$F: V \times V \to K$ forma bilineare simmetrica V, associo a F una forma $q: V \to K$ così definita:
$q(v) = F(v;v)$ $\qquad v \mapsto F(v;v)$.

Tale forma è detta FORMA QUADRATICA.
Le sue proprietà sono le seguenti:
- $q(\alpha v) = F(\alpha v; \alpha v) = \alpha^2 F(v;v) = \alpha^2 q(v)$ $\qquad \alpha \in K,\ v \in V$

DEFINIZIONE

Una forma quadratica è un'applicazione $q: V \to K$ (campo su cui è definito V) tale che:
- $q(\alpha v) = \alpha^2 q(v)$, $\forall \alpha \in K$ e $v \in V$;
- l'applicazione $F: V \times V \to K$ così definito $F(v;w) = q(v+w) - q(v) - q(w)$ è una forma bilineare simmetrica.

A partire da q voglio definire un'ulteriore forma bilineare simmetrica $F_q: V \times V \to K$ tale che $F_q(v;v) = q(v)$, $\forall v \in V$

Abbiamo definito $F: V \times V \to K$ tale che $F(v;w) = q(v+w) - q(v) - q(w)$ forma bilineare simmetrica.

Cerco $F_q: V \times V \to K$ forma bilineare simmetrica tale che $F_q(v;v) = q(v)$, $\forall v \in V$

Abbiamo definito $F(v;w) \to F(v;v) = q(2v) - q(v) - q(v) = 2q(v) \to F_q(v;w) = \frac{F(v;w)}{2}$

Tale F_q è detta forma bilineare polare di q.

Tale forma polare è unica (DIMOSTRAZIONE per assurdo).

Abbiamo una corrispondenza biunivoca tra Bil simm $(V) \xrightarrow{\Phi}$ Quad (V), tale che $\Phi(F) = q$ tale che $q(v) = F(v;v)$ e $\Phi^{-1}(q) = F_q$ (è biunivoca).