Compito d'esame di EMQ - 11 Febbraio 2020

Esercizio 1

Si consideri un atomo di idrogeno, che, all' istante t_0, è nello stato

$$|S>= \frac{1}{\sqrt{6}}\left[|0,0,0> + |3,1,1> + 2i\ |3,2,2>\right]$$

($|n,l,m>$ è l'autostato simultaneo di H, L^2 e L_z).

1. si calcoli il valor medio di L_z sullo stato al tempo t_0.
2. si calcoli l' andamento di tale valor medio in funzione del tempo.

Esercizio 2

Si consideri una particella di spin 1/2 in uno stato $|S>=|+>$ ($|+>$ e $|->$ sono gli autostati di S_z con autovalore rispettivamente $\pm\hbar/2$). Si consideri l' operatore $\vec{n}\cdot\vec{S}$, con $\vec{n}=(0,\sin(\theta),\cos(\theta))$.

1. Si determinino gli autovalori dell' operatore $\vec{n}\cdot\vec{S}$;
2. si calcolino esplicitamente, in funzione di θ, i corrispondenti autovettori normalizzati, espressi nella base $|+>$ e $|->$;
3. sia ora $\theta=\pi/4$; si calcolino le probabilita' che la misura di $\vec{n}\cdot\vec{S}$ sullo stato $|S>$ dia come risultato gli autovalori del punto 1).

Esercizio 3

Si consideri una particella di massa m in una dimensione sottoposta ad un potenziale $V(x)=0$ per $0<x<x_0$, $V(x)\to\infty$ per $x<0,\ x>x_0$. La particella, al tempo t_0 è nello stato (non normalizzato) $|S,t_0>=|1>+2\ i\ |3>$, in cui $|n>$ indica l' $n-$esimo autostato dell' hamiltoniana.

1. Si calcoli il valor medio dell' operatore q^2 su un arbitrario autostato dell' hamiltoniana;
2. Si calcoli $|S,t>$, per $t>t_0$;
3. si calcoli il valori medio $<S,t|\ q^2\ |S,t>$.

[Formule e integrali utili:
$\sin(a)\sin(b)=\frac{1}{2}\left[cos(a-b)-cos(a+b)\right]$,
$\int dx\ x^2\ \cos(\alpha x)=\frac{2x\cos(\alpha x)}{a^2}+\frac{a^2x^2-2}{a^3}\sin(\alpha x)$].