Università degli Studi di Ferrara

Corso di Laurea in Chimica - A.A. 2018 - 2019

Programmazione
Lezione 6 – MATLAB

Docente: Lorenzo Caruso – lorenzo.caruso@unife.it

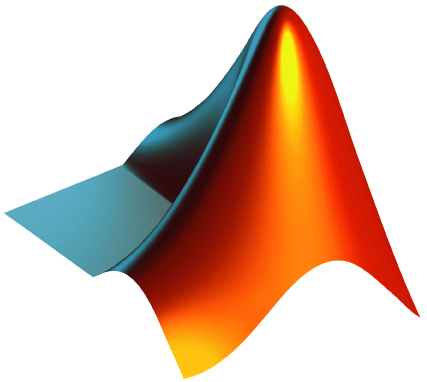
Nelle lezioni precedenti

- Un problema può essere analizzato e scomposto per ottenere sotto problemi indipendenti più semplici
- Partire dal problema per giungere ai sottoproblemi è detta progettazione TOP DOWN
- Partire da un insieme di sotto problemi elementari, assemblandoli per risolvere un problema più complesso, è detta progettazione BOTTOM UP
- Un problema può essere risolto scomponendolo in sotto programmi, a questo punto avremo un programma principale con il compito di chiamare i sottoprogrammi che si preoccupano di risolvere un dato sotto problema
- Tali sotto programmi in si chiamano funzioni, una funzione prende in ingresso parametri (argomenti) e può restituire il risultato di una computazione (valore di ritorno)

In questa lezione

- MATLAB
- Installare MATLAB
- Ambientarsi in MATLAB: L’interfaccia
- Interprete dei comandi
- Primi comandi elementari

MATLAB



MATLAB è un software creato da MathWorks e comprende un ambiente per il calcolo numerico e l'analisi statistica (scritto in C) e un linguaggio di programmazione.

Il nome MATLAB è l’abbreviazione di MATrix LABoratory

MATLAB: storia

MATLAB fu scritto originariamente in **Fortran** con l'intento di fornire un facile accesso ai software basati sull'uso di matrici.
Gli algoritmi alla base del calcolo matriciale erano presenti nei progetti LINPACK* e EISPACK**
L'attuale MATLAB è stato scritto in C dalla The Mathworks.

*LINPACK: si tratta di una libreria software Fortran sviluppata per eseguire operazioni di algebra lineare.
**EISPACK: altra libreria software Fortran dedicata al calcolo di autovalori ed autovettori

MATLAB: caratteristiche

MATLAB è uno strumento interattivo il cui elemento base è un array che non richiede dimensionamento. Questo consente di risolvere molti problemi tecnici in un intervallo di tempo che bisognerebbe spendere per dichiarare, ad esempio, matrici e vettori in un linguaggio non interattivo, come C o Fortran.

In ambiente universitario MATLAB è lo strumento standard per i corsi di base e avanzati di Matematica, Ingegneria e Scienze.

Nell'industria MATLAB viene scelto per l'alta produttività nella ricerca, nello sviluppo e nell'analisi.

MATLAB: caratteristiche

Oggi MATLAB comprende strumenti per l'analisi dei dati, l'esplorazione e la visualizzazione, l'elaborazione numerica e simbolica, la grafica scientifica ed ingegneristica, la modellizzazione, la simulazione, la programmazione, lo sviluppo delle applicazioni e la conversione automatica di programmi MATLAB nei codici C e C++.
MATLAB comprende strumenti per l'algebra lineare e per le operazioni con matrici, funzioni di Fourier, funzioni statistiche, matematiche e trigonometriche, funzioni per la risoluzione di equazioni differenziali, supporti per le matrici sparse, funzioni interattive per la rappresentazione grafica 2D, 3D e 4D.
MATLAB comprende anche famiglie opzionali di applicazioni dedicate alla risoluzione di problemi specifici, chiamate **toolbox**, che consentono di conoscere e di applicare tecnologie specializzate per particolari classi di problemi, come sistemi di controllo, reti neurali, elaborazione dei segnali, simulazioni, ricerche mediche ecc..

