Svolgimento del corso

Il corso consiste di una parte teorica in cui vengono fornite le nozioni basilari dell'elettronica analogica e di una serie di esperienze di laboratorio in cui si verificano e approfondiscono (dal punto di vista pratico) queste nozioni.

Per ogni esperienza in laboratorio ogni gruppo (composto da 2-3 persone) dovrà riassumere l'esperienza effettuata in una breve relazione (una per gruppo), la cui traccia viene riportata di seguito:

1. Scopo dell'esperienza
2. Schema elettrico e valori dei componenti utilizzati
3. Calcoli preliminari (risultati attesi), commentati se necessario
4. Svolgimento dell'esperienza
5. Risultati ottenuti (compresi eventuali grafici)
6. Commenti ai risultati

Le relazioni dovranno essere complete ma concise. Attenzione particolare andrà posta al commento ai risultati: come si confrontano i risultati ottenuti in con quelli attesi teoricamente e come si possono spiegare eventuali discrepanze. Devono comunque dimostrare una comprensione completa dell'argomento trattato e dell'esperienza effettuata.

Per una maggiore chiarezza si consiglia di scrivere le relazioni al computer, utilizzando word (ed excel se sono richiesti grafici e/o tabelle).

La valutazione finale del corso dipendera' da 3 contributi:
1. Valutazione delle relazioni
2. Valutazione del comportamento in laboratorio
3. Prova orale. Che comprenderà la verifica delle nozioni teoriche fornite durante il corso, ma, se il docente lo ritiene necessario, anche l'utilizzo di strumenti di laboratorio.

Verranno messe a disposizione delle dispense che riassumono i contenuti del corso e che dovranno comunque essere integrate con gli appunti presi a lezione.
Per qualunque chiarimento ci si può rivolgere al docente in orari che verranno concordati durante il corso.

Wander Baldini,

Polo Scientifico Tecnologico
corpo C Ufficio 326
Tel. 0532 974307
e-mail: baldini@fe.infn.it

Dispense del corso di
Laboratorio di Elettronica Analogica
Versione: 19 Settembre 2007

Le grandezze analogiche:

Una grandezza si definisce <u>*Analogica*</u> ***se può assumere con continuità qualunque valore entro un certo intervallo***. Esempi di grandezze analogiche le troviamo nella vita di tutti i giorni: la temperatura, la pressione, la tensione elettrica di casa. In generale le grandezze analogiche possono essere di varia natura: meccanica, termodinamica, elettrica etc….
In questo corso ci concentreremo sulle grandezze analogiche di tipo *elettrico*, di importanza particolare in quanto possono essere trattate tramite strumentazione elettronica e che quindi stanno alla base di tutta la moderna tecnologia.
Anche grandezze analogiche di altro tipo vengono generalmente trasformate in grandezze elettriche per la loro misura e per il loro trattamento.
I dispositivi che trasformano una grandezza di qualunque tipo in una grandezza elettrica si chiamano *trasduttori.*

Parametri caratteristici delle grandezze analogiche

Una grandezza analogica è caratterizzata, in generale, dal suo andamento temporale, e può essere rappresentata matematicamente da una funzione del tipo :

$$G = G(t)$$

Di particolare importanza in elettronica, come vedremo meglio in seguito, sono le grandezze di tipo ***periodico***, tali cioè che:

$$G(t + nT) = G(t) \qquad n = 1,2,3,\ldots..\infty$$

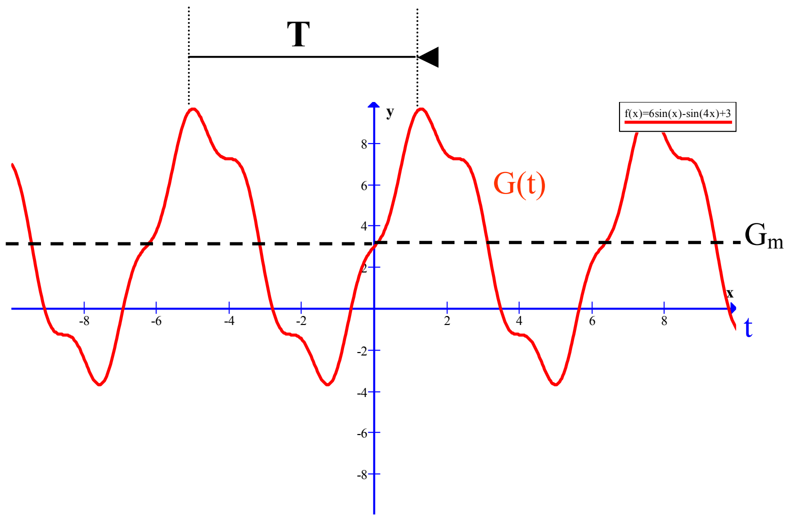


Fig.1: Esempio di una generica grandezza periodica.

Queste grandezze assumono cioè lo stesso valore periodicamente e l'intervallo T della variabile indipendente (in questo caso il tempo) che intercorre tra due valori identici della funzione si chiama *periodo*. Un esempio di grandezza periodica e' riportato nella fig. 1
Si capisce immediatamente che lo studio di grandezze di questo tipo può essere limitato ai valori assunti da essa in un solo periodo.
Una grandezza periodica è caratterizzata da i seguenti parametri:

- Periodo T (o frequenza definita come il suo inverso: f = 1/T)
- Fase
- Valore medio: $G_m = \frac{1}{T}\int_0^T G(t)dt$
- Valore efficace $G_m = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T [G(t)]^2 dt}$

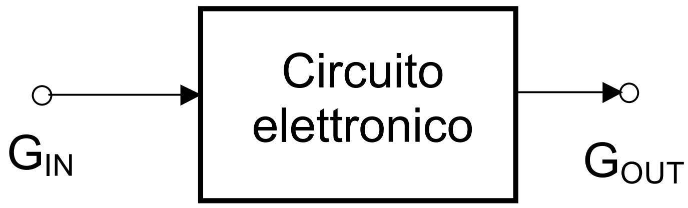
Di particolare importanza, come vedremo in seguito, sono le grandezze periodiche di tipo sinusoidale, che variano cioe' sinusoidalmente nel tempo.

I trasduttori
Un trasduttore e' un dispositivo che trasforma una grandezza analogica di qualunque tipo in un segnale elettrico, o viceversa, mantenendo lo stesso andamento temporale (o introducdendo al piu' una relazione nota).
Un tipico esempio di trasduttore è il microfono. Il microfono trasforma infatti una grandezza meccanica, la pressione sonora, in una piccola differenza di potenziale elettrico, che può poi venire amplificata tramite un dispositivo elettronico (l'amplificatore) e nuovamente trasformata in pressione sonora tramite un secondo trasduttore, l'altoparlante, che trasforma nuovamente il segnale elettrico (amplificato) in un segnale sonoro.
E' importante che il trasduttore fornisca un segnale elettrico proporzionale alla grandezza in ingresso (o che al più introduca un relazione nota tra grandezza di ingresso e di uscita) al fine di mantenere le informazioni della grandezza da elaborare.

Fig 1: *Un tipico esempio di trasduttore: a sinistra un* ***microfono****, che trasforma una pressione sonora in un segnale elettrico. A destra un* ***altoparlante*** *che, al contrario, trasforma un segnale elettrico (amplificato) in una pressione sonora*

Funzione di trasferimento di un circuito elettronico

Dato un circuito elettronico comunque complesso, che che elabora una grandezza in ingresso G_{in} e fornisce una grandezza in uscita G_{out}, si definisce funzione di trasferimento il legame funzionale che esiste tra queste due grandezze:



$$G_{out} = F(G_{in})$$

Facciamo un esempio per chiarire meglio il concetto. Un amplificatore e' un dispositivo che fornisce in uscita la stessa grandezza in ingresso ma aumentata in ampiezza (per mantenere l'esempio del microfono, il compito dell'amplificatore e' di aumentare l'intensita' sonora).

Possiamo dunque scrivere che: $G_{out} = A \cdot G_{in}$, dove A e' una costante > 1.

In questo caso la relazione e' di proporzionalita' diretta. Altri esempi possono essere un circuito derivatore, in cui la funzione d'uscita e' la derivata prima della funzione di ingresso, un circuito integratore, ove la si effettua invece l'integrale etc…

In generale i circuiti elettronici sono molto complessi e formati da molti componenti, e' dunque molto difficile effettuare il loro studio tramite la analisi dei singoli costituenti. Si puo' quindi vedere il circuito come una "scatola nera" caratterizzata dalla funzione di trasferimento. La funzione di trasferimento caratterizza infatti in maniera univoca il circuito, e dunque permette di utilizzare tale dispositivo pur non conoscendolo in dettaglio.

Come vedremo meglio in seguito, in generale, le grandezze in ingresso e uscita ai dispositivi elettronici sono rappresentabili da numeri complessi, e dunque anche <u>la funzione di trasferimento e', in generale, un numero complesso.</u>

Si assume in questo corso che il lettore abbia gia' le conoscenze basilari sui numeri complessi, acquisite in studi precedenti. Nel prossimo paragrafo verra' brevemente illustrato invece l'utilita' dei numeri complessi in elettronica e la loro applicazione.

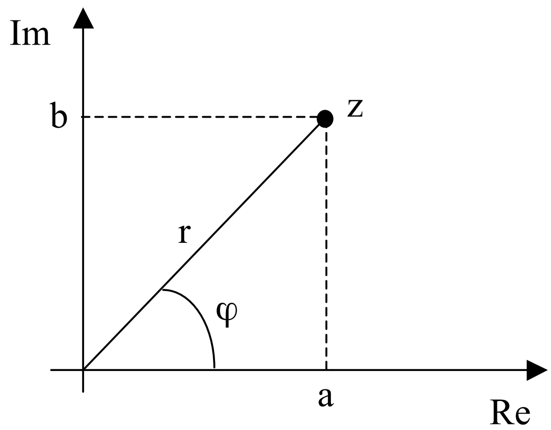
Richiami sui numeri complessi

I numeri complessi sono molto importanti in elettronica, in quanto permettono di semplificare notevolmente il formalismo con cui trattare le grandezze alternate. Questo punto verra' approfondito in seguito, quando tratteremo appunto le grandezze alternate, per il momento riassumiamo le principali proprieta' (che dovrebbero comunque essere tutte gia' note da studi precedenti…).

