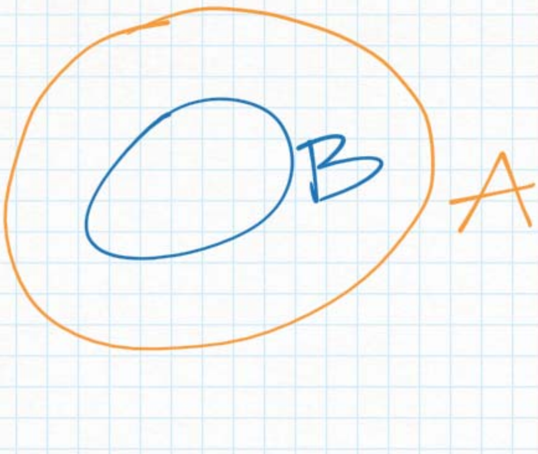
Insiemi numerici

Dati gli arbitrari insiemi non vuoti A e B, l'uguaglianza $A \cup B = A$ è

a. Sempre vera

b. In generale falsa

c. Vera se e solo se B è sottoinsieme di A



Potenze e loro proprietà

Il numero $(2^3)^{-2}$ è uguale a

a. 2^6

~~**b.**~~ $1/2^6$

c. $1/2^5$

Il numero $(3^2)^3$ è uguale a

a. 3^5

~~**b.**~~ 3^6

c. 9^2

$$(2^3)^{-2} = \frac{1}{(2^3)^2} = \frac{1}{2^6}$$

$$(3^2)^3 = 3^6$$

Polinomi

Il prodotto $(a + 2b - 3)(b - a + 4)$ è uguale a

a. $-a^2 - ab + 2b^2 + 7a + 5b + 12$

b. $-a^2 - ab + 2b^2 + a + 5b - 12$

c. $-a^2 - ab + 2b^2 + 7a + 5b - 12$

$$a(b-a+4)+2b(b-a+4)-3(b-a+4$$

$$= \cancel{ab} + 4a - \cancel{a^2} + \cancel{2b^2} - \cancel{2ab} + \cancel{8b} - \cancel{3b} + 3a - \cancel{12}$$

$$-a^2 + 2b^2 - 12 - ab + 5b + 7a$$

Prodotti notevoli

Il prodotto $(3x + 2y)^3$ è uguale a

a. $27x^3 + 54x^2y + 36xy^2 + 8y^3$

b. $9x^3 + 54x^2y + 36xy^2 + 6y^3$

c. $27x^3 + 18x^2y + 36xy^2 + 8y^3$

Il prodotto $(3a - b)^2$ è uguale a

a. $9a^2 + 6ab + b^2$

b. $9a^2 - 6ab + b^2$

c. $9a^2 - 6ab - b^2$

$$(3x)^3 + 3(3x)^2 2y +$$
$$+3(3x)(2y)^2 + (2y)^3 =$$
$$= 27x^3 + 54x^2y +$$
$$+36xy^2 + 8y^3$$

$$9a^2 + b^2 - 6ab$$

Scomposizione in fattori

La scomposizione in fattori del polinomio $5x^2y^2 + 5x^2 + y^2 + 1$ è

a. $(y^2+1)^2(5x^2+1)$

b. $(5x^2+1)^2(y^2+1)$

c. $(y^2+1)(5x^2+1)$

$$5x^2(y^2+1) + y^2+1 = (y^2+1)(5x^2+1)$$

Divisione tra polinomi

Il quoziente dell'operazione $(3x^4 + 13x^3 - 27x^2 + 10) : (x^2 + 5x - 5)$ è

a. $3x^2 - 2x + 2$

b. $3x^2 - 2x - 2$

c. $3x^2 - x - 2$

$$
\begin{array}{rrrrr|l}
3x^4 & +13x^3 & -27x^2 & +0x & +10 & x^2+5x-5 \\
\cline{6-6}
-3x^4 & -15x^3 & +15x^2 & & & 3x^2-2x-2 \\
\cline{1-5}
/ & -2x^3 & -12x^2 & +0x & +10 & \\
 & +2x^3 & +10x^2 & -10x & & \\
\cline{2-5}
 & / & -2x^2 & -10x & +10 & \\
 & & / & / & / &
\end{array}
$$

