Compito d'esame di EMQ - 15 Gennaio 2020

Esercizio 1

Si consideri un oscillatore armonico bidimensionale con hamiltoniana

$$H = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_y^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}\,(q_x^2 + q_y^2)$$

1. Considerando per il momento il solo grado di libertà x si scriva la funzione d'onda relativa allo stato fondamentale e, utilizzando esplicitamente l' operatore di salita in rappresentazione di di Schrödinger, si scriva la funzione d'onda del primo stato eccitato;

2. tornando ora al caso bidimensionale, si scriva il valore dell' energia del primo livello eccitato e la più generale autofunzione $\psi_1(x, y)$ relativa a tale livello energetico.

3. tra tutte le funzioni $\psi_1(x, y)$ definite al punto precedente, si individuino quelle che sono anche autofunzioni di L_z e se ne indichino i relativi autovalori.

Esercizio 2

Si consideri una particella di spin 1/2 in uno stato

$$|A >= |1, 0 >_L \;\; |+ >_S + i \; |1, 1 >_L \;\; |+ >_S \quad ,$$

in cui $|l, m >_L$ è un autostato del momento angolare orbitale e $|\pm >_S$ è un autostato di S_z. Sia $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$.

1. Si determininino i possibili risultati della misura di J_z e le relative probabilità di misura;

2. si determinino i possibili risultati della misura di J^2 e le relative probabilità di misura.

Esercizio 3

Si consideri una particella di massa m in una dimensione sottoposta ad un potenziale $V(x) = 0$ per $0 < x < x_0$, $V(x) \to \infty$ per $x < 0,\ x > x_0$. La particella è nell' autostato fondamentale dell' energia. Al tempo t_0 la dimensione della buca di potenziale viene raddoppiata ($x_0 \to 2x_0$) e si procede immediatamente ad una misura dell'energia della particella.

1. Si indichino i valori dell' energia che possono essere misurati:

2. per ognuno di essi si calcoli la relativa probabilità.

[Suggerimento: per facilitare i calcoli può essere utile ricordare che
$\sin(a)\sin(b) = \frac{1}{2}\left[cos(a-b) - cos(a+b)\right]$].