Un numero complesso **z = a + j b** e' costituito dalla parte reale **a**, dalla parte complessa **b** e dall'unita' immaginaria **j** definita in modo tale che: $j^2 = -1$. Piu' in generale,

$$j^0 = 1, \quad j^1 = j, \quad j^2 = -1, \quad j^3 = -j, \quad j^4 = j^2 \cdot j^2 = 1 \quad \text{etc...}$$

Dal punto di vista grafico un numero complesso rappresenta un punto sul piano complesso, in cui l'asse delle ascisse si chiama asse reale, l'asse delle ordinate e' chiamato asse immaginario e le due componenti **a, b** rappresentano le coordinate del punto in questo piano.



Ogni numero complesso puo' essere rappresentato in due forme:

Rappresentazione cartesiana: $\bar{z} = (a + jb)$

Rappresentazione trigonometrica: $\bar{z} = r(\cos\varphi + j\sin\varphi)$

Le due rappresentazioni sono ovviamente equivalenti e legate dalle relazioni:

$$a = r\cos(\varphi)\ ,\ b = r\sin(\varphi)$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}\ ,\ \varphi = arctg\left(\frac{b}{a}\right)$$

Il valore di **r** e' anche chiamato <u>modulo</u> del numero complesso mentre φ e' chiamato <u>argomento</u> del numero complesso.
Ora, data la nota relazione (di Eulero) : $e^{j\varphi} = (\cos\varphi + j\sin\varphi)$ (la dimostrazione viene lasciata come esercizio…) possiamo esprimere la rappresentazione trigonometrica anche in una forma più compatta: la ***rappresentazione esponenziale:*** $\overline{Z} = r \cdot e^{j\varphi}$

Come vedremo, a seconda dei casi, converrà utilizzare l'una o l'altra rappresentazione.

Ad esempio, per somme e differenze tra numeri complessi converrà utilizzare la forma cartesiana mentre per prodotti e divisioni sarà più comoda quella esponenziale.

L'algebra dei numeri complessi

Di seguito riportiamo brevemente le principali proprieta' dei numeri complessi:
se $z = a + jb = r \cdot e^{j\varphi}$ e' un numero complesso allora avremo:

Modulo del numero complesso: $|z| = r = \sqrt{a^2 + b^2}$

Argomento del numero complesso: $\arg(z) = \varphi = arctg\left(\frac{b}{a}\right)$

Complesso coniugato: e' definito come **z* = a - j b** ossia un numero complesso con la stessa parte reale ma parte immaginaria di segno opposto. Valgono poi le proprieta':

1. $|z^*| = |z|$
2. $z \cdot z^* = |z|^2$
3. **arg(z*) = - arg(z)**

Somma e differenza tra numeri complessi:

$$z_1 \pm z_2 = (a + jb) \pm (c + jd) = (a \pm c) + j(b \pm d)$$

Inverso di un numero complesso: l'inverso di un numero complesso puo' essere espresso nel modo seguente,

$$\frac{1}{a + jb} = \frac{a - jb}{(a + jb)(a - jb)} = \frac{a}{a^2 + b^2} - j\frac{b}{a^2 + b^2}$$

questo processo di "eliminare dal denominatore" ogni termine complesso si chiama razionalizzazione e lo si effettua moltiplicando entrambi i membri per il complesso coniugato del denominatore. In forma esponenziale:

$$\frac{1}{r \cdot e^{j\varphi}} = \frac{1}{r} \cdot e^{-j\varphi}$$

Prodotto e divisione tra numeri complessi: in questo caso e' molto piu' conveniente esprimere i numeri complessi nella loro forma esponenziale.

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 e^{j\varphi_1} \cdot r_2 e^{j\varphi_2} = r_1 \cdot r_2 e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1 e^{j\varphi_1}}{r_2 e^{j\varphi_2}} = \frac{r_1}{r_2} e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

<u>*Potenza di un numero complesso*</u>: $z^n = (r \cdot e^{j\varphi})^n = r^n e^{jn\varphi}$

L'importanza dei numeri complessi in elettronica e in particolare il legame tra numeri complessi e grandezze alternate verra' ripresa in seguito.

Lo sviluppo in serie di Fourier

Nel campo dell'elettronica riveste un'importanza particolare lo sviluppo in serie di Fourier. Questo metodo si basa su un teorema matematico secondo il quale, *"**Data una funzione f(t) <u>periodica,</u> di periodo T e integrabile, essa puo' essere espressa come somma di infiniti termini nel seguente modo:***

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega_0 t)$$

dove $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ è definita come "pulsazione", mentre i termini a_0, a_n, b_n sono definiti nel modo seguente:

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)dt, \qquad a_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cos(n\omega_0 t)dt, \qquad b_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\sin(n\omega_0 t)dt$$

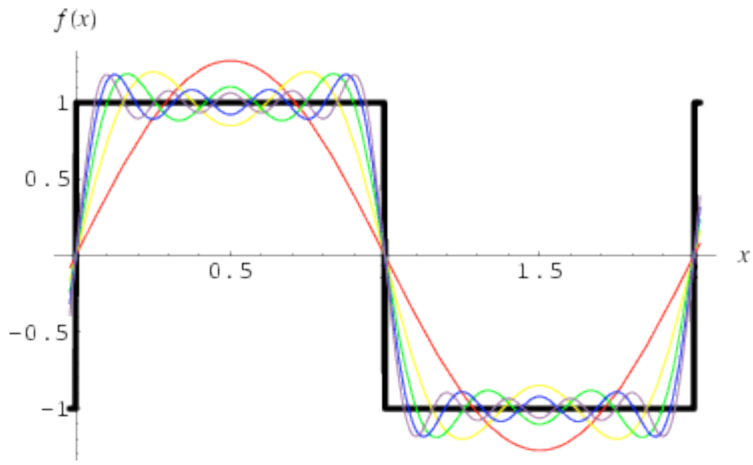
Il termine $\boldsymbol{a_0}$ è chiamato <u>*termine costante*</u> e rappresenta, come si può vedere, il *valore medio* della funzione. I termini $\boldsymbol{a_n\cos(n\omega t)}$ e $\boldsymbol{b_n\sin(n\omega t)}$ si chiamano invece <u>*armoniche*</u>***.*** Per n=1 l'armonica si chiama *armonica fondamentale* mentre per n=2,3,.. questi termini si chiamano: seconda armonica, terza armonica….. n-esima armonica o, in generale, *armonica di ordine n.* Notiamo che l'armonica di ordine n avrà una frequenza n volte quella fondamentale e, in generale, ampiezza minore.
Questo sviluppo è di particolare importanza perché riconduce lo studio di funzioni qualunque, purchè periodiche, allo studio di funzioni variabili sinusoidalmente nel tempo, che come vedremo sono molto più semplici da trattare.
Facciamo ora una osservazione molto importante. Come si può vedere dalla definizione dei termini a_0, a_n, b_n , se la funzione ha una simmetria definita, si possono avere delle notevoli semplificazioni nello sviluppo in serie di Fourier. Vediamo i casi più importanti.

***Funzione alternata o grandezza alternata**:*
Una grandezza si definisce *alternata* se ha valor medio nullo.
Dallo sviluppo in serie di Fourier ne segue che per una grandezza alternata si ha $a_0 = 0$ e viceversa.

Funzione pari:
Se la funzione che caratterizza l'andamento temporale della nostra grandezza è pari, cioè *(f(t) = f(-t))*, si potra sviluppare in soli termini di coseno, cioè $b_n = 0$ $n=1,2,\ldots\infty$
Questo lo si puo' dimostrare osservando che, nella definizione del coefficiente $\boldsymbol{b_n}$ **:**
$b_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\sin(n\omega t)dt$, il prodotto di una funzione pari per $\sin(n\omega t)$, che come e' ben noto e' una funzione dispari (per ogni n), e' ancora una funzione dispari. Questo implica che l'integrale su un periodo si annulli per ogni valore di n.

Funzione dispari:
Allo stesso modo, se la funzione che caratterizza l'andamento temporale della nostra grandezza è dispari, cioè *(f(t) = -f(-t))*, questa si potra sviluppare in soli termini di seni, cioè $a_n = 0$ $n=1,2,\ldots\infty$

Finora il procedimento di sviluppo in serie è rimasto piuttosto astratto.
E' invece molto importante capire cosa significa, in pratica, "lo sviluppo in serie un segnale in serie di Fourier", ossia rappresentare un segnale tramite le sue componenti armoniche.
Nella figura sotto è riportato, a tal fine, un esempio di sviluppo in serie di fourier di una onda quadra (linea nera più spessa). Come si può vedere dalla figura, la linea rossa rappresenta l'armonica fondamentale, ossia un segnale sinusoidale della stessa frequenza del segnale originale (n=1) e con la stessa simmetria (il segnale in questione è dispari, e dunque, per quanto detto sopra si svilupperà in soli termini sinusoidali).
La linea gialla rappresenta invece la somma tra la prima e la seconda armonica (che ha frequenza doppia). La linea verde è la somma delle prime tre armoniche, e così via…
Come si può osservare, più termini consideriamo nella somma e meglio la serie di Fourier approssima il segnale originale.
Il segnale originale si otterrà chiaramente solo sommando un numero infinito di termini.
Questo discorso, fatto per il caso particolare dell'onda quadra vale, in generale, per segnali di forma qualunque.
Si ha dunque che un segnale qualunque, purche' periodico, puo' essere visto come la somma di infiniti termini sinusoidali e/o cosinusoidali (armoniche) e dunque il suo studio puo' essere ricondotto allo studio delle singole armoniche che lo costituiscono.