Regola di Ruffini

Usare la regola di Ruffini per calcolare quoziente e resto dell'operazione $(3x^3 - 4x^2 - 2x + 4) : (x - 2)$. I valori ottenuti sono

a. $Q(x) = 3x^2 + 2x + 2, \qquad R(x) = 0$

b. $Q(x) = 3x^2 - 2x + 2, \qquad R(x) = 8$

c. $Q(x) = 3x^2 + 2x + 2, \qquad R(x) = 8$

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 3 & -4 & -2 & 4 \\ 2 & & 6 & 4 & 4 \\ \hline & 3 & 2 & 2 & 8 \end{array}$$

$3x^2 + 2x + 2$

Usare la regola di Ruffini per scomporre il polinomio $P(x) = x^4 + x^3 - 5x^2 + x - 6$.
La scomposizione ottenuta è

~~a.~~ $P(x) = (x-2)(x+3)(x^2+1)$

b. $P(x) = (x-2)(x-3)(x^2+1)$

c. $P(x) = (x-2)(x+3)(x^2-1)$

$P(+2) = 2^4 + 2^3 - 5 \cdot 2^2 + 2 - 6 = 0$

$P(x) : (x-2)$

$$\begin{array}{c|cccc|c} & 1 & 1 & -5 & 1 & -6 \\ 2 & & 2 & 6 & 2 & 6 \\ \hline & 1 & 3 & 1 & 3 & / \end{array}$$

$x^3 + 3x^2 + x + 3$

$$x^3 + 3x^2 + x + 3$$

$$P(-3) = -3^3 + 3 \cdot 9 - 3 + 3 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrr|r}
 & 1 & 3 & 1 & 3 \\
-3 & & -3 & 0 & -3 \\
\hline
 & 1 & 0 & 1 & /
\end{array}$$

$$x^2 + 1$$

Equazioni di primo grado

L'uguaglianza $2x - 3 = 0$ si verifica quando

a. $x = 2/3$

b. $x = 3/2$

c. $x = -3/2$

$$2x = 3$$

$$x = 3/2$$

Disequazioni di primo grado

La disuguaglianza $3x - 2 \leq 5x + 1$ si verifica quando

a. $x \leq -3/2$

b. $x \geq 3/2$

c. $x \geq -3/2$

$$3x - 2 \leq 5x + 1$$

$$3x - 5x \leq 2 + 1$$

$$-2x \leq 3$$

$$x \geq -\frac{3}{2}$$

Equazioni di secondo grado

L'uguaglianza $a^2 + 49 = 0$ si verifica

a. Per $a = 7$

b. Per $a = -7$

c. Per nessun numero reale a

$$a^2 = -49$$

Disequazioni di secondo grado

La disuguaglianza $a^2 + 16 > 0$ si verifica

~~a.~~ Per ogni numero reale a

b. Per nessun numero reale a

c. Solo se $a = 4$

$$a^2 + 16 > 0$$

$$a^2 > -16$$

Disequazioni fratte

La disuguaglianza $\frac{x^2+5x-14}{x+2} > 0$ si verifica per

a. $-7 < x < -2 \vee x > 3$

b. $-7 < x < -2$

~~**c.**~~ $-7 < x < -2 \vee x > 2$

$N > 0$

$+x^2+5x-14 > 0$

$x^2+5x-14=0$

$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25+56}}{2} =$

$= \frac{-5 \pm 9}{2}$ $\begin{matrix} 2 \\ -7 \end{matrix}$

$x < -7 \vee x > 2$

$D > 0 \quad x > -2$

-7		-2		2	
+	−		−		+
−	−		+		+
−	+		−		+

Disequazioni irrazionali

La disuguaglianza $\sqrt{x^2+2} \leq x+1$ si verifica per

a. $x \geq -1$

b. $x \leq 1/2$

c. $x \geq 1/2$

C.E.

