RIFARE GLI ESERCIZI DELLA 1ª SETTIMANA, EVIDENZIANDO LE MATRICI ASSOCIATE AI SISTEMI E LAVORANDO SULLE MATRICI CON LE OPERAZIONI ELEMENTARI RIGA FINO A RIDURLE A FORMA A GRADINI CANONICA.

3.1. Risolvere il sistema lineare $Ax = b$ di matrice completa $\begin{pmatrix} 10 & 23 & 17 & 44 & 25 \\ 15 & 35 & 26 & 69 & 40 \\ 25 & 57 & 42 & 108 & 65 \\ 30 & 69 & 51 & 133 & 95 \end{pmatrix}$.

3.2. Al variare di $\ell \in \mathbb{R}$, risolvere i sistemi lineari $A_\ell x = b_\ell$ di matrice completa

$$\begin{pmatrix} 5 & -3 & 2 & 4 & 3 \\ 4 & -2 & 3 & 7 & 1 \\ 8 & -6 & -1 & -5 & 9 \\ 7 & -3 & 7 & 17 & \ell \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 6 & 3 & 5 & 4 \\ 4 & 14 & 1 & 7 & 4 \\ 2 & -3 & 3 & \ell & 7 \end{pmatrix}.$$

3.3. Al variare di $\ell \in \mathbb{R}$ risolvere l'equazione $XA_\ell = 0$, dove $A_\ell = \begin{pmatrix} \ell & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. In questo problema l'incognita è la matrice $X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix}$, quindi l'equazione $XA_\ell = 0$ diventa un sistema lineare omogeneo in $x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22}$.

Esercizio 2. Calcolare la soluzione dell'equazione

$$-3X + \begin{pmatrix} 6 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 3. Calcolare ${}^tA$ quando A è una delle seguenti matrici

$$\begin{pmatrix} 6 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 4 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Dire quale tra le matrici indicate sopra è simmetrica, antisimmmetrica, né simmetrica né antisimmetrica.

Esercizio 4. Sia A una matrice quadrata d'ordine n. Ricordo che le due matrici $B = (A + {}^tA)/2$ e $C = (A - {}^tA)/2$ sono dette *parte simmetrica* e *parte antisimmetrica* di A. Sono le uniche due matrici quadrate d'ordine n tali che $A = B + C$ con B simmetrica e C antisimmetrica.

Determinare la parte simmetrica e la parte antisimmetrica delle seguenti matrici:

$$\begin{pmatrix} 6 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}.$$

CALCOLARE IL RANGO

371. $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & 1 & 0 & -2 & -2 \\ -2 & -5 & 8 & -4 & 3 & -1 \\ 6 & 0 & -1 & 2 & -7 & -5 \\ -1 & -1 & 1 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. [RANGO = 3]

372. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. [RANGO = 4]

373. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & -8 & -5 & -12 \\ 2 & -7 & 8 & 9 & 13 \end{pmatrix}$. [RANGO = 3]

374. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 4 & -2 \\ 4 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. [RANGO = 2]

375. $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & -3 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & -2 & 1 & 1 & -3 \\ 3 & 1 & 3 & -9 & -1 & 6 \\ 3 & -1 & -5 & 7 & 2 & -7 \end{pmatrix}$. [RANGO = 3]

376. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$. [RANGO = 5]

377. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ [RANGO = 6]

378. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. [RANGO = 5]

379. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. [RANGO = 3]

380. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 2 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 1 & -2 & -6 \\ 1 & 2 & 1 & -1 & 0 \\ 4 & -1 & 3 & -1 & -8 \end{pmatrix}$. [RANGO = 4]