La trattazione fatta finora considera le armoniche in una forma che possiamo chiamare "cartesiana", ossia per ogni armonica di ordine n vi sono, in generali due componenti $\mathbf{a_n}$ e $\mathbf{b_n}$ che la caratterizzano. Una trattazione equivalente puo' essere fatta introducendo una sorta di "forma polare" dei coefficienti delle armoniche. Se definiamo:

$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}\ ,\ \ \varphi_n = arctg\left(\frac{a_n}{b_n}\right)$ possiamo esprimere lo sviluppo in serie di Fourier nella forma:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin(n\omega t + \varphi_n)$$

In questa forma, lo sviluppo in serie di fourier di una funzione puo' essere rappresentata dai grafici delle ampiezze $\mathbf{c_n}$ e fasi φ_n in funzione dell'ordine n della armonica. Osserviamo che il grafico delle ampiezze $\mathbf{c_n}$ in funzione della frequenza e' cio' che si vede in un *analizzatore di spettro,* che rappresenta essenzialmente il "peso" di ciascuna frequenza contenuta in un segnale (ad esempio un segnale audio).

Alcune definizioni basilari dell'elettronica

Passiamo ora a dare alcune definizioni di fondamentale importanza per il nostro corso e, in generale per l'elettronica. Anticipiamo che queste definizioni verranno (o sono gia' state) fornite dal corso di elettromagnetismo in maniera piu' generale e completa e che in questa sede verranno date delle definizioni operative, piu' orientate ad un utilizzo "pratico".

Intensità di Corrente
In generale, data una superficie qualunque, si definisce intensità di corrente il rapporto tra la quantità di carica dQ che l'attraversa nel tempo dt e il l'intervallo di tempo stesso dt :

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

In maniera più operativa, limitandoci al caso in cui le cariche circolino all'interno di un conduttore elettrico, con intensità di corrente, o più semplicemente **"corrente elettrica"**, si intende la quantità di carica che attraversa il conduttore elettrico nell'unita' di tempo.
L'unita' id misura della corrente elettrica e' l'**Ampere** (simbolo **A**) ed è una unità di misura fondamentale del sistema S.I. (Sistema Internazionale).
L'Ampere e' definito come la corrente che, attraversando due conduttori paralleli, di sezione trascurabile e lunghezza infinita, generano una forza di attrazione pari a 2×10^{-7} N/m.
Da un punto di vista "piu' elettronico", se un conduttore è attraversato da una corrente costante di un Ampere' significa che attraverso di esso circola una carica di un Coulomb in un secondo.

Differenza di Potenziale (d.d.p.): Con il termine "potenziale" si intende, in generale, una capacita' di compiere lavoro di un sistema. Ad esempio, in presenza di un campo elettrico $\overline{E}$, generato da una carica puntiforme, è definita una funzione *potenziale elettrico* tale che, per ogni punto valga: $\overline{E} = \nabla V$ (campo conservativo). In tal modo , data una carica *q* positiva, il lavoro che il campo compie sulla carica per portarla da un punto A ad un punto B è dato da $L = q\Delta V$ indipendentemente dal percorso seguito.
In questo corso tuttavia vedremo la d.d.p. in maniera più pratica, e verrà chiamata in genere con il termine di tensione elettrica, o più semplicemente ***tensione***.
L'unità di misura della d.d.p. è il **Volt.**
Ad esempio diremo che la *tensione* di una pila è 1.5 V intendendo che la d.d.p. presente tra il polo + e quello – della pila è 1.5 V. Se tra due punti di un circuito è presente una d.d.p. le cariche, e quindi la corrente, circolerà dal punto a potenziale maggiore a quello a potenziale minore.

Forza elettromotrice (f.e.m.): E' la d.d.p. generata ai capi di un generatore di tensione in seguito alla trasformazione di energia di altro tipo (chimica, meccanica) in energia elettrica. Ad esempio ai capi di una pila la *f.e.m* è tipicamente di 1.5 V.
Il termine f.e.m. si usa in relazione a quei dispositivi in grado di generare energia (come vedremo si chiamano bipoli attivi).

Caduta di tensione (c.d.t.): Si intende con questo termine la differenza di potenziale che si crea ai capi di un dispositivo (ad esempio una resistenza) in seguito al passaggio di corrente attraverso di esso, con la conseguente dissipazione di parte della energia (ad esempio trasformata in calore). Il termine c.d.t. si usa in relazione ai dispositivi che non sono in grado di generare energia (bipoli passivi).

Potenza: Con potenza, in generale, si intende il lavoro compiuto nell'unità di tempo. Nel caso più specifico di grandezze elettriche consideriamo un utilizzatore (ad esempio una resistenza) che viene attraversato da una corrente **I,** qualora si applichi ai suoi capi una d.d.p. **ΔV.**
Il lavoro compiuto per spostare una carica ΔQ tra una differenza di potenziale ΔV è pari a ΔQ ΔV e dunque la potenza necessaria per farlo muovere nell'intervallo di tempo dt sarà:

$$P = \frac{\Delta Q \cdot \Delta V}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \cdot \Delta V = I \cdot \Delta V$$

La potenza richiesta per fare circolare una corrente ***I*** tra due punti di un circuito in cui è presente una d.d.p ΔV è dunque data dal loro prodotto.
Osserviamo che la definizione qui data vale istante per istante anche nel caso di tensioni e correnti variabili nel tempo.

Rappresentazione dei circuiti elettronici

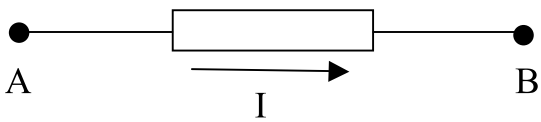
Facciamo ora alcune considerazioni sulla rappresentazione schematica dei circuiti elettrici e sui limiti di validita' della trattazione che seguira' in questo corso.

Il modello a costanti concentrate
Un circuito elettronico è costituito da "componenti", ad esempio generatori, resistori, condensatori, induttanze etc... connessi da dei conduttori elettrici. Per rappresentarlo schematicamente si applica il cosiddetto "*modello a costanti concentrate"*.

Si assume cioe' che i conduttori siano ideali, ossia privi di resistenza, capacita', induttanza e che i componenti concentrino le proprie caratteristiche in un solo punto del circuito.
Per chiarire il concetto prendiamo ad esempio la resistenza di un qualsiasi conduttore elettrico. Questa' e' distribuita uniformemente lungo tutta la sua lunghezza, e dunque, per essere precisi dovremmo rappresentarlo come una serie di Nel modello a costanti concentrate invece consideriamo il conduttore ideale e la resistenza totale del conduttore la assumiamo concentrata in un solo punto (in cui, nel disegno mettiamo il simbolo della resistenza).
Si assume inoltre che il tempo di propagazione del segnale elettrico (un segnale elettrico in un conduttore si propaga ad una velocità dell'ordine di *c=10 cm/nsec*) sia trascurabile rispetto ai tempi di variazione del segnale stesso (e dunque la frequenza). Nel caso di segnali periodici questo significa che deve valere la relazione: $\lambda = \frac{c}{f} >> d$, dove *c* è la velocità di propagazione del segnale, *f* è la sua frequenza λ è la sua lunghezza d'onda e *d* è la distanza a cui si deve propagare il segnale.
Se le condizioni sopra non sono soddisfatte occorre tenere conto dei tempi di propagazione del segnale e la trattazione diviene molto piu' complessa (si ha a che fare con le cosiddette linee di trasmissione).
In termini piu' pratici questo significa che, se la frequenza di un segnale e' molto elevata, o il circuito e' molto lungo, la d.d.p. , nei conduttori che uniscono ad esempio generatore e utilizzatore, sara' diversa in punti diversi del conduttore.
In questo corso comunque ci occuperemo di segnali la cui frequenza massima sara' di qualche MHz, in circuiti di dimensioni molto ridotte e che dunque soddisfano ampiamente tali condizioni.

I bipoli

Con bipolo si intende un dispositivo che, come dice la parola stessa e' dotato di 2 "morsetti": uno di ingresso ed uno di uscita. Un bipolo e' caratterizzato dalla relazione che lega la corrente ***I*** che lo attraversa, alla d.d.p. $\boldsymbol{V_{AB}}$ applicata ai suoi morsetti:
$I = f(V_{AB})$



I bipoli si suddividono in tre grandi categorie:

1. **Attivi:** se sono in grado di fornire energia (ad esempio una pila o una dinamo), appartengono a questa categoria i *Generatori di tensione* e i *generatori di corrente*
2. **Passivi:** se invece non forniscono energia al sistema ma utilizzano, in genere, quella fornita dai bipoli attivi. Appartengono tipicamente a questa categoria i *resistori*.
3. **Reattivi:** se non sono in grado di fornire energia ma sono in grado di immagazzinarla per poi cederla nuovamente al sistema. Appartengono a questa categoria i *condensatori* e le *induttanze*

I quadripoli

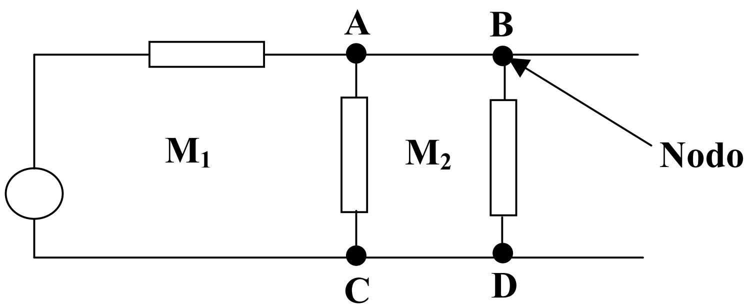
In maniera analoga si definiscono quadripoli dispositivi caratterizzati da 2 morsetti in ingresso e 2 in uscita. In questo caso, le relazioni che caratterizzano il quadripolo possono essere piu' di una, in quanto abbiamo in gioco corrente e tensione in ingresso e corrente e tensione in uscita. Sono quindi in generale 4 le possibili relazioni:

$$V_{out} = h_{11} \cdot I_{in} + h_{12} \cdot V_{in} \quad , \quad I_{out} = h_{21} \cdot I_{in} + h_{22} \cdot V_{in}$$

i parametri h_{ij} sono detti comunemente parametri ibridi in quanto hanno varie unita' di misura. Si lascia come esercizio la determinazione di queste unita' di misura.