$x^2+2 \geq 0$

$x^2 \geq -2 \quad \forall x$

$x+1 > 0$

$x > -1$

$\cancel{x^2}+2 < \cancel{x^2}+1+2x$

$2x > 1 \quad x > \frac{1}{2}$

Equazioni in valore assoluto

L'uguaglianza $|3 - 5x| = 3 - x^2$ si verifica per

~~a.~~ $x = 0$

b. Nessun valore di x reale

c. $x = -3 \vee x = -2$

$$\begin{cases} 3-5x<0 & x>1/5 \\ -3+5x=3-x^2 \end{cases}$$

$$x^2+5x-6=0$$

$$\begin{cases} 3-5x>0 \\ 3-5x=3-x^2 \end{cases} \quad \begin{cases} x<3/5 \\ x^2-5x=0 \end{cases}$$

$$x(x-5)=0 \quad \begin{matrix} \nearrow x=0 \\ \searrow x=5 \end{matrix}$$

$$x^2+5x-6=0$$

$$\frac{-5\pm\sqrt{25+24}}{2}=\frac{-5\pm 7}{2}$$

$$\begin{cases} 1 \\ -6 \end{cases}$$

$$\boxed{x=1}$$

$$x=-6$$

Disequazioni in valore assoluto

La disuguaglianza $|x^2 - 2| > -x$ si verifica per

a. $x < -2$

~~**b.**~~ $x < -2 \vee x > -1$

c. $-2 < x < -1$

$x^2 = 2$

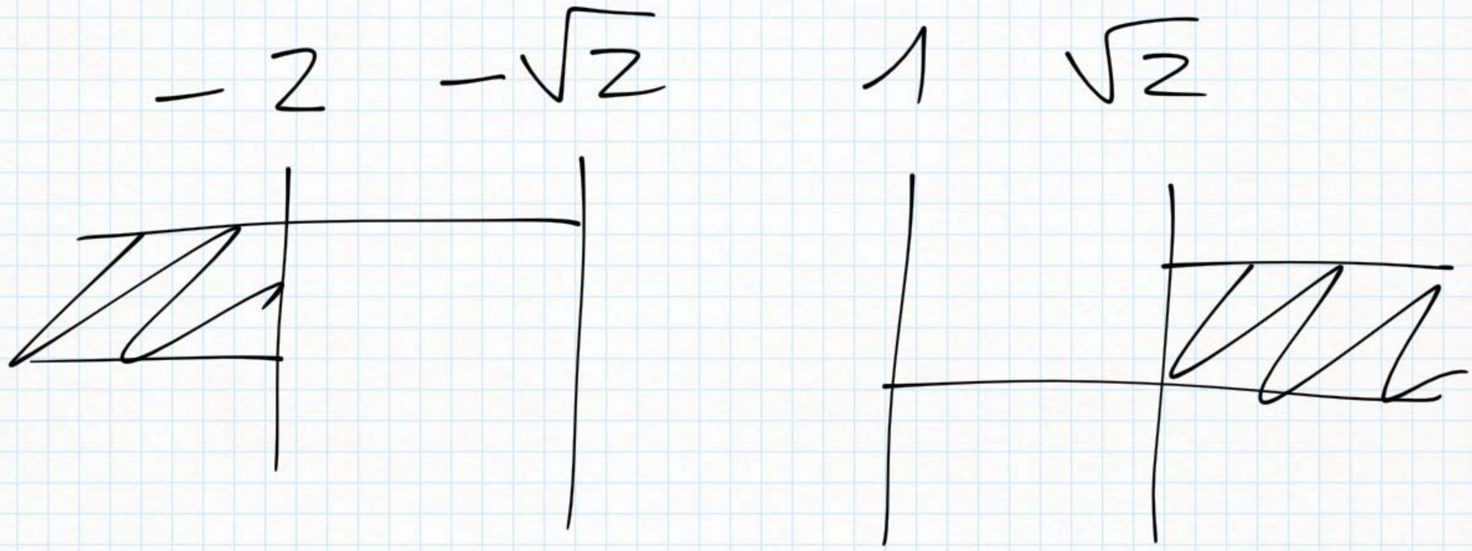
$x = \pm\sqrt{2}$

$x < -\sqrt{2} \vee$

$x > \sqrt{2}$

$$\begin{cases} x^2 - 2 > 0 \\ x^2 - 2 > -x \end{cases} \qquad \begin{cases} x^2 > 2 \\ x^2 + x - 2 > 0 \end{cases}$$

$x^2 + x - 2 = 0 \quad x_{1,2} = -\frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$ 1, -2



−2
$-\sqrt{2}$
1
$\sqrt{2}$

$$\begin{cases} x^2 - 2 < 0 \\ -x^2 + 2 > -x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 < 2 \\ \downarrow \\ -\sqrt{2} < x < \sqrt{2} \end{cases}$$

