



ISTITUZIONI DI METODI MATEMATICI DELLA FISICA

Testo di riferimento:

C. Bernardini, O. Ragnisco, P.M. Santini. *Metodi Matematici della Fisica*, Carocci ed., 1993.

- ♦ **Funzioni analitiche.** Proprietà dei numeri complessi; rappresentazione polare. Cap.1 §1
 Sfera di Riemann e punto all'infinito; teorema di Cauchy-Riemann; trasformazioni conformi; funzioni armoniche coniugate; funzioni elementari. Cap.1 §3
 Zeri di una funzione analitica; poli e singolarità essenziali; funzioni analitiche monodrome; rami di funzioni polidrome; la funzione logaritmo 5 ore Cap.1 §6,7
- ♦ **Il teorema di Cauchy.** Integrali di linea; il teorema per domini semplicemente connessi; estensione a domini molteplicemente connessi. Cap.2 §1, 2
 La formula integrale di Cauchy; conseguenti corollari: disuguaglianze di Cauchy, il teorema di Liouville, il teorema fondamentale dell'algebra, il teorema di Morera, il teorema del massimo modulo. Valore principale di un integrale. Cap.2 §3.1-3.4
 Lemma di Jordan. 5 ore Cap.2 §4
- ♦ **Rappresentazioni integrali e per serie di funzioni analitiche.** Convergenza puntuale e uniforme di successioni e serie; il test M di Weierstraß; i teoremi di convergenza; serie di potenze; Cap.3 §3.1-3.3
 Serie e teorema di Taylor. La serie di Laurent e la classificazione delle singolarità. 6 ore Cap.3 §3.4.1, 3.4.2
- ♦ **Teorema dei residui.** Calcolo dei residui; il teorema dei residui; residui e comportamento all'infinito. Cap.3 §3.5.1
 Calcolo di integrali¹: funzioni integrande in forma di funzioni razionali di sin e cos; integrali impropri; la trasformata di Fourier; integrali di funzioni polidrome. Il prolungamento analitico: Cap.3 §3.5.2, 3.6.8
 unicità del prolungamento, punti regolari e singolari; il principio di Schwarz. 10 ore Cap.3 §3.6.1-3.6.6
- ♦ **Spazi lineari di dimensione finita e operatori lineari.** Spazi vettoriali e vettori colonna; operatori lineari e matrici; funzionali, spazi duali e vettori riga; basi; trasformazioni e proprietà invarianti; lo spazio quoziente; proprietà spettrali di operatori lineari; spazi euclidei; matrici hermitiane, unitarie e normali; funzioni di matrici. 12 ore Cap.4 §4.2.1-4.2.7
Cap.4 §4.2.10
- ♦ **Spazi lineari astratti.** Spazi lineari; spazi metrici; topologia indotta dalla metrica. Cap.4 §4.3.1-4.3.4
Spazi normati; spazi euclidei. Spazi di Hilbert. Funzionali lineari e distribuzioni. La delta di Dirac. Cap.4 §4.3.4, 4.3.5
Operatori lineari: algebra degli operatori, successioni di operatori, operatori autoaggiunti, operatori unitari e di proiezione su spazi di Hilbert; operatori compatti. Cap.4 §4.4
Teoria spettrale degli operatori: proprietà spettrali degli operatori autoaggiunti, unitari e compatti. Cap.4 §4.5
Teorema di decomposizione spettrale. Cap.4 §4.6
Proprietà della serie di Fourier. 12 ore Cap.4 §4.7.1

La parte di programma scritta in corsivo non è stata svolta e non costituisce materia d'esame; si sottolinea che, nei suoi contenuti essenziali, essa andrebbe comunque approfonditamente compresa prima di frequentare le lezioni di Meccanica Quantistica del III anno.

¹per una buona preparazione su questo argomento si consiglia di completare lo studio con gli esercizi contenuti nel Capitolo 7 del testo *Complex variables* di M. Spiegel e altri, della collana Schaum, Mc Graw-Hill, 2009