Rami, nodi e maglie

Prima di introdurre altre leggi fondamentali dell'elettronica è necessario introdurre alcune definizioni circuitali: **rami**, **nodi** e **maglie**



- Con **ramo** si intende una parte di circuito compresa tra due punti, con riferimento alla figura sopra, abbiamo il ramo BD che comprende un solo componente, il ramo

AC che comprende due componenti, i rami AB e CD che non comprendono componenti etc…

- Con **nodo** si intende un punto di un circuito elettronico in cui confluiscono più di due rami**.** Nella figura sopra abbiamo, ad esempio, 4 nodi: **A, B, C, D.**
- Con **maglia** si intende un insieme di almeno due rami che formino un circuito chiuso. Facendo sempre riferimento alla figura sopra, possiamo individuare tre maglie: $\mathbf{M_1}$, $\mathbf{M_2}$, e quella piu' esterna

Le leggi fondamentali dell'elettronica in corrente continua (DC)

In questo paragrafo introdurremo le leggi fondamentali per lo studio dei circuiti elettronici. Per il momento ci limiteremo al caso della *corrente continua* , cioe' al caso in cui le grandezze in gioco (tensioni e correnti) siano costanti nel tempo.

La legge di Ohm

La legge di Ohm stabilisce che, se applichiamo una d.d.p ΔV ai capi di una resistenza R, questa sarà percorsa da una corrente $I = \frac{\Delta V}{R}$. E' importante notare che la legge di Ohm vale istante per istante: se ai capi di una resistenza applichiamo una d.d.p variabile nel tempo, la corrente istantanea varrà, in generale

$$i(t) = \frac{v(t)}{R}$$

I principi di Kirchhoff

I principi di kirchhoff sono molto utili per la risoluzione di circuiti elettronici anche molto complessi. Essi stabiliscono:

I° principio di kirchhoff (relativo ai nodi): La somma algebrica delle correnti entranti (prese positive) e uscenti (prese negative) in un nodo è nulla:

$$\sum_n I_n = 0$$

II° principio di kirchhoff (relativo alle maglie): La somma algebrica delle d.d.p. in una maglia è nulla. Questo si può anche esprimere dicendo che la somma algebrica delle f.e.m. e uguale alla somma delle c.d.t.:

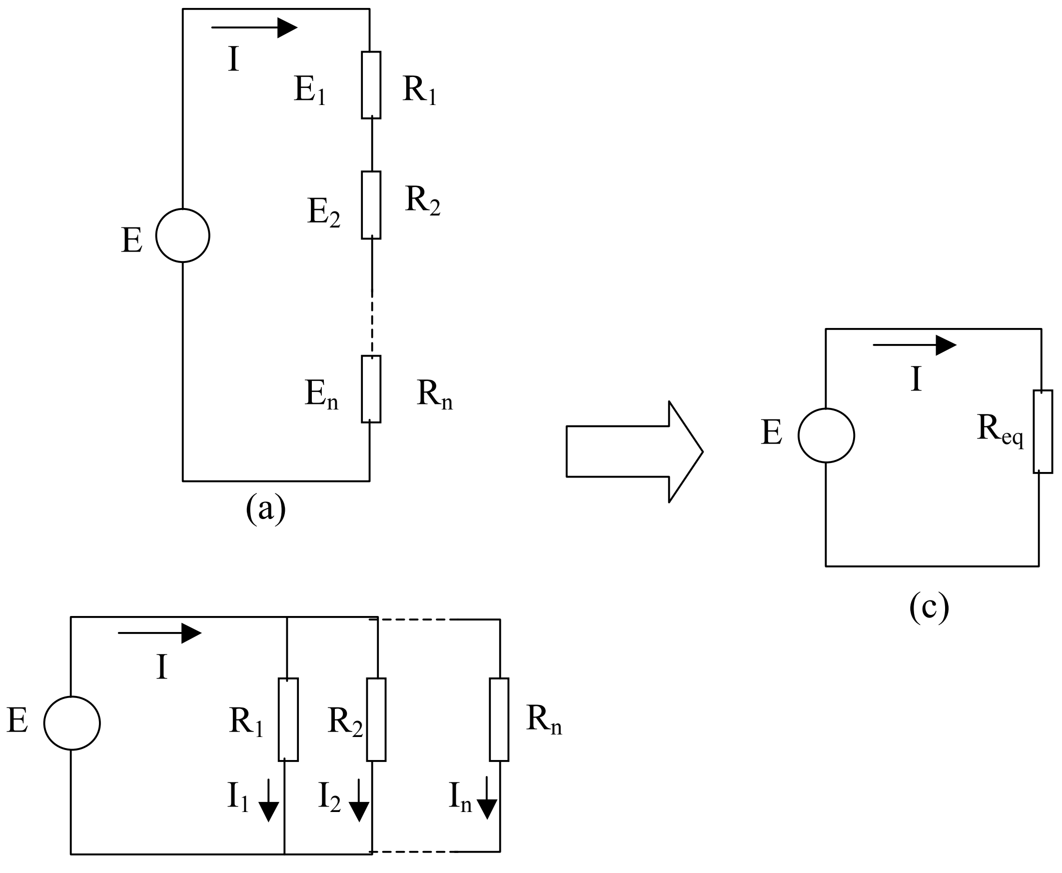
$$\sum_i E_i = \sum_i R_i \cdot I_i$$

In generale, la risoluzione di un circuito (il che' significa di solito il calcolo di tutte le correnti in gioco, date le f.e.m. del circuito), la si puo' ottenere applicando i due principi di Kirchhoff alle maglie ed ai nodi del circuito stesso.
Tramite questi due principi infatti si possono ottenere tante equazioni lineari quante sono le incognite del circuito. Mettendo a sistema le suddette equazioni si calcolano le grandezze incognite.
In pratica, per la risoluzione di circuiti si applicano le seguenti regole:

- Si sceglie un verso di percorrenza delle maglie arbitrario (ad esempio orario)
- Si sceglie un verso della corrente arbitrario per ogni ramo
- Le f.e.m. E_i dei generatori sono prese positive se il senso di percorrenza della maglia entra nel polo negativo. Le c.d.t. R_i I_i sulle resistenze sono prese positive se la corrente che le attraversa e' concorde con il verso di percorrenza della maglia e negativa se discorde

Resistenze in serie e parallelo

Nella figura sotto sono rappresentate delle resistene in serie e parallelo, vediamo, come esempio di applicazione dei principi di Kirchhoff quanto vale la loro resistenza equivalente.



(a) (b) (c)

Resistenze in serie
Due o piu' resistenze si dicono in ***serie*** quando ***sono attraversate dalla stessa corrente***. Con riferimento alla figura sopra applichiamo il secondo principio di Kirchhoff alla maglia:

$E = \sum_1^n E_i = \sum_1^n R_i \cdot I$. Ora vogliamo trovare quale e' la resistenza equivalente alla serie.

Cio significa trovare il valore di R_{eq} tale che se gli si applica la stessa f.e.m. E circolera' la stessa corrente I. Cio' significa che: $E = R_{eq} \cdot I$. Eguagliando le due equazioni otterremo:

$$R_{eq} = \sum_1^n R_i$$

Da questa equazione e' intuitivo il fatto che la resistenza equivalente di n resistenze in serie e' sempre maggiore della resistenza piu' alta.

Resistenze in parallelo
Procedendo allo stesso modo, applichiamo ora il I principio di kirchhoff al circuito di figura:

$I = \sum_1^n I_i = \sum_1^n \frac{E}{R_i}$. Per il circuito equivalente vale, al solito, $E = R_{eq} \cdot I$ e dunque $I = \frac{E}{R_{eq}}$

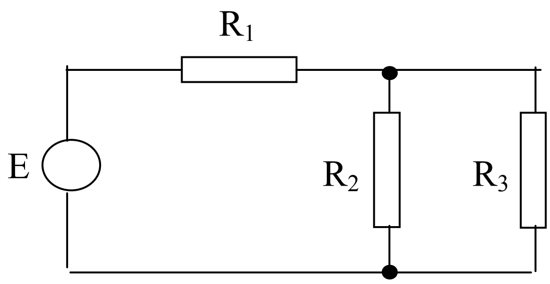
Eguagliando le due equazioni otterremo:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{1}^{n} \frac{1}{R_i}$$

Nel parallelo di resistenze si sommano cioe' gli inversi delle resistenze. Come conseguenza si puo' dimostrare (la dimostrazione e' lasciata per esercizio) che il valore della resistenza equivalente R_{eq} di n resistenze in parallelo e' sempre piu' basso del piu' basso dei valori R_i .
Se definiamo ora **conduttanza** l'inverso della resistenza: $G = 1/R$ possiamo dire che In un circuito parallelo la conduttanza totale e' pari alla somma delle singole conduttanze. L'unita' di misura della conduttanza e' il **Siemens** che e' definito come **[Ω^{-1}] .**

Il teorema di Thevenin

Abbiamo appena visto che, in generale, un circuito elettronico si risolve applicando i due principi di Kirchhhoff. A volte tale metodo risulta molto laborioso, ed esistono metodi che permettono di semplificare la suddetta procedura. Il piu' frequente e' il metodo basato sul **teorema di Thevenin**.
Il teorema di Thevenin dice che *"**un circuito elettronico comunque complesso, costituito da elementi attivi e passivi puo' essere sostituito da un solo generatore equivalente di tensione e da una resistenza equivalente in serie**".* Il valore della f.e.m. del generatore equivalente V_{eq} deve essere pari alla d.d.p. presente nei punti a cui viene applicato il teorema mentre il valore della resistenza equivalente R_{eq} deve essere pari al valore della resistenza che si vede tra i medesimi punti cortocircuitando i generatori di tensione ed aprendo i generatori di corrente.
Il concetto verra' chiarito meglio alla lavagna risolvendo, con i due metodi appena introdotti Kirchhoff e Thevenin, il circuito di figura.