$$-x^2 + x + 2 > 0$$

$$x^2 - x - 2 < 0$$

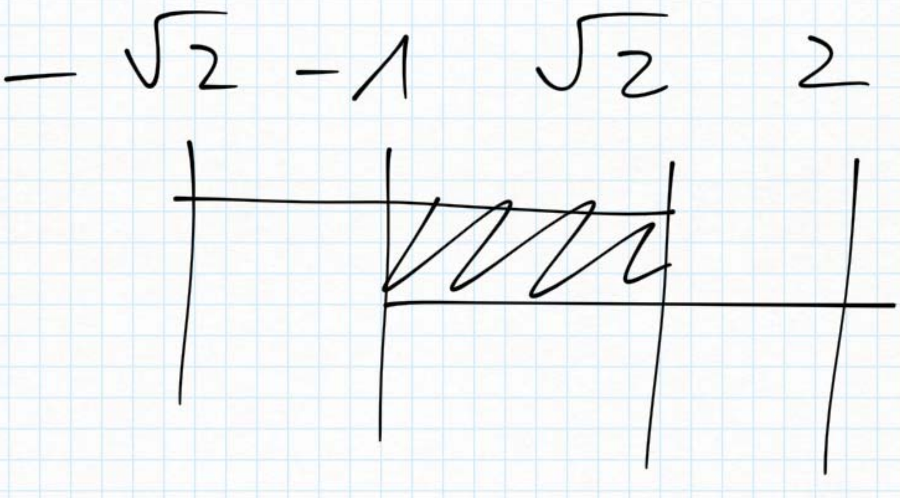
$$-1 < x < 2$$

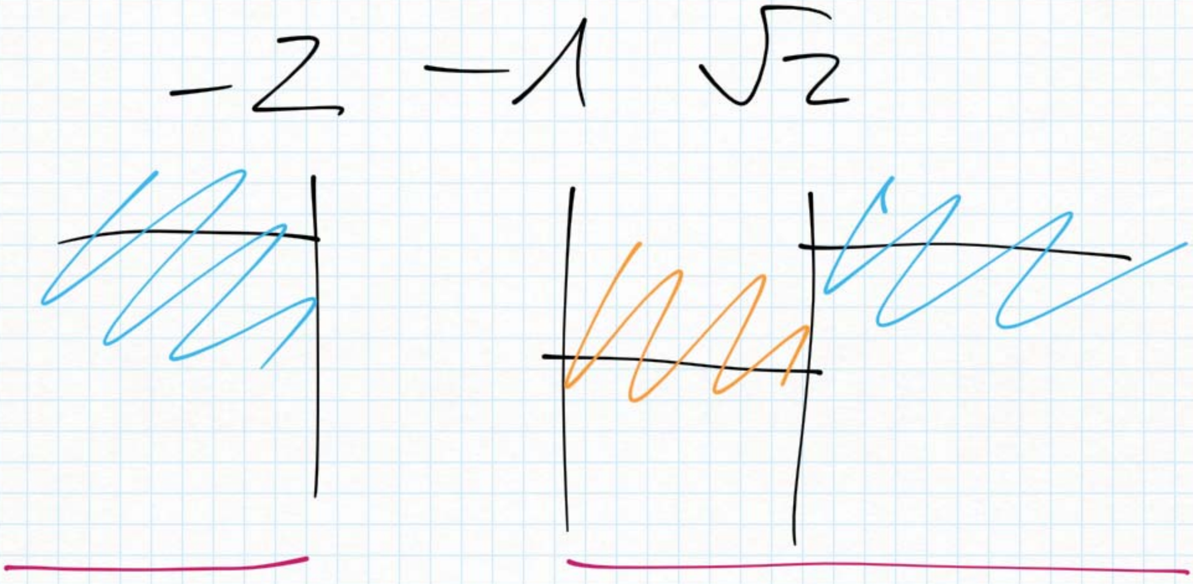
$$\frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$$

$$\frac{1 \pm 3}{2} \begin{array}{l} \nearrow 2 \\ \searrow -1 \end{array}$$

$$-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$$

$$-1 < x < 2$$




-2
-1
√2

Equazioni esponenziali

L'uguaglianza $5^{x+1} = 25^{x-4}$ si verifica per

a. $x = 7$

b. $x = -9$

c. $x = 9$

$$25 = 5^2$$

$$5^{x+1} = (5^2)^{x-4} =$$

$$= 5^{2x-8}$$

$$x+1 = 2x-8 \qquad -x = -9$$

$$x = 9$$

Disequazioni esponenziali

La disuguaglianza $2^{2x+1} + 7 \cdot 2^x - 4 \geq 0$ si verifica per

~~a.~~ $x \geq -1$

b. $x \leq -1$

c. $x \geq 1/2$

$t = 2^x$

$\frac{1}{2} = 2^x$

$-4 = 2^x$

$2^{2x} \cdot 2 + 7 \cdot 2^x - 4 \geq 0$ $\quad (2^x)^2 \cdot 2 + 7 2^x - 4 \geq 0$

