

Prova scritta di EMQ - 7 Luglio 2020

Esercizio 1

Si consideri una particella in una dimensione soggetta ad un campo di forza costante (ad esempio, un campo gravitazionale), la cui Hamiltoniana è data da:

$$H = \frac{p^2}{2m} - \kappa q \quad .$$

1. Si scrivano le equazioni del moto degli operatori $p(t)$ e $q(t)$ in rappresentazione di Heisenberg.

Esercizio 3

Si consideri un oscillatore armonico tri-dimensionale descritto dall' Hamiltoniana

$$H = \frac{(\vec{p})^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}(\vec{q})^2$$

Si considerino gli autostati H con energia $E = \hbar\omega(2 + 3/2)$; Nel sottospazio vettoriale relativo a tali autovettori, si scriva esplicitamente, utilizzando la base $|n_x, n_y, n_z \rangle$,

1. l' autovettore simultaneo $|E, l = 0, m = 0 \rangle$, di E , L^2 e L_z con gli autovalori indicati;
2. si dica, motivando la risposta, se, nel sottospazio vettoriale di cui sopra, possono esistere autostati di $|E, l = 1, m = 0 \rangle$.

Formule utili

Per un oscillatore armonico unidimensionale, gli autostati $|n \rangle$ dell' energia relativi agli autovalori $n = 0, 1, 2$ possono essere scritti in rappresentazione di Schrödinger, come ($\xi = x/a_0$):

$$\begin{aligned} \langle x|0 \rangle &= \left(\frac{1}{\pi a_0}\right)^{1/4} e^{-\frac{\xi^2}{2}} \\ \langle x|1 \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\pi a_0}\right)^{1/4} 2\xi e^{-\frac{\xi^2}{2}} \\ \langle x|2 \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\pi a_0}\right)^{1/4} (2\xi^2 - 1) e^{-\frac{\xi^2}{2}} \end{aligned}$$