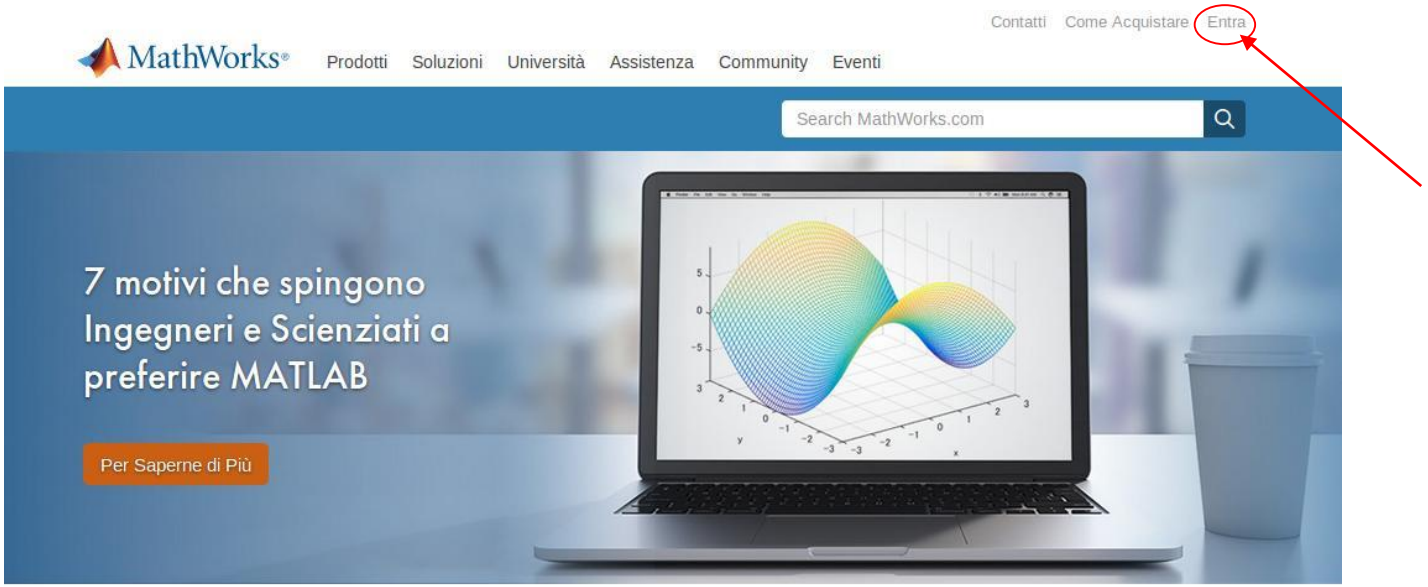
Installare MATLAB

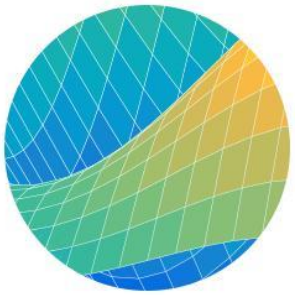
MATLAB è fornito gratuitamente agli studenti dell'Università degli Studi di Ferrara per mezzo di un abbonamento TAH (Total Academic Headcount) con scadenza annuale.
Per ottenere la propria copia di MATLAB sono sufficienti tre passaggi:

1. Registrarsi sul sito Mathworks con la propria mail student.unife.it ed il codice licenza fornito dall'università
2. Scaricare il software nella versione desiderata
3. Installare il software ed i toolbox necessari

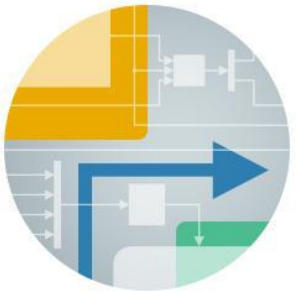
Passo 1: Registrarsi

Andare sul sito https://it.mathworks.com/ e click su “Accedi” in alto a destra (se non è presente andare in una sottosezione del sito, ad esempio “prodotti”, e dovrebbe comparire sempre in alto a destra)





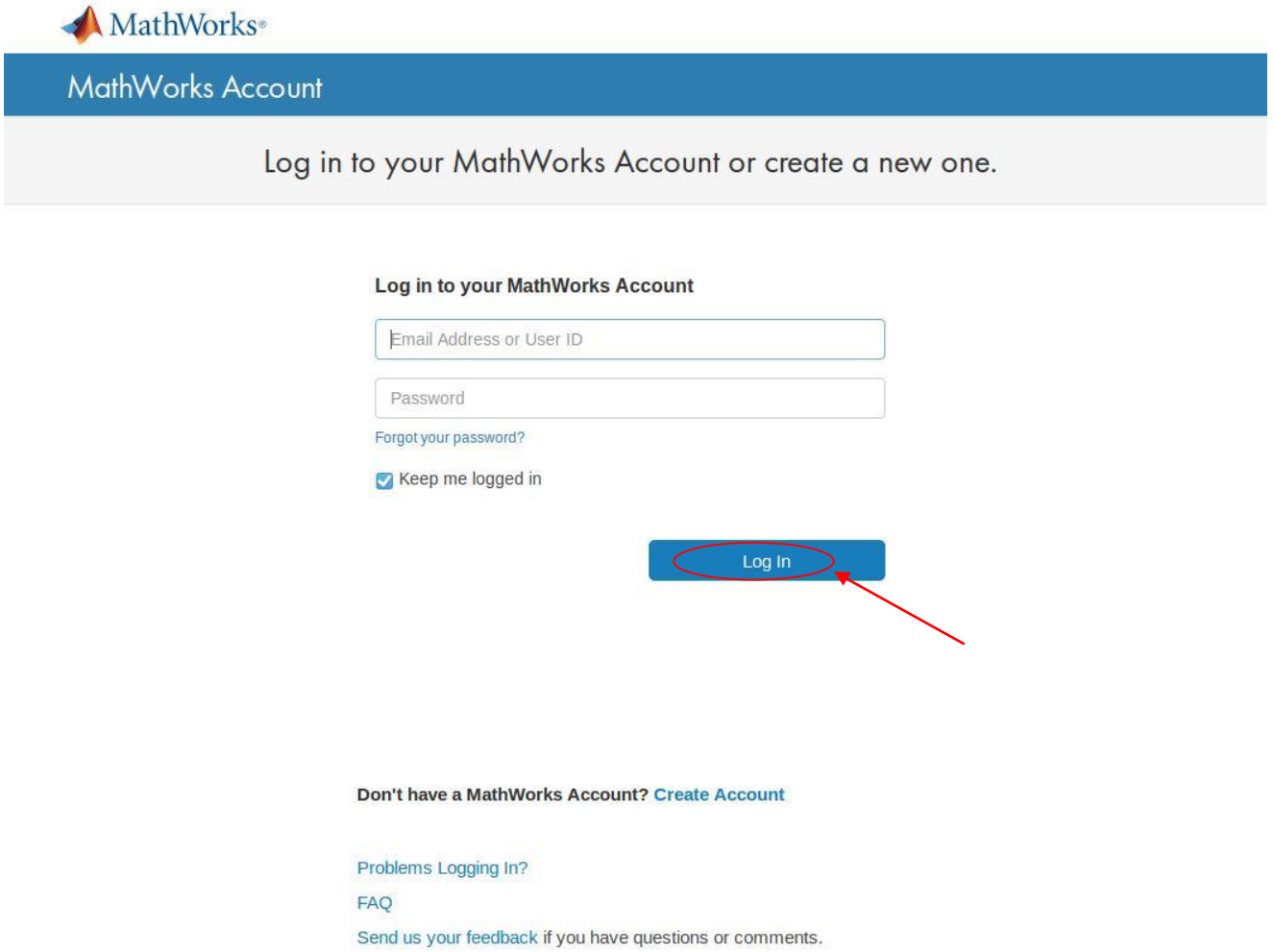
MATLAB
Il linguaggio del calcolo tecnico