$2t^2 + 7t - 4 \geq 0$ $\quad \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 32}}{4} =$

$= \frac{-7 \pm 9}{4}$ $\quad \frac{1}{2} = t_1$ $\quad -4 = t$

$$2^x = \frac{1}{2} \longrightarrow x = \log_2 \frac{1}{2}$$

$$2^x = -4 \longrightarrow x = \log_2 (-4)$$

Non acc

$$x = \log_2 \frac{1}{2} = \log_2 2^{-1} =$$

$$= -\log_2 2 = -1$$

Proprietà dei logaritmi

L'uguaglianza $\log_2(x \cdot y)$ è uguale a

a. $\log_2(xy)$

b. $\log_2 x - \log_2 y$

c. $\log_2 x + \log_2 y$

Trasformando $\log_8 x$ in un logaritmo in base 2, si ottiene

a. $\log_2 8$

b. $\frac{\log_2 x}{3}$

c. $\frac{\log_2 x}{8}$

$$\log_8 x = \frac{\log_2 x}{\log_2 8} =$$

$$= \frac{\log_2 x}{\log_2 2^3} = \frac{\log_2 x}{3\underbrace{\log_2 2}_{1}}$$

Equazioni logaritmiche

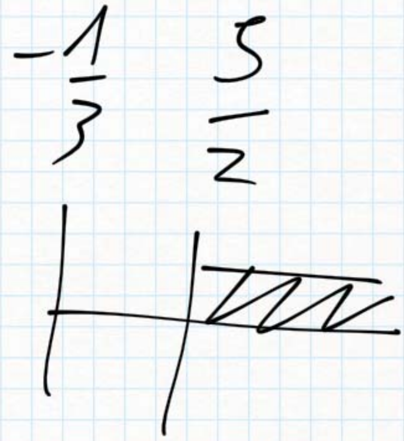
L'uguaglianza $\log_3(2x-5)+\log_3(3x+1)=1$ si verifica per

