

Prova scritta di EMQ - 22 Gennaio 2019

Esercizio 1

Una particella di massa m è soggetta ad un potenziale a buca infinita: $V(x) = 0$ per $0 < x < a$, $V(x) \rightarrow \infty$ all'esterno di tale intervallo. Al tempo t_0 la particella è descritta dalla seguente funzione d'onda:

$$\psi(x, t_0) = \sqrt{\frac{8}{5a}} \left(\sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) + \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right)\cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \right) \quad (1)$$

1. Si calcoli il valor medio dell'energia al tempo t_0 ;
2. Si calcoli l'espressione della funzione d'onda $\psi(x, t)$ a un generico istante $t > t_0$.

Esercizio 2

Una particella di massa m è libera di muoversi sulla superficie di una sfera di raggio R .

1. Si determini energia, degenerazione e autofunzioni degli stati stazionari del sistema;
2. Supponiamo che la particella si trovi in uno stato descritto dalla funzione d'onda $\psi(\theta, \phi) = A \sin(\theta)\cos(\phi)$, con A una costante di normalizzazione. Si dica se la particella è in un autostato dell'energia e si calcoli la probabilità che una misura di L_z dia come risultato $L_z = \hbar$.

Esercizio 3

Una particella dotata di spin $S = 1/2$ viene preparata in un autostato $|+\rangle$ di s_z , con autovalore $s_z = \hbar/2$. Su tale particella si effettua una misura di $(\mathbf{s} \cdot \mathbf{n})$, con $\mathbf{n} = (0, 1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$.

1. Si calcoli il valor medio ottenuto da questa misura;
2. Si esprimano gli autovettori dell'operatore sopra definito in termini di $|+\rangle$ e $|-\rangle$ ($|-\rangle$ è l'autostato di s_z , con autovalore $s_z = -\hbar/2$).