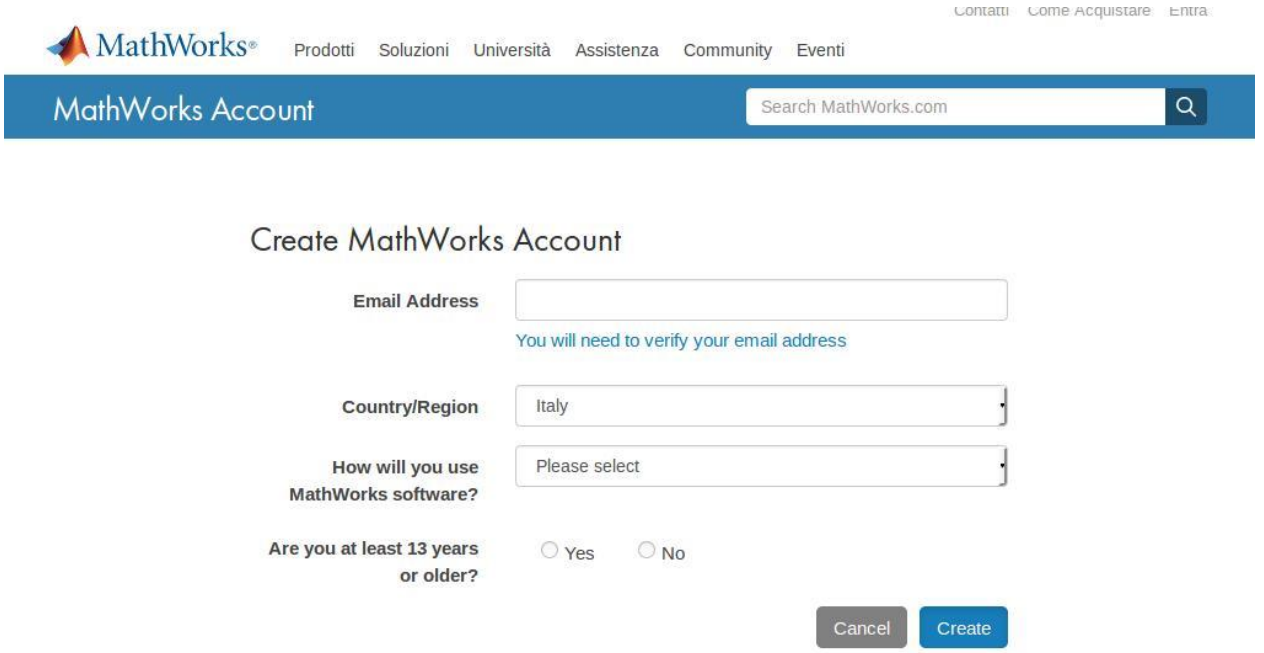
SIMULINK
Simulazione e progettazione model-based

Passo 1: Registrarsi

Alla finestra di Login, click su “Create Account”



Passo 1: Registrarsi



Inserire il proprio indirizzo email student.unife.it, il proprio paese (Italy), e selezionare Student Use.
Una volta reso noto al signor Mathworks che siete giovani ma non troppo click su “Create”.
La password dovrà contenere numeri, lettere maiuscole, lettere minuscole: se non siete usi a questa pratica e temete di dimenticarla… scrivetevela da qualche parte!

Passo 1: Registrarsi

Come ogni registrazione che si rispetti Mathworks invierà alla vostra casella di posta un messaggio con link per confermare l'indirizzo email inserito in fase di registrazione.

Ora dobbiamo associare la licenza al vostro account appena creato, se richiesta in fase di creazione inserite il seguente codice:

`38126-92284-76765-40650-43058`

Possiamo anche inserire la licenza in un secondo momento: una volta autenticati sul sito click sul proprio nome in alto a destra, "licenza associata" e inserire il codice.

Passo 2: Scaricare il software

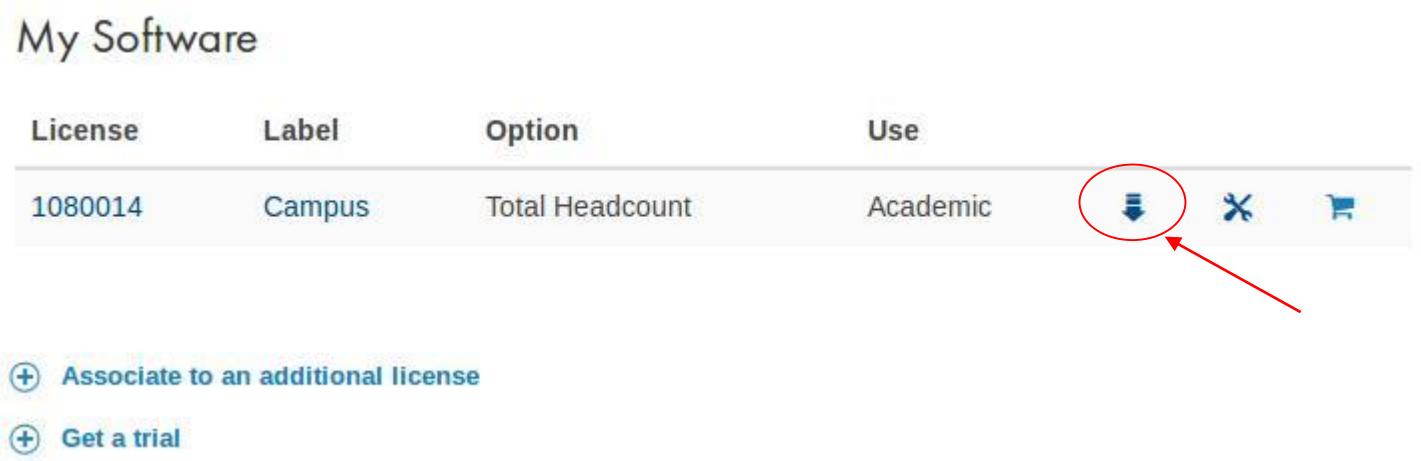
Premessa: MATLAB è un software multipiattaforma, è offerto per Windows, Linux e Mac OS, da diverse versioni il software è però disponibile solo a 64 bit.