a. [redacted] $\vee\ x = 8/3$

b. $x = 1/2 \vee x = 8/3$

c. $x = -1/2 \vee x = -8/3$

$$\begin{cases} 2x-5>0 \\ 3x+1>0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x>5/2 \\ x>-1/3 \end{cases}$$



$$\begin{cases} \log_3 (2x-5)(3x+1) = 1 \\ x > 5/2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (2x-5)(3x+1) = 3^1 \\ / \end{cases}$$

$$(2x-5)(3x+1)=3$$

$$6x^2+2x-15x-5=3$$

$$6x^2-13x-8=0$$

$$x_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{169+192}}{12} = \frac{13 \pm 19}{12} \quad \begin{aligned} &\nearrow \frac{\cancel{32}^{\,8}}{\cancel{12}_{\,3}} \\ &\searrow -\frac{\cancel{6}^{\,1}}{\cancel{12}_{\,2}} \end{aligned}$$

Disequazioni logaritmiche

La disuguaglianza $\log_3(2x-5)+\log_3(3x+1)\geq 1$ è verificata per

a. $x \leq 8/3$

b. $5/2 \leq x \leq 8/3$

~~**c.**~~ $5/2 < x \leq 8/3$

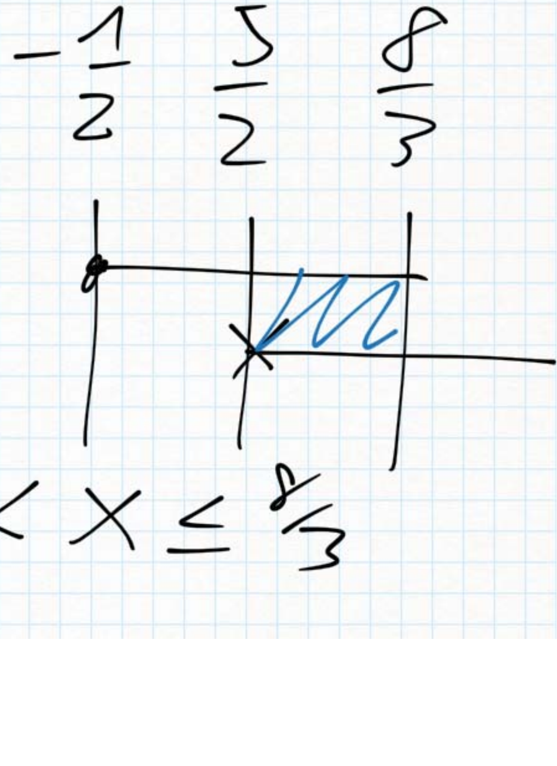
$$\begin{cases} 2x-5>0 \\ 3x+1>0 \end{cases} \quad \begin{cases} x>5/2 \\ x>-1/3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_3 (2x-5)(3x+1) \le 1 \\ x > 5/2 \end{cases}$$

$$(2x-5)(3x+1) \le 3$$

$$x_1 = 8/3 \quad x_2 = -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2} \le x \le 8/3$$

