densità costituiscono i parametri necessari che controllano la velocità di propagazione delle onde elastiche nei mezzi espressa dalla seguente equazione:

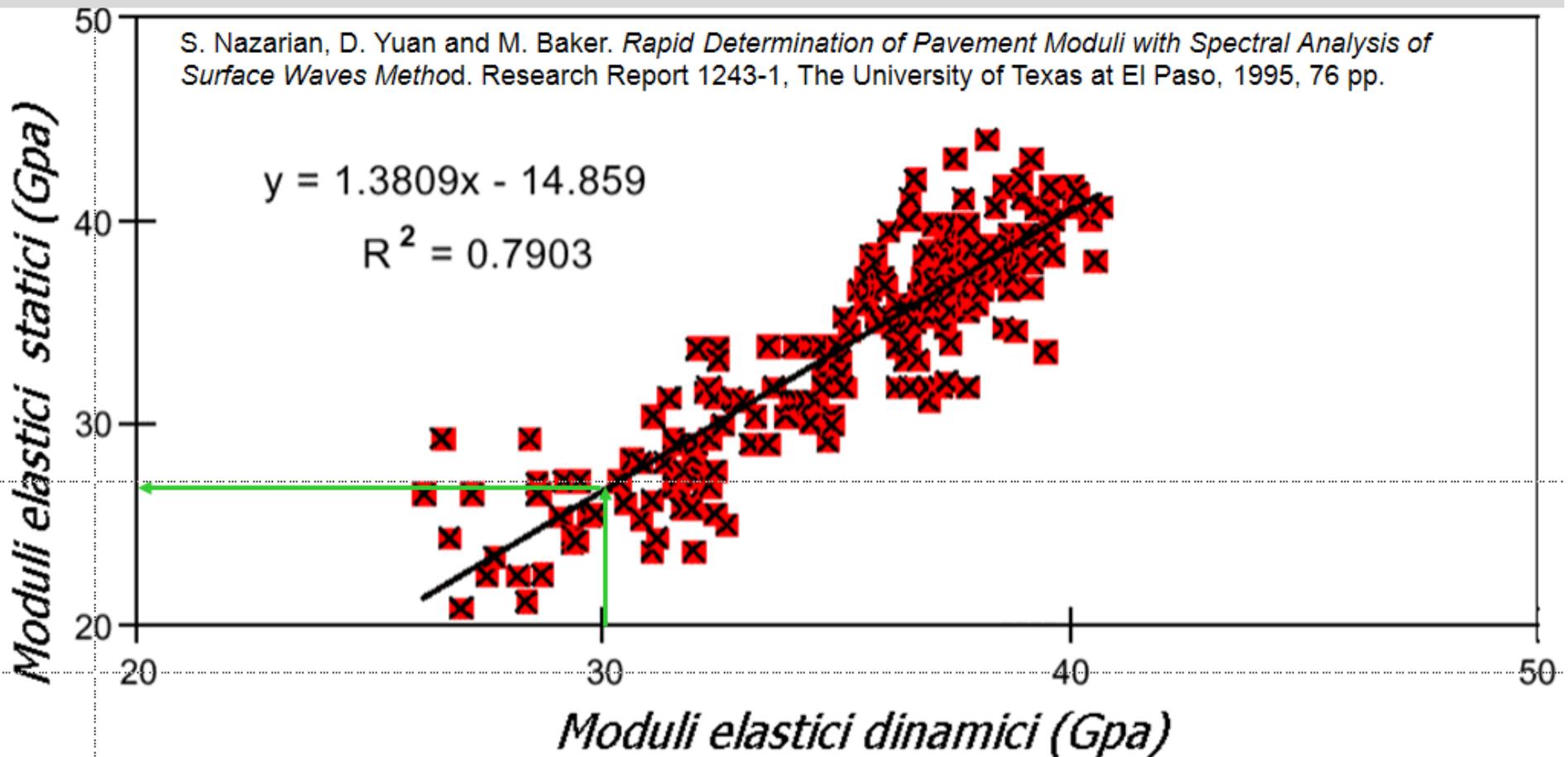
$$V = \sqrt{\frac{M}{\rho}}$$

M : Modulo di elasticità dinamico

V : velocità onda

ρ : densità

Moduli elastici dinamici (da misure sperimentali) vs quelli statici (da prove di laboratorio)