Se si possiede un sistema per qualche ragione a 32bit l'ultima versione disponibile per la piattaforma è la R2015b, disponibile in abbonamento e assolutamente sufficiente per le esercitazioni del corso.

Passo 2: Scaricare il software

Click sul proprio account in alto a destra → Il Mio Account →

click sul pulsante di download per la licenza associata



Passo 2: Scaricare il software

La pagina successiva vi presenta in grande a sinistra il suggerimento per il download (ovvero l'ultima versione disponibile in base al vostro OS, riconosciuto tramite scambio di convenevoli con il vostro browser).

Nella maggior parte dei casi si tratta (ad oggi) di MATLAB R2018b per Windows a 64bit, ci va benissimo: scarichiamola!

Passo 3: Installazione del Software

L’installazione consiste in 4 punti principali:

- Selezione del modo di installazione (Install automatically using the internet)
- Autenticazione
- Selezione dei toolbox (possiamo tralasciare, ai fini del corso, simulink, toolbox correlati a simulink ed i toolbox matlab dai nomi più esoterici, in ogni caso possono essere aggiunti in seguito, rieseguendo l’installer)
- Attivazione

Passo 3: Installazione del Software

L’installazione prenderà un po’ di tempo e scaricherà tutti i pacchetti selezionati da internet (diversi giga), pertanto è consigliabile eseguirla in Università o, comunque, ove disponibile una connessione flat e non a consumo.

Passo 3: Installazione del Software

- Note:

Su sistema operativo Linux Ubuntu, per completare l'installazione si consiglia di installare il pacchetto

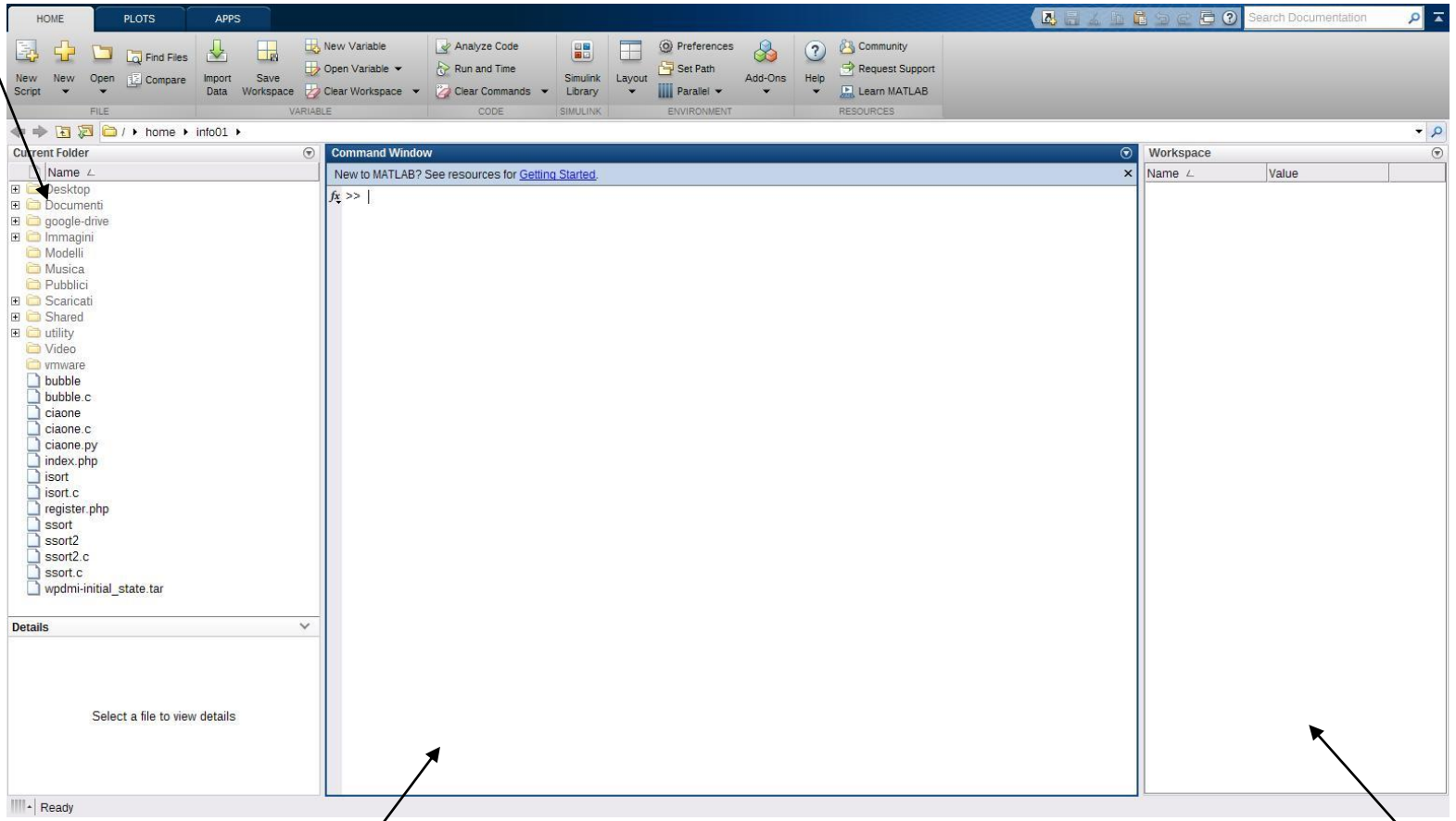
matlab-support

disponibile nei repository della distribuzione:

- sudo apt install matlab-support

L’interfaccia di Matlab

Current Folder: navigazione cartelle e file



Command Window: Interprete dei comandi

Workspace: variabili e valori

Command Window

Matlab è un linguaggio interpretato che, oltre a supportare il classico file sorgente (file.m) permette una **sessione interattiva** per mezzo della command window: questa ci permetterà di interagire direttamente con l'ambiente, ogni comando verrà passato all'interprete, analizzato secondo la sintassi del linguaggio di programmazione ed eseguito in tempo reale.

Introduzione alle operazioni di base

Abbiamo detto che il tipo base di matlab è un array, questo fa intuire la vocazione del software ad un approccio di tipo vettoriale ai problemi.

Iniziamo a familiarizzare con le operazioni scalari ricordando però che in matlab un dato scalare è in realtà un array 1x1.

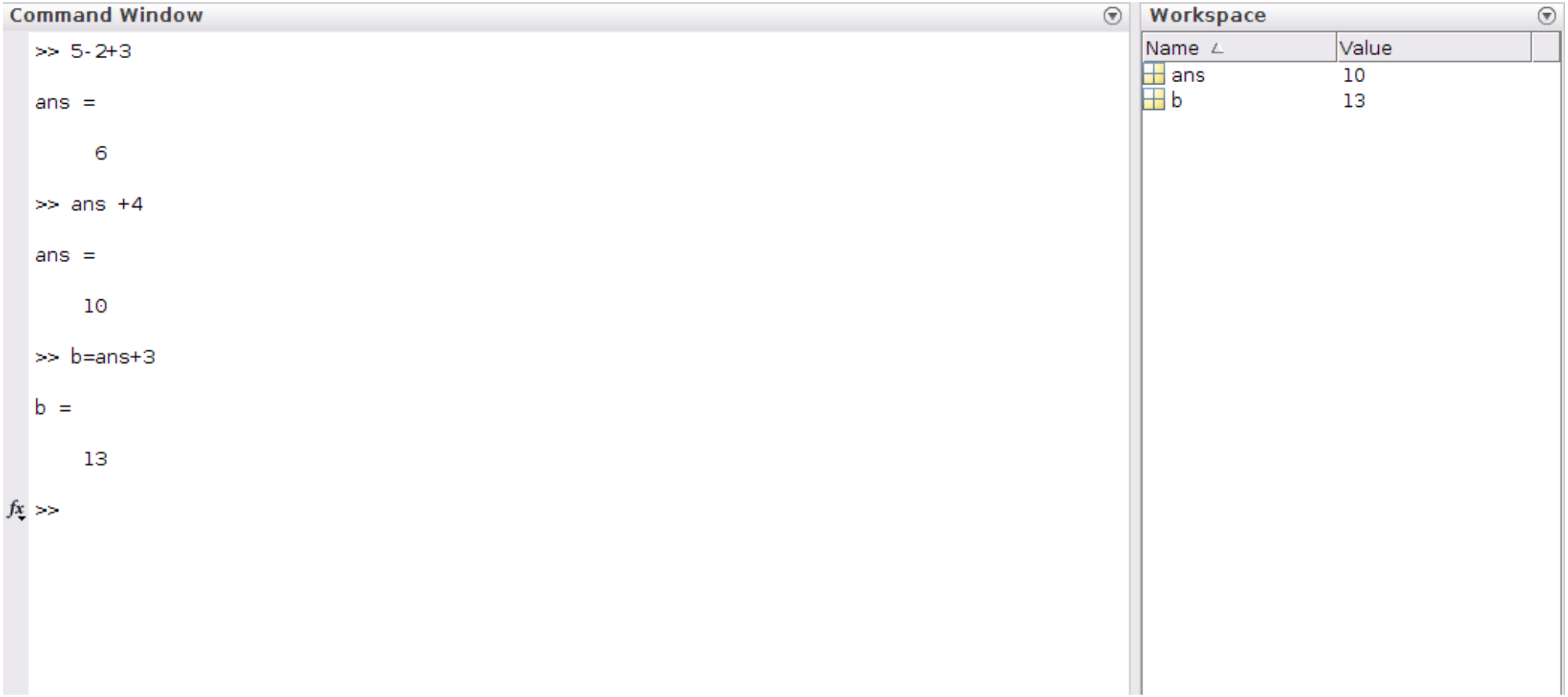
Operazioni di base in Matlab

Utilizzando la Command Window Matlab può essere utilizzato in modo diretto ed interattivo per calcolare semplici espressioni matematiche

```
>> 5 – 2 + 3
ans =
      6
```

Notiamo che “ans” è una variabile generata automaticamente quando l’espressione non è assegnata ad una variabile definita dall’utente.
Notiamo inoltre come ans (abbreviazione di answer) compaia immediatamente nella sezione “workspace” dell’interfaccia con il valore appena calcolato.
ans può essere immediatamente utilizzata, come una variabile qualsiasi, per una nuova computazione, se tale computazione non viene però assegnata ad un’altra variabile, il valore di ans viene sovrascritto.

