

In ciascuno degli esercizi 1÷7, determinare: a) una matrice simmetrica A per la forma quadratica; b) gli autovalori di A ; c) un insieme ortonormale di autovettori; d) una matrice ortogonale C diagonalizzante.

1. $4x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2$.

5. $x_1^2 + x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$.

2. x_1x_2 .

6. $2x_1^2 + 4x_1x_3 + x_2^2 - x_3^2$.

3. $x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2^2$.

7. $3x_1^2 + 4x_1x_2 + 8x_1x_3 + 4x_2x_3 + 3x_3^2$.

4. $34x_1^2 - 24x_1x_2 + 41x_2^2$.

In ciascuno degli esercizi 8÷18, riconoscere la specie della sezione conica rappresentata dalla data equazione cartesiana e fare poi uno schizzo della conica stessa.

8. $y^2 - 2xy + 2x^2 - 5 = 0$.

9. $y^2 - 2xy + 5x = 0$.

10. $y^2 - 2xy + x^2 - 5x = 0$.

11. $5x^2 - 4xy + 2y^2 - 6 = 0$.

12. $19x^2 + 4xy + 16y^2 - 212x + 104y = 356$.

13. $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 52x + 14y = 6$.

14. $5x^2 + 6xy + 5y^2 - 2 = 0$.

15. $x^2 + 2xy + y^2 - 2x + 2y + 3 = 0$.

16. $2x^2 + 4xy + 5y^2 - 2x - y - 4 = 0$.

17. $x^2 + 4xy - 2y^2 - 12 = 0$.

18. $xy + y - 2x - 2 = 0$.

19. Per quale valore (o per quali valori) di c l'equazione cartesiana $2xy - 4x + 7y + c = 0$ rappresenta nel piano una coppia di rette?

20. Supposto che l'equazione cartesiana $ax^2 + bxy + cy^2 = 1$ rappresenti un'ellisse, si dimostri che l'area della regione che essa limita è $2\pi/\sqrt{4ac - b^2}$. Si ottiene così un'interpretazione geometrica del discriminante $4ac - b^2$.

Viamo date le quadriche Q di \mathbb{R}^3 di equazioni:

a) $xy + yz + xz + 3x + 7 = 0$

b) $2x^2 + y^2 - 4xy - 4yz + 2y = 0$

c) $2x^2 + 5y^2 + 5z^2 + 4xy - 4xz - 8yz + 7x = 0$

d) $5x^2 + 6y^2 + 7z^2 - 4xy + 4yz - 10x + 8y + 14z - 6 = 0$

e) $4x^2 + y^2 + 4z^2 - 4xy + 8xz - 4yz - 12x - 12y + 6z = 0$

f) $x^2 + y^2 - 2z^2 - 4xy - 20xz + 20yz - 12x - 12y - 48 = 0$

1) Scrivere le equazioni in forma matriciale

$$x^T A x + L x + d = 0$$

2) Trovare S ortogonale tale che $S^{-1} A S$ ne diagonale

3) Ridurre l'equazione in forma canonica rispetto ad un sistema di assi ortogonali.

4) Precisare il tipo di quadrica e tracciarne

il grafico nell'ultimo sistema di coordinate determinato.

5) Determinare le equazioni dei nuovi assi del sistema di riferimento, nelle coordinate iniziali ed il cambiamento di coordinate effettuato.