

## ESERCIZI SUI SISTEMI LINEARI

Determinare l'esistenza delle soluzioni dei seguenti sistemi lineari ed, in caso affermativo, calcolarle esplicitamente:

$$1. \begin{cases} x+2y-z+1=0 \\ 2x+4y+z-1=0 \end{cases} \quad \text{SOL: } \begin{cases} x=k \\ y=-k/2, \quad k \in \mathfrak{R} \\ z=1 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x+2y-z+t+1=0 \\ -x+y+2z-t=-1 \end{cases} \quad \text{SOL: } \begin{cases} x = \frac{5h-3k+1}{3} \\ y = -\frac{h+2}{3}, \quad h, k \in \mathfrak{R} \\ z=h \\ t=k \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x-y=-1 \\ 4x-2y+2=0 \\ 6x-3y=-5 \end{cases} \quad \text{SOL: } \diamond$$

$$4. \begin{cases} 3x+2y-1=0 \\ 9x+6y-3=0 \\ 15x+10y-5=0 \end{cases} \quad \text{SOL: } \begin{cases} x=t \\ y = \frac{1-3t}{2}, \quad t \in \mathfrak{R} \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x-2y+1=0 \\ 2x-4y=-2 \\ x+3y=1 \end{cases} \quad \text{SOL: } \begin{cases} x = -\frac{1}{5} \\ y = \frac{2}{5} \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x-y+1=0 \\ 2x+3y=1 \\ x+4y=2 \\ 3x-y=-1 \end{cases} \quad \text{SOL: } \diamond$$

$$7. \begin{cases} x+y+z=3 \\ 2x+y+z=2 \\ x+3y+2z=2 \end{cases} \quad \text{SOL: } \begin{cases} x=-1 \\ y=-5 \\ z=9 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 2x-y+z-1=0 \\ x+2y+z=1 \\ 3x-4y+z=-2 \end{cases} \quad \text{SOL: } \diamond$$



$$9. \begin{cases} x+y+2z-1=0 \\ 2x+2y-z+2=0 \\ 2x+2y-6z+6=0 \end{cases} \quad \text{SOL: } \begin{cases} x=t \\ y=-3/5-t, \quad t \in \mathfrak{R} \\ z=4/5 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x+y+2z-1=0 \\ x+3y-2=0 \\ x+2y+z+1=0 \end{cases} \quad \text{SOL: } \diamond$$

$$11. \begin{cases} 2x-y+z-2=0 \\ x+2y-3z=0 \\ x+y+z-3=0 \end{cases} \quad \text{SOL: } \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x+y+1=0 \\ -y+z-1=0 \\ 2x+3y-z+3=0 \end{cases} \quad \text{SOL: } \begin{cases} x=-k \\ y=k-1, \quad k \in \mathfrak{R} \\ z=k \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x+2-z+t+1=0 \\ 2x-y+z-t=0 \\ 3x-4y+3z-3t-1=0 \end{cases} \quad \text{SOL: } \begin{cases} x = \frac{-h+k-1}{5} \\ y = \frac{3h-3k-2}{5}, \quad h, k \in \mathfrak{R} \\ z = h \\ t = k \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} 5x-3y+5z-2t=-1 \\ 2x+y-z+3t+2=0 \\ x-5y+7z-8t=-5 \end{cases} \quad \text{SOL: } \diamond$$

$$15. \begin{cases} 2x-y+z=-1 \\ x+2y-z=-1 \\ 4x+3y-z=-3 \\ 5x+z=-3 \end{cases} \quad \text{SOL: } \begin{cases} x = -\frac{k+3}{5} \\ y = \frac{3k-1}{5}, \quad k \in \mathfrak{R} \\ z = k \end{cases}$$



Studiare l'esistenza delle soluzioni dei seguenti sistemi al variare del parametro reale  $k$

$$1. \begin{cases} x + (k-1)y + z = 1 \\ (2k-3)x + y + (k-1)z = 3-k \\ 2x + ky + kz = k \\ kx + 2y + (2k-2)z = 4-k \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 3kx + 3y + (k+2)z = k+2 \\ x + 2y + 2z = k+1 \\ x + ky + kz = 1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} kx + y + z = 1 \\ x + ky + z = 0 \\ x + y + kz = 0 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x + z = k \\ 2x - ky + z = 0 \\ 3x + 4y = 1 \end{cases} \quad \text{SOL : } k = -\frac{4}{3}, \text{ impossibile ; } k \neq -\frac{4}{3}, \text{ una sola soluzione}$$

$$5. \begin{cases} kx - t = -1 \\ x + y + z + t = 4 \\ y + 2z + t = 4 \\ x - ky - z = 0 \end{cases} \quad \text{SOL : } k = 0, \infty^1 \text{ soluzioni ; } k = -2, \text{ imp. ; } k \neq 0, -2, \text{ una sola sol.}$$

$$6. \begin{cases} x + y - t = 1 \\ x + 3y + z + t = 8 + k \\ kx + ky + z + 3t = -3 \\ y + z - t = 2 \end{cases} \quad \text{SOL : } k = -7, \infty^1 \text{ soluzioni ; } k \neq -7, \text{ una sola soluzione}$$

$$7. \begin{cases} x + kz = 1 \\ -x + y - 4z = 0 \\ x + y + kz = 3 \end{cases} \quad \text{SOL : } k = 4, \text{ una sola sol. ; } k \neq 4, \text{ una sola soluzione}$$

$$8. \begin{cases} kx + y + z = 1 \\ x + ky + z = k \\ kx + ky + kz = 1 \end{cases} \quad \text{SOL : } k = 0, \text{ nessuna sol. ; } k = 1, \infty^2 \text{ sol. ; } k \neq 0, 1, \text{ una sola sol.}$$

$$9. \begin{cases} x + ky + z = k \\ x - y + kz = 0 \\ x - ky + z = k \end{cases}$$