Operazioni di base in Matlab



Operazioni di base in Matlab

Come visto nell'esempio possiamo anche definire nuove variabili semplicemente scrivendo:

```
>> a = 5 - 2
a =
     3
>> b = 3
b =
    3
>> c = a+b
c =
   6
```

Operazioni di base in Matlab

Il comportamento di default della Command Window è quello di mostrare il risultato di ogni operazione a meno che questa non termini con il punto e virgola.
Riscrivere le operazioni appena viste aggiungendo “;” al termine di ogni operazione comporterà la medesima esecuzione delle operazioni senza la visualizzazione del risultato ad ogni passaggio.

Operazioni di base in Matlab

Per poter visualizzare in ogni momento il contenuto di una variabile sarà sufficiente scriverne il nome, per visualizzare il contenuto di più variabili sarà sufficiente scriverne i nomi separati da virgola, per visualizzare tutte le varibili presenti nel workspace si può utilizzare il comando whos:

```
>> whos
  Name      Size            Bytes  Class     Attributes

  ans       1x1                 8  double
  b         1x1                 8  double
```

Operazioni di base in Matlab

Dai precedenti esempi si può notare come le variabili siano create automaticamente da MATLAB al momento del loro uso.

Se una variabile non esiste viene creata non appena compare nel termine di sinistra di una uguaglianza (assegnazione).

I nomi di variabili possono essere lunghi un massimo di 31 caratteri con la distinzione tra lettere maiuscole e minuscole (Case Sensitive: Pippo è diverso da pippo).

La prima lettera di una variabile deve essere un carattere alfabetico (a-z,A-Z) mentre dalla seconda lettera in avanti possiamo utilizzare un qualsiasi carattere alfanumerico incluso il simbolo underscore “_”.

MATLAB: Variabili Predefinite

Variabile	Significato
ans	valore ultima operazione eseguita non assegnata a variabile
i,j	unità immaginaria
pi	π, 3.14159265...
eps	precisione di macchina
realmax	massimo numero macchina positivo
realmin	minimo numero macchina positivo
Inf	∞, ossia un numero maggiore di realmax
NaN	Not a Number, tipicamente il risultato di un’espressione 0/0

MATLAB: Variabili Predefinite

Nonostante sia ammesso assegnare valori diversi a queste variabili, in generale è buona norma evitare di farlo, fatta eccezione per le variabili i e j spesso usate come indici interi.

Operatori di base in Matlab

Operatore	Significato
+	addizione
-	sottrazione
*	moltiplicazione
/	divisione
^	Elevamento a potenza
.*	Moltiplicazione termine a termine per vettori
./	Divisione termine a termine per vettori
.^	Elevamento a potenza termine a termine per vettori

MATLAB: Numeri Complessi

L'utilizzo di operazioni su numeri complessi è ammesso. Possiamo quindi scrivere espressioni del tipo:

```
>> a=3+2i;
>> b=3.6+2.4*i;
>> a+b
ans =
        6.6000 + 4.4000i
>> a*b
ans =
        6.0000 +14.4000i
```

L'unità immaginaria è rappresentata dalle variabili i e j ed è tale che $i^2 = -1$, $j^2 = -1$.
Le forme a= 3+2i, a= 3+2*i, a= 3+2j, a= 3+2*j sono accettate e sono equivalenti.
Oltre alle operazioni di base, molte delle funzioni comunemente presenti su una calcolatrice scientifica sono presenti in MATLAB.
Una funzione necessita di alcuni parametri in ingresso, elencati tra parentesi tonde, e solitamente restituisce un risultato che può essere assegnato ad una variabile.

Funzioni e Comandi

E’ importante a questo punto distinguere tra funzioni e comandi:

- **Le funzioni** sono sottoprogrammi autonomi ed indipendenti con il compito si risolvere un problema, la sintassi è: il nome della funzione, il/i parametro/i tra parentesi tonde, ove presente il valore di ritorno da associare ad una variabile
- **I comandi** sono istruzioni proprie dell’ambiente, la sintassi è: comando – spazio – argomento del comando

Esempio: la funzione coseno

L’espressione

```
>> y=cos(pi/4)
y =
    0.7071
```

utilizza la funzione coseno con argomento π/4 e ne assegna il risultato alla variabile y.

Esempio: il comando help

L’espressione

```
>> help cos
COS    Cosine.
       COS(X) is the cosine of the elements of X
```

visualizza una descrizione rapida della funzione coseno in MATLAB.

Il comando help

Il comando **help** consente di avere una descrizione immediata di una funzione, un comando oppure un operazione MATLAB, semplicemente passando il nome della funzione, del comando oppure dell'operazione come argomento.

Il comando lookfor

Il comando lookfor consente di identificare le funzioni relative ad un particolare argomento.
Il comando identifica tutte le funzioni all'interno della cui descrizione compare l'argomento passato al comando lookfor.

Ad esempio l'espressione
>> lookfor logarithm
LOGSPACE Logarithmically spaced vector.
LOG Natural logarithm.
LOG10 Common (base 10) logarithm.
LOG2 Base 2 logarithm and dissect floating point number.
BETALN Logarithm of beta function.
GAMMALN Logarithm of gamma function.
LOGM Matrix logarithm.

restituisce una lista di funzioni (in maiuscolo) con una breve descrizione delle stesse.

Principali funzioni in MATLAB

Funzione	Significato
sin	seno
cos	coseno
asin	arcoseno
acos	arcocoseno
tan	tangente
atan	arcotangente
exp	esponenziale
log	Logaritmo naturale
sqrt	Radice quadrata
abs	Valore assoluto
sign	Funzione segno

Per una lista più esaustiva si può utilizzare il comando >>help elfun

Il comando format

Il risultato della precedente operazione cos(π/4) viene visualizzato utilizzando quattro cifre decimali. Questa è l'impostazione di default di MATLAB.