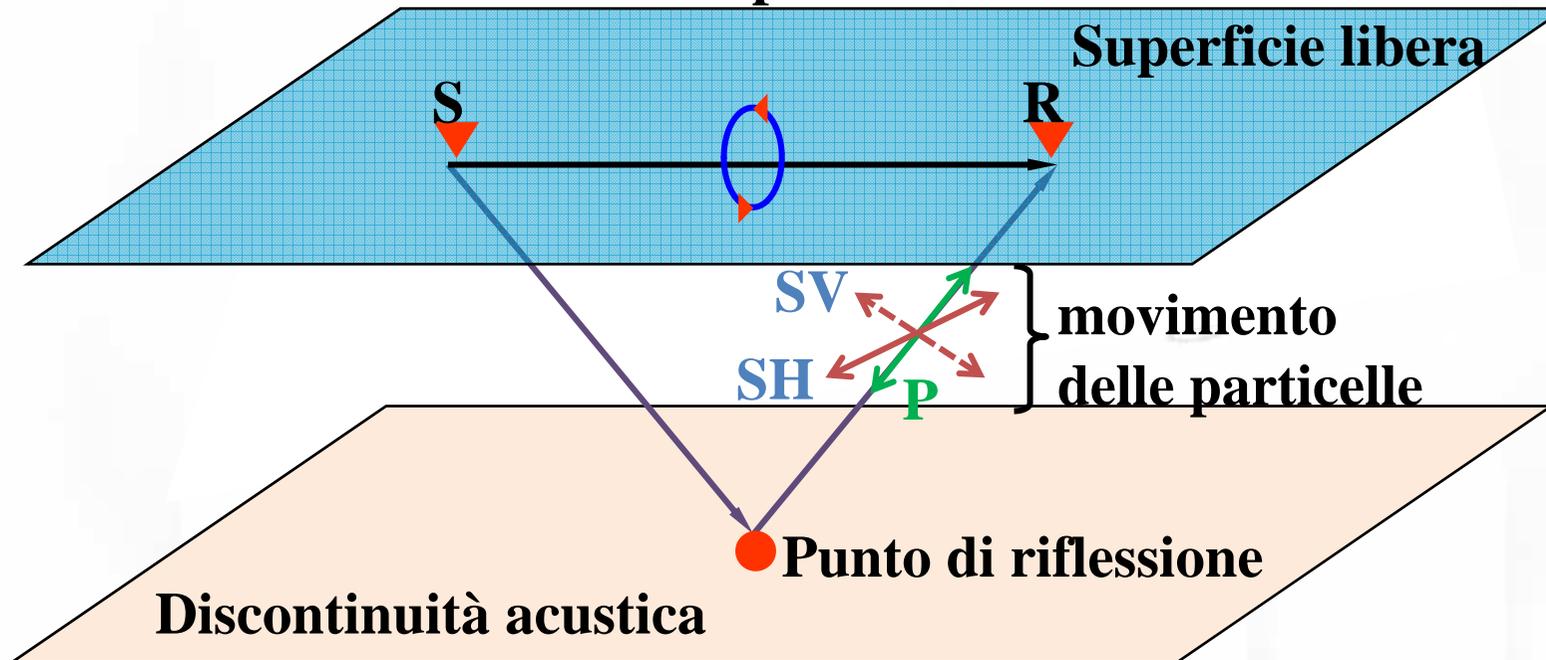
Esiste una forte correlazione tra i moduli elastici dinamici ottenuti da prove geofisiche (in sito) e quelli statici ottenuti da prove in laboratorio. L'esempio si riferisce al caso di prove eseguite su manti stradali. La correlazione evidenzia che i moduli dinamici sono sempre superiori a quelli statici. Si ricordi che i moduli dinamici si riferiscono a valori di deformazione $< 0,001\%$

onde elastiche - tipo

S: sorgente (artificiale o naturale – passiva o attiva)

R: ricevitore

Ground roll o
Onde superficiali



Velocità onde elastiche di volume (P ed S)

Uno sforzo normale N produce
un'onda longitudinale

Onde longitudinale (P)

$$V_P = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$$

Onde di taglio (S)

