II PROVA PARZIALE DI GEOMETRIA
FISICA - 04/07/2011

1) Sia $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare che, rispetto alla base canonica nel dominio e nel codominio è associata alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & h \end{pmatrix}$$

i) Determinare il valore di h per cui f non è suriettiva

[10] Per tale valore di h: ii) determinare $\operatorname{Im} f$;

iii) dare un vettore di $\mathbb{R}^3$ privo di controimmagine;

iv) Determinare $\ker f$

v) Dire se, con h uguale al valore determinato, f è diagonalizzabile e se sì diagonalizzarla.

2) Si consideri l'operatore $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ associato in base
[8] canonica alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

i) verificare che T è un'isometria

ii) Studiare tale isometria, definendone le principali caratteristiche geometriche (asse, piano, angolo, verso se rotazione, piano di specchiamento, ...)

3) Determinare il complemento ortogonale, $W^\perp$, del
[8] sottospazio W di $\mathbb{R}^4$ generato dai vettori $f_1 = (3,1,1,1)$, $f_2 = (2,2,1,4)$, $f_3 = (0,0,0,1)$: darne dimensione, base, equazione cartesiana e parametrica

4) Ridurre a forma canonica, con un metodo a
[8] vostra scelta, la conica che in base canonica è data dall'equazione $x^2 - 4xy - 2y^2 - 3x - 3y + 5 = 0$
Determinare il sistema di riferimento finale e disegnare la conica in quel sistema di riferimento