E' possibile modificarla tramite il comando format.
La sequenza di istruzioni

```
>> format long
>> cos(pi/4)
ans =
   0.70710678118655
>> format short
```

abilita prima il formato a 14 cifre decimali, calcola il risultato, poi riattiva il formato standard a 4 cifre decimali.
E' importante evidenziare che la modifica della visualizzazione di un risultato tramite format non ha nulla a che vedere con l'effettiva precisione con cui MATLAB effettua il calcolo.

Iniziamo...

Si invita a prendere visione di quanto appena illustrato e a fare i primi esperimenti sul software
Un buon punto di partenza è:
>> help help
>> help lookfor

Grazie per l’attenzione

Riferimenti

Il corso di programmazione per il primo anno della Laurea Triennale in Matematica nasce con l'intento di unire ai principi di programmazione una conoscenza basilare di uno degli strumenti software più diffusi nell'ambito matematico: Matlab.

Per la parte introduttiva di MATLAB:
L. Pareschi, G. Dimarco “Introduzione a MATLAB”, corso di Laboratorio di Calcolo Numerico 2006

Università degli Studi di Ferrara

Corso di Laurea in Chimica - A.A. 2018 - 2019

Programmazione
Lezione 7 – Vettori e Matrici in MATLAB

Docente: Lorenzo Caruso – lorenzo.caruso@unife.it

Nelle lezioni precedenti

- MATLAB è un software creato da MathWorks e comprende un ambiente per il calcolo numerico e l'analisi statistica (scritto in C) e un linguaggio di programmazione. Il nome MATLAB è l’abbreviazione di MATrix LABoratory
- MATLAB nasce da delle librerie Fortran create per fornire accesso a LINPACK e EISPACK
- Caratteristica fondamentale in MATLAB è il fatto che l’elemento base è un array che non richiede dimensionamento: questo semplifica grandemente la manipolazione di tipi di dato vettoriali
- MATLAB è fornito agli studenti dell’Università di Ferrara tramite abbonamento annuale
- La command window permette una sessione interattiva, tramite essa è possibile creare variabili, utilizzare comandi e funzioni, eseguire operazioni

In questa lezione

- MATLAB: Vettori e Matrici
- Analisi dei tipi di dato in MATLAB
- Creazione di Vettori e Matrici
- Manipolazione di Vettori e Matrici

MATLAB: Vettori e Matrici

Negli esempi visti la scorsa lezione le variabili utilizzate apparentemente erano quantità scalari, ossia semplici valori numerici.

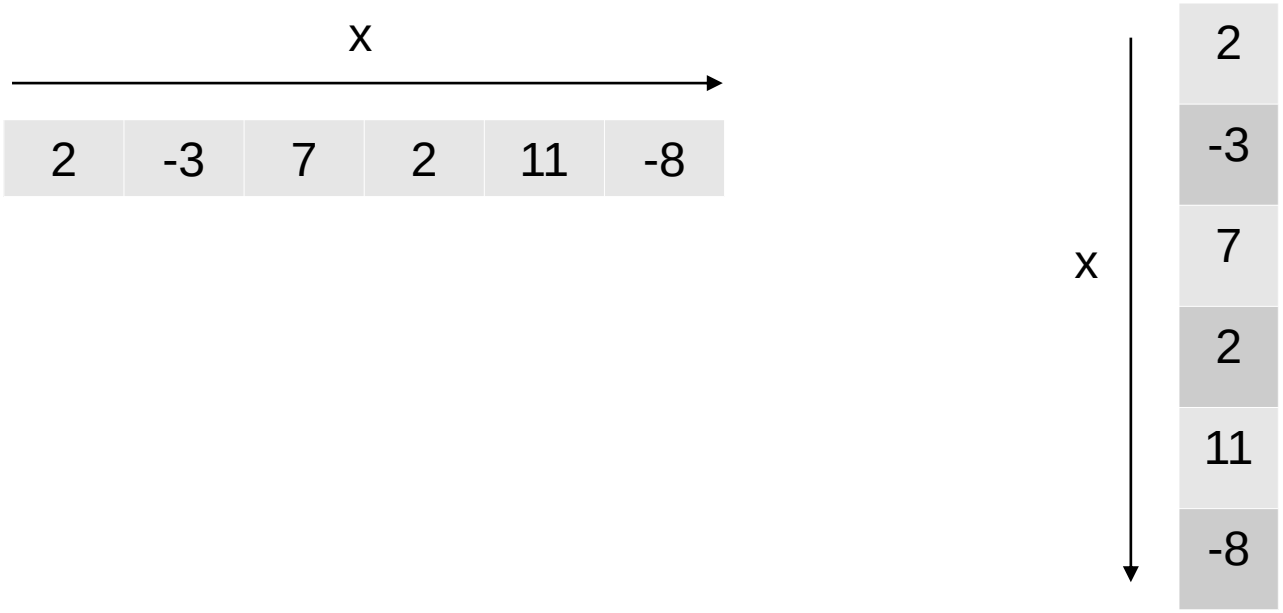
- In realtà ogni variabile è, per MATLAB,una struttura dati di tipo vettoriale (o array).

Ricordiamo: Un array è un insieme di valori ordinati, secondo uno o più indici, cui ci si riferisce con un singolo nome di variabile.

Tipicamente un array ad un indice è detto **vettore**, ed un array a due indici è chiamato **matrice**.

Vettori riga e colonna

La sequenza di numeri interi {2,−3,7,2,11,−8} può essere rappresentata in forma di array ad un solo indice x nelle forme:



L’array di sinistra è detto **vettore riga**, quello di destra **vettore colonna**. Entrambi hanno lunghezza 6. Tramite l’uso degli indici, **la cui numerazione va da 1 a 6**, da sinistra a destra nei vettori riga e dall’alto verso il basso nei vettori colonna, possiamo accedere ad un dato valore all’interno dell’array. Ad esempio a x(2) corrisponderà il valore − 3, così come a x(5) il valore 11.

