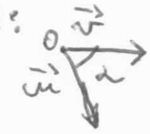
GEOMETRIA

INTRODUZIONE

Lo Spazio Comune, $R \times R \times R$ ovvero R^3, spazio tridimensionale, E' UN INSIEME in esso sono inserite strutture algebriche; è uno spazio vettoriale nel quale sono DATI i vettori (DI CUI SI PUO' CALCOLARE modulo, direz., verso); SI POSSONO SOMMARE, MOLTIPLICARE PER UNO SCALARE, SOTTRARRE, etc...)
Problema: sovrapposizione dei vettori, per avere la somma sono necessarie nozioni, CHE, AD ESEMPIO, CI PERMETTONO DI DETERMINARE LA distanza di 2 punti nel piano → Struttura algebrica, costituisce la parte matematica. R^3 è uno spazio Euclideo, l'R^4 Euclideo è diverso all'R^4 della Relatività (si considerano le 3 dim. ed il tempo), la struttura algebrica inserita nell'R^4 Euclideo è differente rispetto a quella dell'R^4 Relatività.

DATI I VETTORI: G $\vec{v}$ $\vec{u}$



Prodotto ~~vettoriale~~ SCALARE

$$\vec{v} \cdot \vec{u} = |v| \cdot |u| \cdot \cos\alpha$$

Punto di Partenza DEL CORSO, requisiti; Equazioni, operazioni e proprietà delle Equazioni, LORO grado.

Equazioni Algebriche (COSTITUITE DA ~~monomi~~ polinomi); parte letterale E parte numerica DEI MONOMI. RICORDIAMOLA

es: $2a^2bc$ grado 4

Il grado di un Equazione è il grado del monomio di grado massimo

AD ESEMPIO: $\underbrace{2a^2bc}_{4} + \underbrace{3ab}_{2} - \underbrace{\sqrt{2}\,bc^3}_{4} - \underbrace{2}_{0} = 0$ HA grado 4

DEFINIZIONE

Equazione si dice Omogenea, se tutti i monomi sono dello stesso grado.

CONSIDERIAMO I SISTEMI DI EQUAZIONI. UN ESEMPIO È IL Sistema a COEFFICIENTI REALI:

$$\begin{cases} 2a^2bc + 3ab - \sqrt{2}\, bc^3 + 2 = 0 \\ a + 5a^5 bc = 0 \end{cases}$$

DEFINIZIONE:

Trovare una soluzione $\underbrace{}_{\text{SIGNIFICA}}$ determinare una terna di numeri reali che sostituita ad (a, b, c), rende le 2 eq. 2. identità

una eq. è equivalente ad un altra quando ha le stesse soluzioni.

ad es: $2xy + y^3 = 0$ È EQUIVALENTE ALL'EQUAZIONE $6xy + 3y^3 = 0$

DEFINIZIONE:

Il grado del sistema si ottiene moltiplicando i gradi delle singole equazioni.

Se il Sistema di 1° grado ↗ tutte le eq. sono di 1° grado

INDICHIAMO CON "n" UN numero qualsiasi in $\mathbb{N}$.

DOVE $\mathbb{N}$ RAPPRESENTA L'INSIEME DEI NUMERI NATURALI

$(n \in \mathbb{N})$

Insieme dei numeri interi Relativi: $\mathbb{Z}$.

$\mathbb{Q}$: insieme dei numeri razionali

$\mathbb{R}$: insieme dei numeri reali

$\mathbb{C}$: insieme dei numeri Complessi

insiemisticamente $\mathbb{N}$ è costituito da un insieme di NUMERI;

POSSIAMO DOTARE L'INSIEME DI UNA STRUTTURA ALGEBRICA,

Struttura algebrica che opera all'interno dell'insieme; OPERA tra gli elementi DELL'INSIEME E DÀ COME RISULTATO UN ELEMENTO DELL'INSIEME STESSO.

es.: l'operazione di Somma in $\mathbb{N}$ DÀ AD $\mathbb{N}$ UNA STRUTTURA ALGEBRICA

Partendo da strutture algebriche semplici, se ne possono ottenere di + complesse aumentandone il NUMERO DI OPERAZIONI E LE PROPRIETÀ CUI DEVONO SODDISFARE

$n+1=0$ → non ha soluzione in $\mathbb{N}$ → Sol: $n=-1$ in $\mathbb{Z}$

$2n+1=0$ → non ha sol in $\mathbb{N}$ e in $\mathbb{Z}$ → $n=-\frac{1}{2}$ in $\mathbb{Q}$

$n^2-2=0$ → Soluzione irrazionale, $n=\sqrt{2}$ in $\mathbb{R}$

$x^2+2=0$ ha sol. in $\mathbb{C}$

fra $\mathbb{N}$ ed un sottoinsieme di $\mathbb{Z}$ (insieme dei num. relativi positivi) esiste una biezione. CHE RENDE $\mathbb{N}$ EQUIVALENTE AD UN SOTTOINSIEME DI $\mathbb{Z}$.

$\mathbb{Q}$ si ottiene attraverso operazioni di equivalenza tra coppie di elementi di $\mathbb{Z}$: OGNI CLASSE DI EQUIVALENZA DI COPPIE (m,q) È UN NUMERO RAZIONALE CHE SI INDICA: $\boxed{\frac{m}{q}}$.

$\mathbb{Z}$ È EQUIVALENTE AD UN SOTTOINSIEME DI $\mathbb{Q}$ MEDIANTE LA FUNZIONE:

$$\begin{aligned} \mathbb{Z} &\longrightarrow \mathbb{Q} \\ n &\longmapsto \frac{n}{1} \end{aligned}$$

SISTEMI LINEARI

Sistemi di Equazioni di 1° grado con sol. in $\mathbb{R}$ e COEFFICIENTI IN $\mathbb{R}$.

$\Downarrow$

(SISTEMI lineari)

CONSIDERIAMO: k equazioni in n variabili

variabili: $x_1, x_2, \dots x_n$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + a_{k3}x_3 + \dots + a_{kn}x_n = b_k \end{cases}$$

b_1 → termine noto

coefficiente: a_{ij}

i → i-esima equazione

j → j-esima variabile

"PER OGNI" $= \forall$ → QUANTIFICATORE UNIVERSALE

"ESISTE" $= \exists$ → Quantificatore Esistenziale

Se $b_i = 0 \quad \forall\, i = 1, \dots k$

$\Downarrow$

Sistema Omogeneo

Se $\exists\, i \in \{1, \dots k\} \mid b_i \neq 0$

$\exists$ → "se ne esiste almeno uno"

$\Downarrow$

Il sistema è non omogeneo

($\exists! =$ "ne esiste uno ed uno solo")

ESEMPIO:

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 - \sqrt{2}\,x_3 = 1 \\ \frac{2}{3}x_1 - x_2 \qquad = 0 \end{cases}$$

coeff. $x_3 = 0$

Sistema lineare di 2 eq. in 3 variabili

Non Omogeneo

Metodi di Risoluzione,
- Sostituzione
- Riduzione → attraverso la sottrazione tra le singole variabili delle equazioni.

VEDREMO IL metodo di risoluzione di Gauss.