Possiamo considerare le matrici come elementi dell'insieme delle matrici.
Sia $M_{k\times n}(\mathbb{R})$ l'insieme delle matrici con entrate reali, k righe ed n colonne.

Esempio: $A\in M_{2\times 3}(\mathbb{R})$ é $A=\begin{pmatrix} -1 & \sqrt{2} & 3/2 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{4} & 1 \end{pmatrix}$

Se $A\in M_{k\times n}$ con $k\neq n$, allora A é detta rettangolare.

Se $A\in M_{n\times n}$, allora A é detta quadrata.

Se $A\in M_{k\times n}$, $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{k1} & a_{k2} & a_{k3} & \cdots & a_{kn} \end{pmatrix}$

In una matrice quadrata si può individuare una <u>diagonale principale</u>, ovvero l'insieme $\{a_{jj} \mid j=1,\dots,n\}$.
Si dice <u>diagonale secondaria</u> di A l'insieme $\{a_{ij} \mid i=1,\dots,n;\ j=1,\dots,n$
$j=n-i+1\}$

Esempio: $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ La somma degli indici della diagonale secondaria é $n+1$

Data $A \in M_{K \times n}$ si dice <u>SOTTOMATRICE</u> di A ogni matrice ottenuta cancellando da A righe e/o colonne.

Esempio: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Se voglio ottenere una matrice B di due righe e due colonne sottomatrice di A, posso fare la seguente operazione:

$$A = \begin{pmatrix} \cancel{1} & \cancel{2} & \cancel{3} & \cancel{4} \\ 5 & \cancel{6} & \cancel{7} & 8 \\ 9 & \cancel{-1} & \cancel{0} & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$$

Quante sottomatrici posso ottenere da una matrice data? Provare a casa. Verificare che risulti $2^{K \times n}$.

Una matrice quadrata $A \in M_{n \times n}$ é detta <u>diagonale</u> se le sue entrate sono tutte nulle tranne, eventualmente, quelle della diagonale principale.

Esempio: $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ é una matrice diagonale.

$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ é la matrice <u>nulla</u>.

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ é detta <u>identitá</u>. (indicata con I)

La matrice <u>identità</u> $n \times n$ è la matrice diagonale con tutte le entrate della diagonale principale pari a 1.

Data una matrice quadrata, abbiamo una <u>triangolare superiore</u> se $a_{ij} = 0 \ \forall i = 2, \dots, n$, $j = 1, \dots, n-1$, $i > j$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

tutte le entrate al di sotto della diagonale principale sono nulle.

È invece una triangolare inferiore se $a_{ij} = 0 \ \forall i = 1, \dots, n-1$, $j = 2, \dots, n$, $i < j$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Le matrici diagonali sono triangolari.

Le matrici dell'insieme $M_{K\times n}$ possono essere "sommate" tra di loro. Tale somma è un'applicazione "+" $: M_{K\times n} \times M_{K\times n} \longrightarrow M_{K\times n}$ ~~…~~. È un'operazione binaria perché opera con coppie ordinate.

È un'operazione interna perché ha come codominio l'insieme stesso.

Tale somma è così definita: posta $A = (a_{ij})_{\substack{i=1,\dots,K \\ j=1,\dots,n}}$ e

$$B = (b_{ij})_{\substack{i=1,\dots,K \\ j=1,\dots,n}} \Rightarrow A+B = (a_{ij}+b_{ij})_{\substack{i=1,\dots,K \\ j=1,\dots,n}}$$

Esempio: $A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$ $\quad B = \begin{vmatrix} -1 & 3 & -2 \\ -2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

$$\Rightarrow \underset{C}{\overset{}{A+B}} = \begin{vmatrix} 0 & 5 & 1 \\ 2 & 6 & 8 \end{vmatrix}$$

• è associativa? cioè $(A+B)+C = A+(B+C) \ \forall A,B,C \in M_{K\times n}$

$$(A+B)+C = (a_{ij}+b_{ij})+(c_{ij}) = ((a_{ij}+b_{ij})+c_{ij})$$
$$A+(B+C) = (a_{ij})+(b_{ij}+c_{ij}) = (a_{ij}+(b_{ij}+c_{ij}))$$

Le due matrici ottenute sono uguali se $\forall_{ij}$ $(a_{ij}+b_{ij})+c_{ij} = a_{ij}+(b_{ij}+c_{ij})$. La somma tra numeri reali è associativa, dato che a_{ij}, b_{ij} e c_{ij} sono numeri reali, allora la somma tra matrici è associativa.

DIMOSTRARE CHE LA MATRICE NULLA $0 \in M_{K\times n}$ È L'ELEMENTO NEUTRO DELLA SOMMA TRA MATRICI

DIMOSTRARE CHE OGNI MATRICE HA UNA MATRICE "OPPOSTA" CIOÈ $\forall A \in M_{K\times n} \ \exists B \in M_{K\times n} \mid A+B=0$

LA SOMMA TRA MATRICI È COMMUTATIVA?