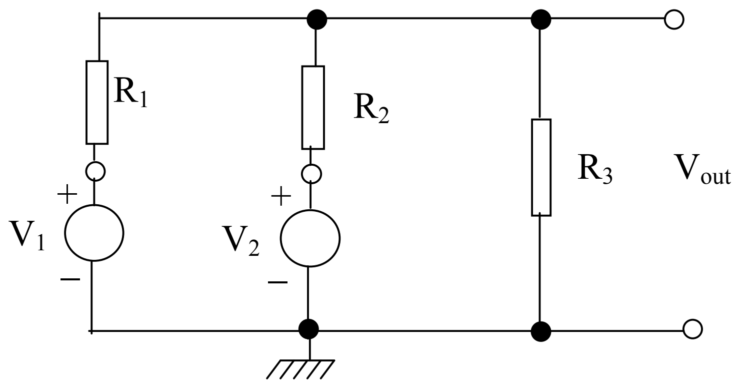


Il teorema di Norton

Il teorema di Norton e' il "duale" del teorema di Thevenin, dice infatti che:
Un circuito elettronico comunque complesso puo' essere sostituito da un generatore di corrente e da una resistenza in parallelo. La corrente del generatore e' pari alla corrente circolante in quel punto del circuito mentre la resistenza equivalente e' quella che si vede tra i due punti del circuito cortocircuitando i generatori di tensione e aprendo quelli di corrente (N.B.: identica a Thevenin).

Il principio di sovrapposizione
Tutte le regole appena esposte si basano in realta' su di un unico principio: il pricipio di sovrapposizione. Questo principio afferma che, in un sistema lineare (come sono i circuiti elettronici che vedremo), se ad una causa C_1 corrisponde un certo effetto F_1 e ad una seconda causa C_2 corrisponde un secondo effetto F_2 allora alla combinazione lineare delle due cause $C = k_1 C_1 + k_2 C_2$ corrisponde un effetto $F = k_1 F_1 + k_2 F_2$.
Questo e' un principio che vale in generale per i sistemi lineari, in cui cioe' ci sia una relazione di linearita' tra causa ed effetto (come ad esempio puo' essere l'estensione di una molla o, come vedremo, il legame tra corrente e tensione attraverso una resistenza o in un condensatore).
Nel caso particolare di circuiti elettronici, in cui vedremo esserci relazioni lineari tra le grandezze in gioco, questo principio risulta particolarmente utile per il loro studio traducendosi nei principi sopra esposti.
Se in un circuito sono presenti piu' generatori, il contributo totale, ad esempio alla corrente circolante in una ramo, e' la somma dei singoli contributi dei vari generatori se considerati separatamente. Occorre pero' fare una osservazione molto importante. Nel considerare i contributi dei singoli generatori non basta semplicemente "togliere dal circuito" tutti gli altri, occorre *neutralizzarli*, ossia vederli come componenti passivi (dovra' cioe' essere sostituito con la sua resistenza interna). Nel caso di generatori di tensione, considerandoli ideali, verranno sostituiti con una resitenza nulla e dunque un corto circuito. I generatori di corrente dovranno invece essere sostituiti con resistenze infinite e dunque circuiti aperti.

Per chiarire meglio il concetto, quando applicato ai circuiti elettronici vediamo di applicarlo al caso del sommatore di tensione, che sara' anche oggetto della esperienza 2.
Consideriamo il circuito di figura e vediamo di risolverlo applicando prima i consueti principi di Kirchhoff e poi il principio di sovrapposizione.



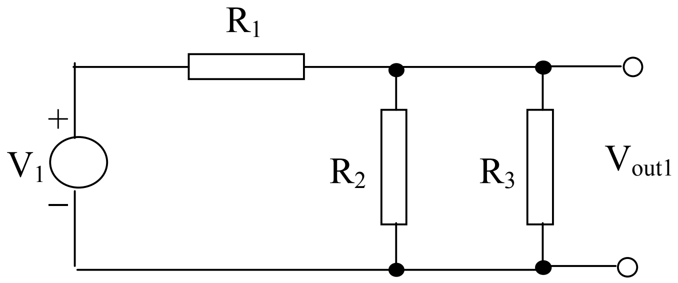
Soluzione con Kirchhoff

Come al solito supponiamo di conoscere V_1 , V_2 , e i valori delle resistenze. Vogliamo ottenere il legame tra V_{out} e V_1 , V_2

Verra' fatto a Lezione

Soluzione con il principio di sovrapposizione
La tensione di uscita V_{out} puo' essere vista come la somma dei due contributi: $V_{out1} + V_{out2}$ dove V_{out1} e' la tensione di uscita che si avrebbe se fosse presente il solo generatore V_1 (con V_2 neutralizzato) e V_{out2} e' l'equivalente per il generatore V_2.

Calcoliamo ad esempio quanto vale V_{out1} il circuito da risolvere e' quello di fig. ?? , con il generatore V_2 neutralizzato.



La risoluzione del circuito e' molto semplice, si puo' vedere immediatamente che (si veda il partitore resistivo con carico) : $V_{out1} = V_1 \dfrac{R_2 // R_3}{R1 + R_2 // R_3}$ e dunque: $V_{out1} = V_1 \dfrac{R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$

Analogamente, per V_{out2} si ottiene: $V_{out2} = V_2 \dfrac{R_1 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$ e dunque otterremo:

$$V_{out} = V_1 \frac{R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} + V_2 \frac{R_1 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

La potenza in DC

Abbiamo visto, quando abbiamo introdotto i concetti di d.d.p., f.e.m. etc… che per fare circolare una corrente **I** tra due punti A, B di un circuito in cui sia presente una d.d.p. ΔV, occorre una potenza pari al prodotto: $P = I \cdot \Delta V$.
Ora, considerando che esistono vari tipi di bipoli: attivi, passivi e reattivi, la potenza sara' ***fornita*** al circuito, se il bipolo e' attivo (generatori) mentre sara' ***assorbita*** (o dissipata) se il bipolo e' di tipo passivo o reattivo.
Nel caso particolare delle resistenze, combinando l'equazione $P = I \cdot \Delta V$ con la legge di Ohm otterremo la ***Legge Di Joule:***

$$P = R \cdot I^2$$

che regola la potenza dissipata (sotto forma di calore) da una resistenza. Come abbiamo visto parlando di resistori, il valore massimo della potenza dissipabile e' molto importante per il loro dimensionamento.

I principali elementi circuitali

In questo paragrafo vedremo piu' in detaglio i principali elementi, attivi , passivi e reattivi, che compongono un circuito elettronico.

I resistori

I resistori sono indubbiamente i dispositivi piu' diffusi in elettronica. Essi sono bipoli passivi caratterizzati dalla loro proprieta' di opporsi al passaggio di corrente: la **resistenza.** Questa definizione e' strettamente legata alla legge di Ohm

Se applichiamo una tensione V ad un resistore e, come conseguenza circola una corrente I, si definisce resistenza del resistore il loro rapporto: R=V/I. La resistenza e' una grandezza derivata e si misura in **Ohm** (simbolo **Ω)** . Un resistore ha una resistenza di 1Ω se, qualora gli venga applicata una d.d.p. di 1 V questo viene attraversato da una corrente di 1 A.
Il resistore piu' semplice che possiamo incontrare e' un filo metallico. Si puo' vedere che Nel caso di un filo conduttore di sezione **s** e lunghezza **L**, il valore della resistenza e' dato da:

$$R = \rho \frac{l}{s}$$

dove ρ e' una costante che caratterizza il materiale di cui e' formato il resistore e che si chiama **resistivita' specifica [Ω·m]**e che rappresenta la resistenza di un conduttore di dimensioni unitarie (cioe' 1m di lunghezza e 1 m^2 di sezione). Il valore della resistenza di un resistore dipende inoltre dalla temperatura secondo la relazione:

$$R(t) = R_0(1 - \alpha \Delta t)$$

dove α e' anch'esso un parametro che dipende dal materiale chiamato **coefficiente di temperatura [k^{-1}]**e che rappresenta la variazione di resistenza per unita' di temperatura.
Il valore della resistivita' specifica ρ e del coefficiente di temperatura α e' riportato, per alcuni materiali, nella tabella sotto.

Material	Resistivity (ohm meters)	Temperature coefficient per kelvin
Silver	1.59×10^{-8}	.0038
Copper	1.7×10^{-8}	.0039
Gold	2.44×10^{-8}	.0034
Aluminium	2.82×10^{-8}	.0039
Tungsten	5.6×10^{-8}	.0045
Iron	1.0×10^{-7}	.005

Platinum	1.1×10^{-7}	.00392
Lead	2.2×10^{-7}	.0039
Manganin	4.82×10^{-7}	.0000015
Mercury	9.8×10^{-7}	.0009
Nichrome	1.10×10^{-6}	.0004
Constantan	4.9×10^{-7}	-0.000074
Carbon	3.5×10^{-5}	-.0005
Germanium	4.6×10^{-1}	-.048
Silicon	6.40×10^{2}	-.075
Glass	10^{10} to 10^{14}	---
Hard rubber	approximately 10^{13}	---

Facciamo ora alcuni commenti importanti riguardo i valori della tabella sopra.
Notiamo anzitutto che il valore di ρ caratterizza il tipo di materiale: se conduttore o isolante. Per un conduttore ideale si ha $\rho = 0$ mentre per un isolante ideale si ha $\rho = \infty$, e dunque piu' bassa e' la resistivita' di un materiale e migliore esso sara' come conduttore. Per un isolante ovviamente sara' l'opposto.
Notiamo che il migliore conduttore e' l'argento (in generale tutti i metalli sono ottimi conduttori) ma ovviamente essendo un metallo prezioso viene utilizzato solo in rari casi. In pratica si usano invece il rame e l'alluminio perche' sono dei buoni conduttori e hanno un costo accettabile (ricordiamo comunque che una maggiore resisitivita' implica maggiori perdite, come vedremo per effetto Joule, e dunque maggiori costi di utilizzo).
Un ottimo isolante e' invece il vetro, che pero' e' fragile e quindi di difficile utilizzo. Vengono in questo caso utilizzati dei materiali plastici (PVC, teflon, kapton etc..) in quanto ottimi isolanti e molto piu' flessibili.
Per quanto riguarda la variazione della resistenza con la temperatura osserviamo che i conduttori hanno un coefficiente positivo, la resistenza cioe' aumenta con la temperatura. I materiali semiconduttori, quali silicio e germanio, hanno un coefficiente di temperatura negativo: la resistenza diminuisce all'aumentare della temperatura.
Osserviamo inoltre che esistono leghe opportunamente sviluppate, come la Manganina (82-6%Cu, 4-15%Mn, 2-12%Ni, Fe) e la Costantana (Cu 60%, Ni 40%) , il cui coefficiente di temperatura e' praticamente nullo e che vengono quindi utilizzate per realizzare resistenze campione (o comunque indipendenti da t).
Un altro parametro che caratterizza le resistenze e' la potenza che la resistenza puo' dissipare sotto forma di calore per effetto Joule.

