PROVA PARZIALE DI GEOMETRIA
- FISICA - 11/02/2011

1) Dato il sistema lineare omogeneo
$$\begin{cases} x - \alpha y - z + t = 0 \\ x - y - 2z + t = 0 \\ \alpha x - y + z + \alpha t = 0 \\ \alpha x - \alpha y + t = 0 \end{cases}$$

i) si dica per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ ammette soluzioni
[8] diverse dalla nulla; studiare i sottospazi ottenuti, dandone la dimensione ed una base

ii) Si ponga $t = 1$ e si interpretino le equazioni ottenute
[8] come equazioni di piani dello spazio euclideo; si trovino quindi i valori di α per cui i quattro piani hanno in comune un punto P a una retta r e si trovino le coordinate di P e le equazioni parametriche di r.

2) Sia $W_k = \ll \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ k \end{pmatrix} \gg$

[5] i) determinare per ogni $k \in \mathbb{R}$ una base e la dimensione di W_k

[3] ii) dire per quali valori di k, il vettore $(1,1,2) \in W_k$ -

3) Sia $A \in M_3(\mathbb{R})$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Mostrare che A è
[5] invertibile e calcolare A^{-1}

4) Dato il morfismo $f: \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definito da

[5] $$f(x,y,z,t) = (x-y, x-z, x-t)$$

determinarne il nucleo e dire se f è iniettiva motivando le risposte

SCRITTO PARZIALE DI GEOMETRIA

- FISICA - 22/02/2011

1) Siano dati in $\mathbb{R}^2$ i vettori $v_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$; $v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$; $v_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$; $v_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

[8] i) dire, motivando le risposte, se $B_1 = \{v_1, v_2\}$ e $B_2 = \{v_3, v_4\}$ sono delle basi di $\mathbb{R}^3$.

ii) Dare le coordinate di v_3 e v_4 nella base B_1 (se B_1 è base)

iii) dare la dimensione di $V = \ll v_3, v_4 \gg$ e darne le equazioni.

2) Dire, motivandolo, se la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

[5] è invertibile.

Si sì, trovare A^{-1}

3) Sia $W_k = \ll \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -6 \\ 9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \gg \subset \mathbb{R}^4$

[8]

i) determinare, per ogni valore di k, una base e la dimensione di W_k.

ii) Discutere l'appartenenza di $\begin{pmatrix} k \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ a W_k, $\forall k \in \mathbb{R}$.

4) Si considerino i 4 piani di $\mathbb{R}^3$ definiti dalle

[8] equazioni

$$\begin{cases} x - \lambda y - z = -1 \\ x - y - 2z = -1 \\ \lambda x - y + z = -\lambda \\ \lambda x - \lambda y = -1 \end{cases}$$

Determinare per quali valori del parametro reale λ i quattro piani hanno in comune un punto P o una retta r e si trovino le coordinate di P e le equazioni parametriche di r

5) i) Dare le equazioni cartesiane e parametriche del sottospazio

[6] vettoriale $\pi = \ll (1,-1,1), (1,0,2) \gg$

ii) dare l'equazione cartesiana del piano π_1 parallelo a π e passante per $P = (0,0,1)$.