$$V_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

Uno sforzo tangenziale
Alla superficie produce
un'onda trasversale

$$V_P > V_S$$

$$V_P \cong 1.4 V_S$$

se 0.2 $\leftarrow (v) \rightarrow$ 0.3

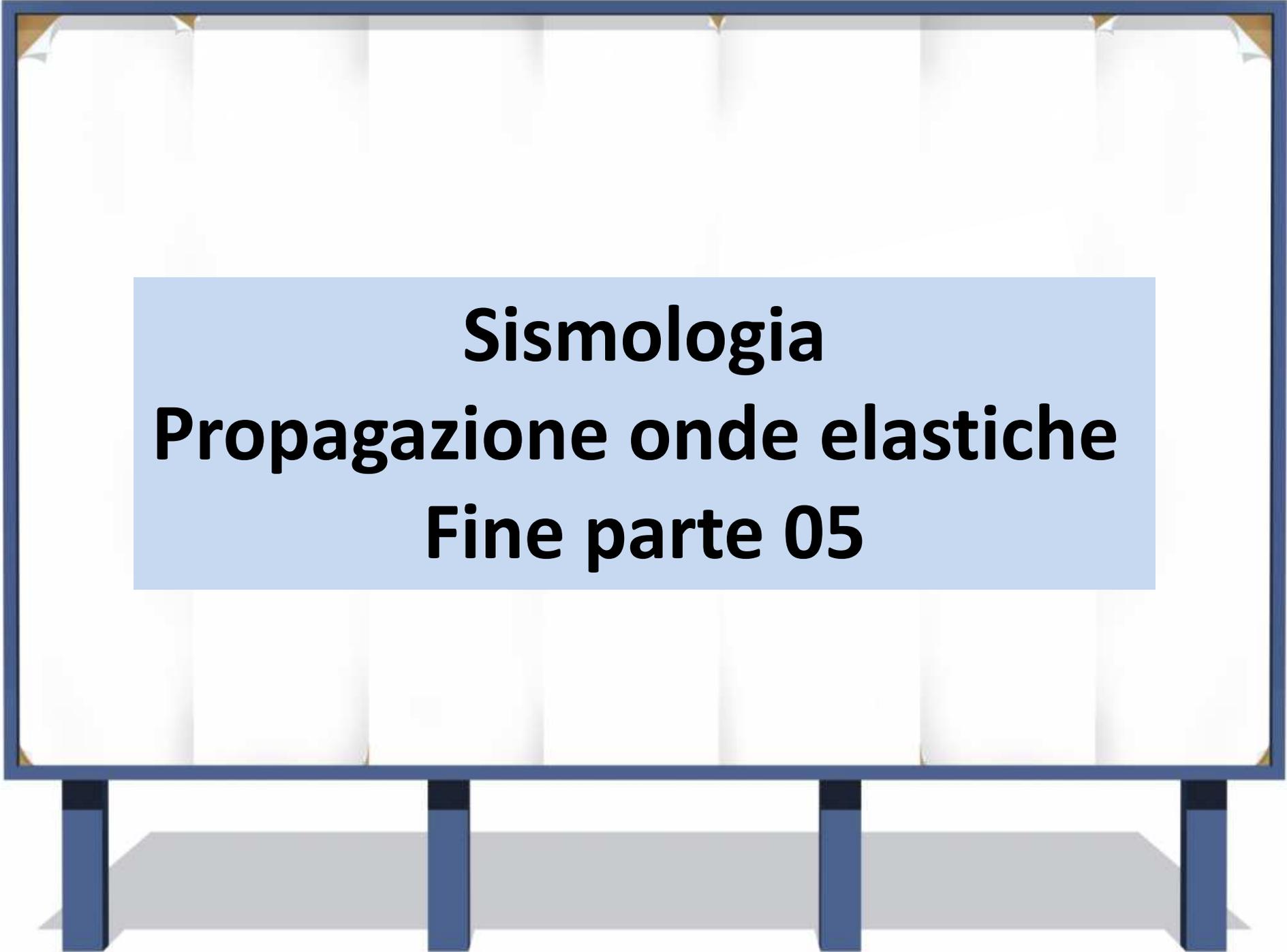
$$\frac{V_P}{V_S} = \sqrt{3} \quad (\text{con } \nu = 0.25)$$

Velocità onde elastiche di superficie (R ed L)

L ed R sono onde dispersive

- Le onde di **Rayleigh (R)** si formano alla superficie libera dei corpi per interferenza costruttiva delle onde P ed SV,
- Le onde di **Love** si formano per interferenza costruttiva delle riflessioni multiple delle onde SH alla superficie libera del suolo.,
- le onde di Love si formano solo se tali riflessioni possono avvenire,
- Ovvero, la velocità vari con la profondità o a gradini (in aumento od in diminuzione) o che cresca con continuità,
- Risulta che le onde di Love non si formano alla superficie di un semispazio omogeneo.
- Mentre, in un semispazio omogeneo, le onde R si generano e si propagano ad una velocità di fase Rayleigh V_R data da

$$V_R = \left(\frac{0.862 + 1.14\nu}{1 + \nu} \right) \times V_S$$



Sismologia
Propagazione onde elastiche
Fine parte 05