Se infatti alla resistenza e' applicata un d.d.p. V e, di conseguenza e' percorsa da una corrente I=V/R allora dovra' dissipare una potenza $P = V \cdot I = R \cdot I^2$ in calore.

In pratica le resistenze vengono realizzate utilizzando vari metodi a seconda della precisione del valore e della potenza che devono sopportare. I tipi piu' diffusi sono:

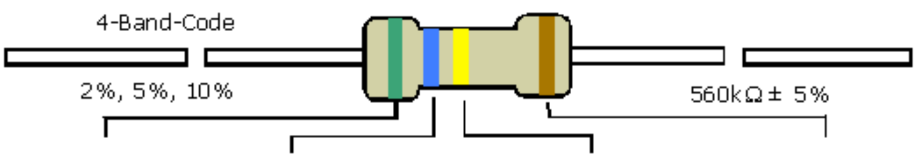
- **A strato di carbonio:** Sono le piu diffuse (piu' economiche), hanno tolleranze tipicamente del 5% e sono in grado di dissipare potenze di 1/8, 1/4, 1/2 Watt

- **A strato metallico:** Sono qualitativamente migliori di quelle a strato di carbonio, hanno tolleranze tipicamente dell'1% ed esistono da 1/8, 1/4, 1/2, 1, 2 Watt .

- **A filo:** Sono Utilizzate quando e' richiesta una potenza elevata (qualche Watt) e/o tolleranze piu' basse. Possono dissipare potenze anche superiori ai 10W ed avere tolleranze dell'ordine del 0.1%.

- **SMD (Surface Mounting Device):** Sono sempre piu' utilizzate in quanto molto meno ingombranti dei tipi precedenti (hanno tipicamente dimensioni di qualche mm), e edunque molto piu' adatte a circuiti integrati sempre piu' piccoli. Queste resistenze utilizzano essenzialmente le tecniche realizzative descritte sopra, possono dissipare potenze di frazioni di W e possono avere precisioni anche elevate (oltre 0.1%).

Ma vediamo ora le convenzioni comunemente adottate per specificare i valori delle resistenze. Per le resistenze a strato (di carbonio o metallico) si fa riferimento alla figura che segue.

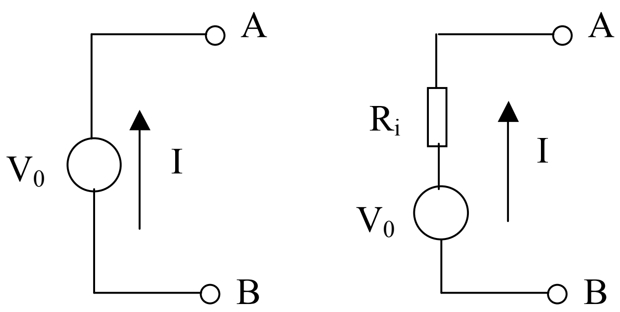


COLOR	1st BAND	2nd BAND	3rd BAND	MULTIPLIER	TOLERANCE
Black	0	0	0	1Ω	
Brown	1	1	1	10Ω	± 1% (F)
Red	2	2	2	100Ω	± 2% (G)
Orange	3	3	3	1KΩ	
Yellow	4	4	4	10KΩ	
Green	5	5	5	100KΩ	±0.5% (D)
Blue	6	6	6	1MΩ	±0.25% (C)
Violet	7	7	7	10MΩ	±0.10% (B)
Grey	8	8	8		±0.05%
White	9	9	9		
Gold				0.1	± 5% (J)
Silver				0.01	± 10% (K)

Mentre per le resistenze a montaggio superficiale (SMD) sono in genere riportati 3 numeri: i primi due, come per le resistenze sopra rappresentano le prime due cifre del valore della resistenza, la terza il fattore moltiplicativo. Cosi', ad esempio, "333" sta per 33 x 10^3 Ω e dunque 33 kΩ. La tolleranza e' sottintesa essere del 5%. Anche in questo caso, per resistenze di precisione le cifre saranno 4: 3 cifre piu' il fattore moltiplicativo (es. 3333 sta per 33.3 x 10^3 = 33.3 kΩ).
Per resistenze di tipo SMD, per valori inferiori a 1kΩ si scrive direttamente il valore (esempio 100 Ω come in figura).

Il generatore di tensione

Con generatore di tensione si intende un bipolo attivo in grado di generare e mantenere una d.d.p. ai suoi capi. Sono esempi di generatori di tensione una pila, una batteria, una dinamo, una cella fotovoltaica etc…



Se ci limitiamo per il momento a considerare generatori di tensione continui, che generano cioe' una tensione costante nel tempo, potremo affermare che, nel caso ideale, il legame tra tensione e corrente, che lo caratterizza e'

$$V_{AB} = V_0$$

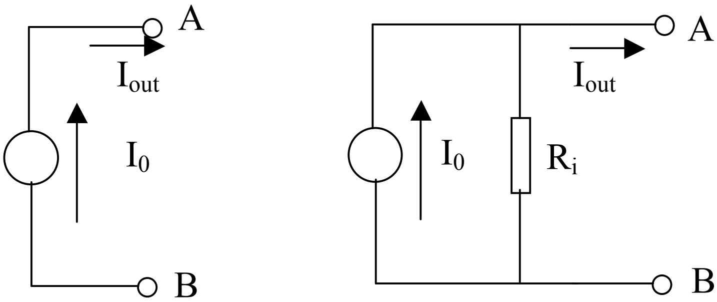
con V_0 costante. La tensione che fornisce, nel caso ideale e' cioe' indipendente dalla corrente che gli viene chiesto di erogare.

Un generatore reale di tensione, che ha una certa resistenza interna R_i, fornira' una d.d.p. data invece dalla relazione (si applica il II principio di Kirchhoff alla maglia):

$$V_{AB} = V_0 - R_i \cdot I$$

Dove V_0 e' la d.d.p. generata e R_i e' la sua resistenza interna (se infatti poniamo $R_i = 0$ ci riconduciamo al caso ideale).
Questo significa che, nel caso reale, la tensione fornita ha una piccola dipendenza (in generale R_i e' molto piccola) dalla corrente che gli viene chiesto di erogare. Nel caso limite in cui la corrente (corrente di corto circuito) vale: $I_{CC} = \frac{V_0}{R_i}$ si ha che la tensione V_{AB} ai morsetti di uscita si annulla.
Si capisce chiaramente quindi che ***un generatore di tensione ideale ha una resistenza interna nulla***. Nel caso piu' reale, ***un generatore di tensione e' tanto migliore quanto piu' bassa e' la sua resistenza interna***.

Il generatore di corrente
In maniera analoga si puo' definire il generatore di corrente come un dispositivo che riesce a generare una corrente **I** indipendentemente dalla d.d.p. che si formera' ai suoi morsetti.



Il circuito equivalente di un generatore di corrente ideale (a sinistra) e reale (a destra) e' riportato in figura. Applicando al circuito il I principio di Kirchhoff otterremo:

$I_{out} = I_0 - \frac{V_{out}}{R_i}$. Ora, nel caso di un generatore di corrente ideale avremo $R_i = \infty$ e dunque $I_{out} = I_0$. Ossia tutta la corrente generata passa all'uscita del generatore. Nel caso reale, in cui $R_i \neq \infty$ avremo che parte della corrente generata viene "riassorbita" dalla resistenza interna e dunque la corrente $I_{out} = I_0 - \frac{V_{out}}{R_i}$. Nel limite in cui la tensione che si crea ai capi del generatore di corrente vale $V_{out} = R_i \cdot I_0$ si ha che $I_{out} = 0$

Possiamo quindi dire che: ***un generatore di corrente ideale ha una resistenza interna infinita***. Nel caso reale ***un generatore di corrente e' tanto migliore quanto piu' alta e' la sua resistenza interna*** .

Gli elementi reattivi

Fino ad ora abbiamo analizzato essenzialmente circutiti con sole resistenze, caratterizzati da un legame di proporzionalità diretta tra la corrente **I** che circola attraverso la resistenza e la tensione **V** ai suoi capi: **V= R I .**

Passiamo ora ad analizzare gli elementi reattivi, in grado cioè di "reagire" alle sollecitazioni accumulando energia e scambiandola col sistema. Come vedremo questo implica che, per la risoluzione dei circuiti si passi da sistemi di equazioni algebriche a piu' complessi sistemi di equazioni differenziali.

Anticipiamo che questi concetti verranno affrontati (o sono gia' stati affrontati) dal punto di vista teorico nel corso di elettromagnetismo. In questo corso affronteremo l'argomento in maniera un po' piu' operativa.

Il condensatore

Il primo elemento reattivo che consideriamo e' il condensatore..

Un condensatore è un dispositivo costituito da due *armature* conduttrici, separate da un materiale dielettrico, in grado di accumulare una certa quantità di carica **Q** qualora, ai capi delle sue armature, si applichi una d.d.p. **V**. Questa caratteristica si chiama ***capacità,*** si indica con la lettera ***C*** d e' definita come il rapporto tra la carica accumulata e la d.d.p. applicata:

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

e si misura in **Farad (F)**. Quindi, condensatori con una capacità elevata accumuleranno, a parità di tensione applicata ai suoi capi, una maggiore quantità di carica. E' importante osservare che la capacita', per un condensatore ideale, e' un paramentro <u>puramente geometrico</u>, che non dipende cioe' dalla d.d.p. applicata alle armature.

Il legame tra la corrente cincolante in un condensatore e la tensione applicata ai suoi capi lo si può ottenere osservando che:

$i(t) = \frac{dQ(t)}{dt}$ e dunque, sostituendo

$$i(t) = C\frac{dV(t)}{dt}$$

Un condensatore e' in grado di accumulare, durante la fase di carica, una energia pari a:
$W = \frac{1}{2}CV^2$

che rappresenta il lavoro speso dal generatore per portarlo da una tensione inizialmente nulla ad un valore V (e quindi con una carica pari a Q=C·V) .
Questa energia, accumulata dal condensatore, puo' essere ceduta di nuovo al sistema, ad esempio scaricandolo su una resistenza. Grazie a questa proprieta' il condensatore si definisce un bipolo reattivo.