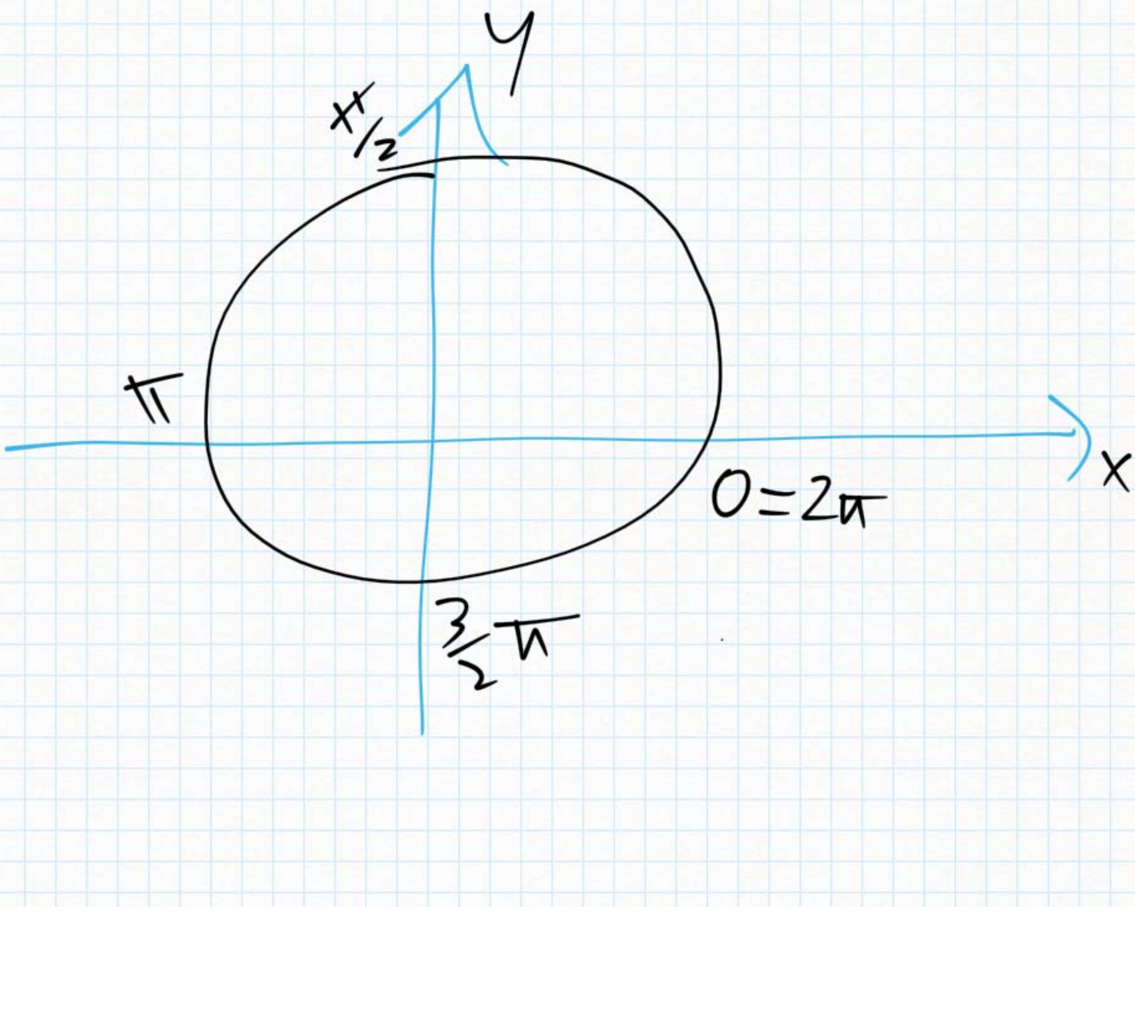


$$\frac{5}{2} < x \le 8/3$$

Elementi di goniometria

Completa la tabella

x	$0 = 2\pi$	$\pi/2$	π	$3/2\ \pi$
$\sin(x)$	0	1	0	-1
$\cos(x)$	1	0	-1	0



y
π/2
π
x
0=2π
3/2 π

GRAZIE

PER

L'ATTENZIONE