L'induttanza

Una induttanza (o induttore) è costituita essenzialmente da un solenoide: un filo elettrico avvolto in modo da formare un certo numero di spire.
Quando una corrente attraversa l'avvolgimento, si genera al suo interno un campo magnetico il cui flusso Φ è proporzionale alla corrente stessa:
$\Phi = \mathrm{L\,I}$, dove il coefficiente di proporzionalità **L** è chiamato *coefficiente di autoinduzione* o ***induttanza*** e si misura in **Henry (H).** A parita' di corrente circolante nel solenoide avremo quindi che maggiore e' L e maggiore sara' il campo magnetico generato al suo interno.
Nel caso di corrente variabile nel tempo, e quindi campo magnetico variabile, per la legge di Faraday-Neumann-Lenz, ai capi dell'avvolgimento si genera un d.d.p. pari a $e = -\frac{d\Phi}{dt}$ e quindi avremo che il legame tra tensione applicata e corrente circolante nell'induttanza vale:

$$V(t) = -L\frac{di(t)}{dt}$$

Il segno negativo indica che la d.d.p. che si crea ai capi di una induttanza è sempre opposta alla causa che l'ha generata (legge di Lenz) e quindi opposta in segno alla f.e.m. del generatore.

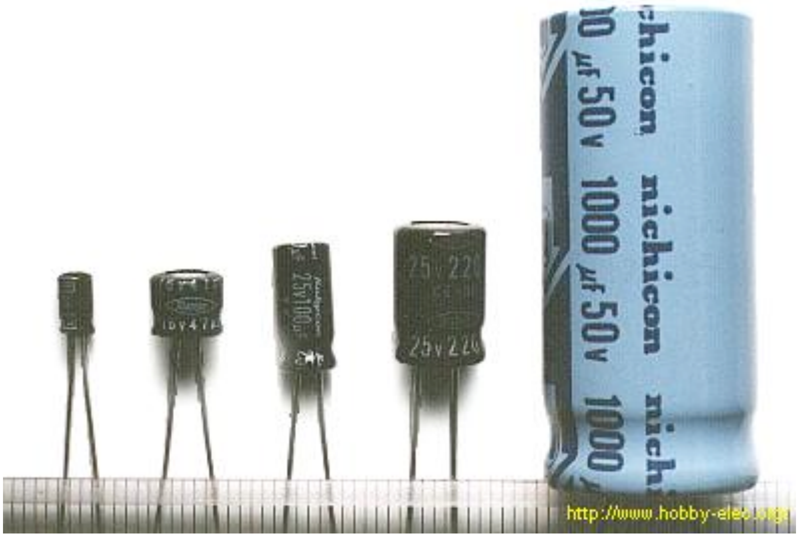
Si può vedere che l'energia accumulata in una induttanza vale:

$W = \frac{1}{2}Li^2$ e rappresenta il lavoro compiuto da un generatore per fare circolare attraverso di essa una corrente **i** partendo da una corrente iniziale nulla.

I condensatori
Cosi' come le resistenze, anche i condensatori sono tra i dispositivi piu' utilizzati in elettronica. Vediamo dunque come sono in pratica, i vari tipi esistenti, come riconoscerne il valore etc….

Tipi di condensatori
Come per le resistenze, esistono vari tipi di condensatori che si differenziano per la tecnologia utilizzata per realizzarli, per le applicazioni e per le prestazioni.

I condensatori elettrolitici.
E' indubbiamente il tipo di condensatore piu' diffuso. Esteriormente si presenta come in figura.



Questo tipo di condensatore e' costituito da due sottili lamine di metallo (tipicamente Alluminio) separate da uno strato sottilissimo di sostanza isolante e arrotolate in modo da formare un cilindro. In questo modo, ricordando che per un condensatore piano vale la formula: $C = \varepsilon \cdot \frac{S}{d}$, si possono ottenere valori di capacita' molto elevati grazie ad una distanza d tra le armature molto piccola e superfici S delle armature molto grandi (arrotolando lamine molto lunghe).
Questi condensatori hanno valori che vanno tipicamente da 1 µF a migliaia di µF. , sono piuttosto economici (anche per questo sono molto diffusi) e hanno tolleranze piuttosto alte (5-10%) ossia valori di capacita' non particolarmente precisi.
Per come sono realizzati (avvolgendo le armature) questi condensatori presentano una induttanza parassita elevata e dunque non possono essere utilizzati per segnali ad alta frequenza (MHz).

E' molto importante osservare inoltre, che, sempre per come sono realizzati, i condensatori elettrolitici sono *polarizzati,* hanno cioe' un polo positivo ed uno positivo. Quando li si inserisce in un circuito occorre collegare sempre il positivo al potenziale piu' alto e il negativo a quello piu' basso. Se la polarita' non viene rispettata questi condensatori possono esplodere e dunque… attenzione!

Sui condensatori elettrolitici il valore della capacita' e' riportato direttamente sull'involucro, assieme al valore di tensione massima applicabile ed alla polarita'.

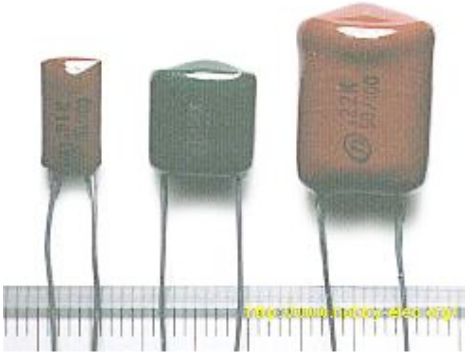
Condensatori ceramici

I condensatori ceramici sono anch'essi molto diffusi in elettronica (dopo gli elettrolitici sono i piu' diffusi) e hanno la tipica forma circolare riportata in figura .

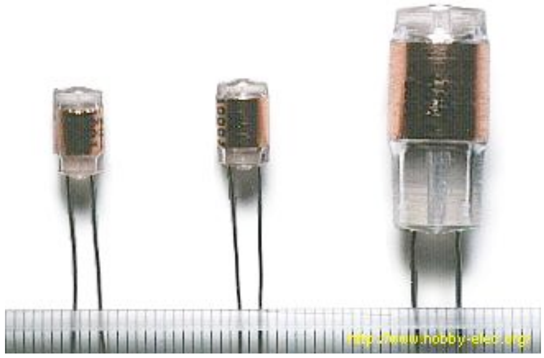
Questi condensatori sono costituiri da strati alternati di metallo e ceramica (da cui il nome) e , viste le dimensioni piuttosto limitate (< 1 cm di solito), valori di capacita' piu' piccole rispetto agli elettrolitici (fino a centinaia di nF). Hanno anche loro tolleranze piuttosto alte (5-10 %) e sono piuttosto economici.
I condensatori ceramici non sono polarizzati, e dunque possono essere collegati ad un circuito senza preoccuparsi del verso si inserimento e possono essere utilizzati anche per segnali ad alta frequenza.

Altri tipi di condensatori

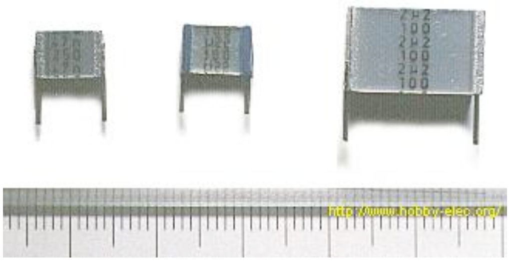
Esistono in commercio molti tipi di condensatori che non staremo a descrivere in dettaglio. Si distinguono tipicamente per il materiale utilizzato per la loro realizzazione, che influenza ovviamente le prestazioni (ma anche il costo).
I tipi principali materiali utilizzati sono: polistirene, poliestere, polipropilene, mica, polistirene metallizzato etc… Si riportano sotto alcune foto illustrative:



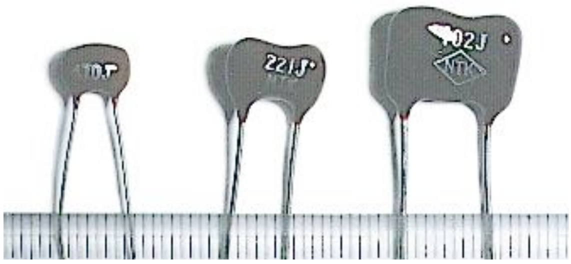
condensatori in poliestere



condensatori in Polistirene



condensatori in poliestere metallizzato



condensatori in mica

Come riconoscere il valore della capacita'
premetto che per i condensatori non e' semplice come per le resistenze… Infatti non esiste una unica convenzione per stabilirne il valore. Ove e' possibile si tende a scrivere il valore direttamente (ad esempio sui condensatori elettrolitici, vedi figura).
Ove non sia possibile scrivere il valore (cioe', in pratica, in tutti gli altri tipi) si adotta, in genere, una numerazione a **3 cifre + una lettera**. Le prime due cifre sono il valore numerico , la terza e' il fattore moltiplicatico, la lettera indica la tolleranza.
Esempio, nella foto del condensatore ceramico di destra e' indicato: **103Z** che significa:

10×10^3 tolleranza +80% - 20%

Sul condensatore in mica (quello al centro) e' indicato: **221J** che sta' per: 22×10^1 tolleranza 5%. Qui sotto riporto una tabellina esplicativa con la corrispondenza lettera-tolleranza. In questa convenzione il valore e' espresso in **picoFarad**

Capacitor Value Codes Fig. 2

3rd Digit	Multiplier	Letter	Tolerance
0	1	D	0.5 pF
1	10	F	1 %
2	100	G	2 %
3	1,000	H	3 %
4	10,000	J	5 %
5	100,000	K	10 %
6,7	Not Used	M	20 %
8	.01	P	+100, -0 %
9	.1	Z	+80, -20 %

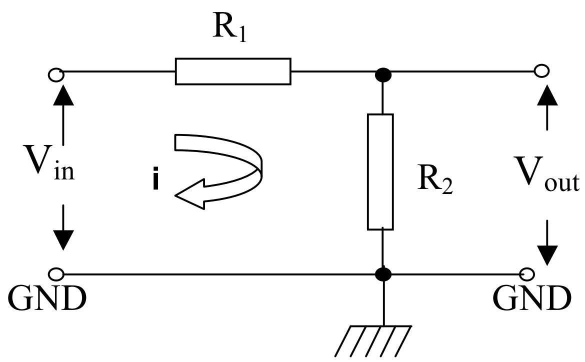
Per maggiori informazioni su puo' visitare il sito:

http://www.interq.or.jp/japan/se-inoue/e_capa.htm

Alcuni circuiti importanti:
Vediamo ora un paio di circuiti che sono di particolare importanza per tutte le applicazioni elettroniche che vedremo in seguito: il partitore di tensione resistivo e la carica e scarica di un condensatore su di una resistenza.

Il partitore di tensione resistivo

Il partitore di tensione, rappresentato in figura, è un dispositivo che, come dice il nome, serve a "partizionare" la tensione in ingresso, cioè a fornire una tensione di uscita più bassa rispetto a quella di ingresso.



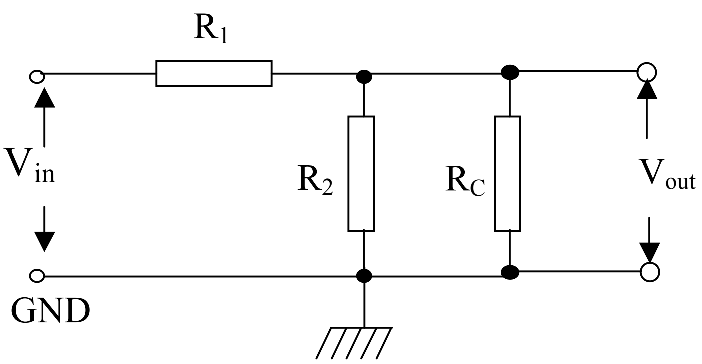
La funzione di trasferimento, cioè il legame tra tensione di uscita e tensione di ingresso, può essere calcolata applicando il II principio di Kirchhoff alle maglie (per il momento consideriamo il caso senza carico) che costituiscono il circuito di figura. Cominciamo con la maglia V_{in}_R_1_R_2 . Considerando che all'uscita non c'e' nessun carico, e dunque le due resistenze si possono considerare in serie in quanto attraversate dalla stessa corrente, se applichiamo il II principio di Kirchhoff avremo: $V_{in} = R_1 \cdot i + R_2 \cdot i$ da cui $i = \dfrac{V_{in}}{(R_1 + R_2)}$

Se ora applichiamo lo stesso principio alla maglia R_2_V_{out} otteniamo:
$V_{out} = R_2 \cdot i$. Osservando che la corrente i che circola e' la stessa, otteniamo il legame tra tensione di uscita e quello di ingresso (e dunque la funzione di trasferimento) sostituendo:

$$V_{out} = V_{in} \cdot \frac{R_2}{(R_1 + R_2)} \Rightarrow T = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_2}{(R_1 + R_2)}$$

Come si può vedere il valore della tensione di uscita sarà sempre inferiore alla tensione di ingresso e il fattore di riduzione vale $\dfrac{R_2}{(R_1 + R_2)}$.

Supponiamo ora di applicare un carico al partitore, rappresentato dalla resistenza R_C



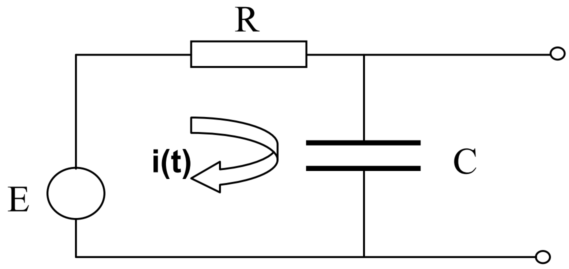
In questo caso si può vedere che la funzione di trasferimento rimane formalmente uguale, si sostituisce soltanto il termine R_2 con il parallelo tra R_2 e R_C:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_2 // R_C}{R_1 + R_2 // R_C}$$

Si puo' ottenere questo risultato applicando i principi di Kirchhoff alle maglie del circuito (si consiglia di fare questo esercizio per prendere dimestichezza con la risoluzione di reti resistive).
Si ha quindi che, affinchè l'influenza del carico sia trascurabile, e quindi la tensione di uscita rimanga invariata anche in presenza di carico, occorre che sia verificata la condizione: $R_C >> R_2$.

Il circuito RC, risposta al gradino di tensione

Il secondo circuito che analizziamo in dettaglio e' il cosiddetto circuito RC, ossia
Un condensatore che viene caricato da un generatore di tensione attraverso una resistenza.



Applichiamo al circuito di figura un gradino di tensione:

E = 0 se t < 0, E= V se t ≥0

Per calcolare l'andamento della tensione di uscita e della corrente circolante nel circuito, in funzione del tempo, procediamo come segue.
Applichiamo il II principio di Kirchhoff alla maglia: $E - V_C(t) = R \cdot i(t)$
osservando che il legame tra tensione e corrente ai capi di un condensatore vale:
$i(t) = C\dfrac{dV(t)}{dt}$ otterremo:
$E - V_C(t) = R \cdot C\dfrac{dV_C(t)}{dt}$ e dunque per ricavare la tensione ai capi del condensatore (e dunque la tensione d'uscita) in funzione del tempo dovremo risolvere la seguente equazione differenziale <u>lineare non omogenea a coefficienti costanti</u>:

$$V_C' + \frac{1}{\tau}V_C = \frac{E}{\tau}$$

Il fattore $\tau = RC$ è chiamato ***costante di tempo*** del circuito (si puo' vedere che ha come unità di misura il secondo), e caratterizza, come vedremo, la risposta temporale del circuito. Si può vedere che l'equazione sopra, con la condizione iniziale $V_C(t=0) = 0$, che significa condensatore inizialmente scarico, ha come soluzione:

$$V_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

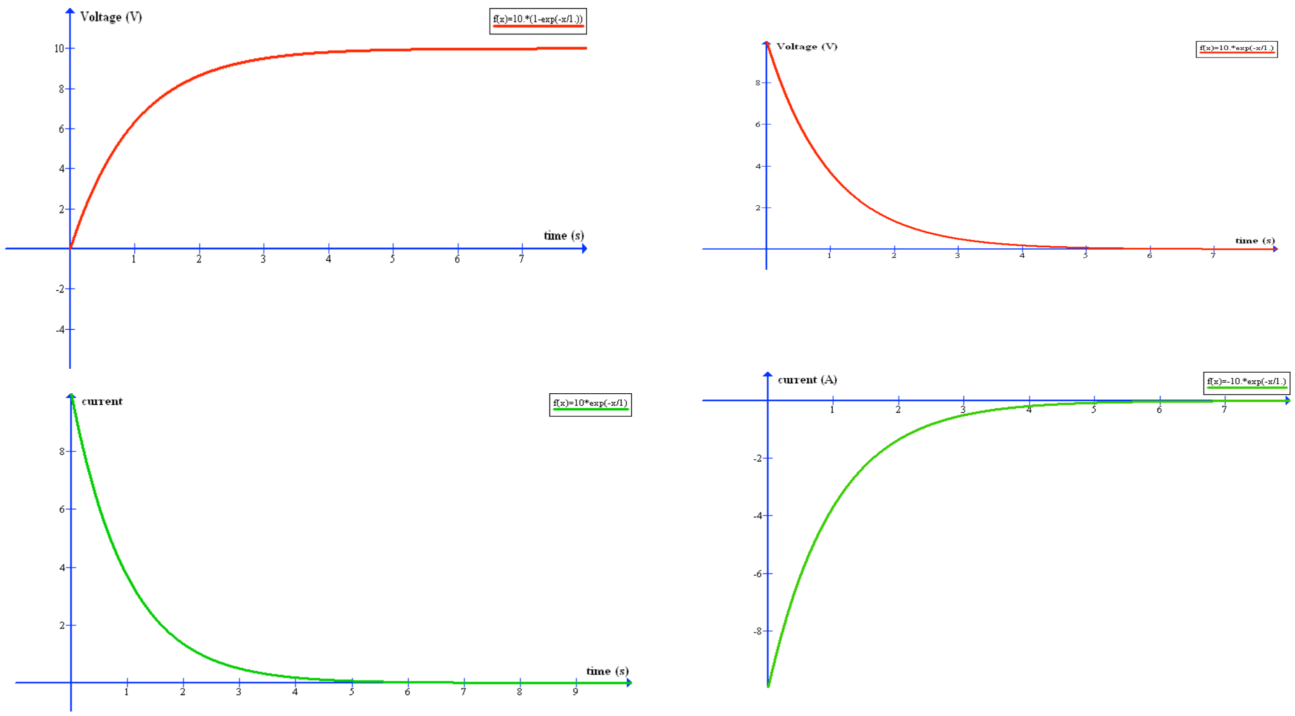
Considerando poi il legame tra tensione e corrente in un condensatore, si puo' vedere (si lascia la verifica per esercizio) che:

$$I_C(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Per completezza riportiamo anche l'andamento della tensione ai capi del condensatore per il caso generale in cui il condensatore non sia inizialmente scarico ($V_C(t=0) = V_0$):

$$V_C(t) = V_{C0} + (E - V_{C0})(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

Nella figura sotto è mostrato l'andamento della tensione ai capi del condensatore e il valore della corrente che circola nel circuito in funzione del tempo.



Andamento di tensione (in alto) e corrente (in basso) in funzione del tempo per la carica di un condensatore attraverso una resistenza. A sinistra sono riportati gli andamenti relativi alla carica di un Condensatore, a destra gli andamenti relativi alla scarica.

In maniera analoga si puo' studiare la scarica di un condensatore attraverso una resistenza. In questo caso applicando il secondo principio di Kirchhoff si ottiene l'equazione: $V_C' + \frac{1}{\tau} V_C = 0$ che, con le condizioni iniziali: E(t=0) = V, porta all'andamento:

$$V_C(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

mentre l'andamento della corrente, che si ottiene al solito applicando il legame tensione corrente ai capi di un condensatore, vale:

$$I_C(t) = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Notare che la corrente ha lo stesso andamento della carica ma ha segno negativo, circola cioe’ in senso opposto rispetto alla carica.