Matrici

Potremmo anche memorizzare gli elementi come array bidimensionali a due indici nelle forme:

2	-3	7
2	11	-8

2	2
-3	11
7	-8

Ricordiamo che la matrice di sinistra è detta di tipo 2 × 3, dove 2 indica il numero di righe e 3 il numero di colonne. Conseguentemente quella di destra è detta di tipo 3 × 2.

Il numero di righe per il numero di colonne fornisce il numero di elementi della matrice, ossia 6.

Matrici

Per manipolare una matrice abbiamo bisogno di due indici, uno riferito alle righe a l'altro alle colonne.
Attenzione: in Matlab l'indicizzazione inizia da 1 (e non da 0 come in altri linguaggi)

In Matlab la sintassi per l'accesso al valore in riga 1, colonna 2 di una matrice A è:
>> A(1,2)

Ovvero si utilizzano le parentesi tonde per indicare gli indici e la virgola come separatore per indice di riga, indice di colonna

Matlab: gestire i dati

Di conseguenza i vettori x riga e colonna nell’esempio precedente sono rispettivamente matrici di tipo 1x6 e 6x1: se uno scalare in matlab è una matrice 1x1, un vettore in matlab è una matrice 1xM (vettore riga) o Nx1 (vettore colonna).

Matlab: dichiarare un vettore riga

Per memorizzare il precedente vettore x nella forma riga in MATLAB possiamo utilizzare la seguente espressione:

```
>> x=[2 -3 7 2 11 -8]
x =
     2   -3   7   2   11   -8
```

Le parentesi quadre delimitano gli elementi del vettore, mentre gli spazi delimitano le singole componenti del vettore riga.

Matlab: dichiarare un vettore colonna

Per ottenere un vettore colonna è necessario utilizzare il delimitatore “;”

```
>> x=[2; -3; 7; 2; 11; -8]
x =
     2
    -3
     7
     2
    11
    -8
```

Matlab: accesso ai dati

Per visualizzare il valore di una componente del vettore basta scrivere

```
>> x(2)
ans =
      -3
```

Se cambiamo il valore di una componente del vettore, dobbiamo ricordarci di usare il punto e virgola altrimenti MATLAB visualizzerà l'intero vettore:

```
>> x(2)= -7
x =
    2
   -7
    7
    2
   11
   -8
```

Matlab: Trasposizione

Per passare da vettori riga a vettori colonna si utilizza il simbolo di apostrofo, operazione che dal punto di vista dell'algebra lineare corrisponde alla trasposizione:

```
>> x=[2 -3 7 2 11 -8]'
x =
     2
    -3
     7
     2
    11
    -8
```

Matlab: funzione length

Qualora volessimo determinare la lunghezza di un vettore potremmo utilizzare la funzione length:

```
>> length(x)
ans =
        6
```

Matlab: dichiarare una Matrice

Se ora vogliamo inserire la matrice 2 × 3 vista nell'esempio possiamo combinare i separatori appena visti per ottenere il risultato desiderato:

```
>> A=[2 -3 7; 2 11 -8]
A =
    2    -3    7
    2   11   -8
```

Notiamo che, anche in questo caso, **gli spazi separano gli elementi per colonna e il punto e virgola separa le righe.**

(Alternativa)La stessa matrice può anche essere inserita utilizzando il tasto Invio per separare le righe

```
>> A=[2 -3 7
        2 11 -8]
A =
    2    -3    7
    2   11   -8
```

Matlab: accesso ai dati 2

Potremo accedere agli elementi della matrice in maniera naturale utilizzando i corrispondenti indici:

```
>> A(1,2)
ans=
      -3
```

(Ricordiamo che l'indicizzazione, in matlab, inizia da 1)
Se vogliamo quindi cambiare l'elemento A(1,2) basterà scrivere:

```
>> A(1,2)=-7
A =
      2     -7     7
      2     11    -8
```

prestando attenzione al fatto che senza punto e virgola finale viene visualizzata l'intera matrice.

Matlab: funzione size

La funzione MATLAB che ci consente di determinare le dimensioni di una matrice è size:

```
>> size(A)
ans =
        2       3
```

che restituisce **un vettore riga di due elementi interi**, il primo indica il numero di righe ed il secondo il numero di colonne.

Matlab: funzione size

Possiamo utilizzare la funzione size per verificare come Matlab memorizza e gestisce i tipi di dato:

```
>> a=3;

>> size(a)
ans =
         1     1

>> b=3+3i;
>> size(b)
ans =
         1     1

>> x=[2 -3 7 2 11 -8];
>> size(x)
ans =
         1     6
>> size(x')
ans =
         6     1
```

Visualizzazione variabili

- Per visualizzare in ogni momento il contenuto di una variabile sarà sufficiente scriverne il nome
- Per visualizzare il contenuto di più variabili sarà sufficiente scriverne i nomi separati da virgola
- Per visualizzare tutte le varibili presenti nel workspace si può utilizzare il comando **who**

```
>> who
Your variables are:
A      a      b      x
```

- Per una visualizzazione più esaustiva di tutte la variabili è possibile utilizzare il comando **whos**

```
>> whos
  Name    Size        Bytes    Class
  A       2x3            48    double array
  a       1x1             8    double array
  b       1x1            16    double array (complex)
  x       1x1            48    dobule array

Grand total is 14 elements using 120 bytes
```

Notiamo che con whos oltre alle informazioni sulla dimensione e la lunghezza delle variabili MATLAB vengono fornite alcune indicazioni utili sullo spazio occupato in memoria dalle stesse variabili. Come si può notare una variabile non complessa come ‘a’ occupa 8 bytes in memoria, mentre una variabile complessa come ‘b’ occupa 16 bytes.
‘A’ e ‘x’, entrambi costituiti da 6 elementi non complessi, occupano $6 \times 8 = 48$ bytes in memoria.

Il comando clear

Per rimuovere le variabili dalla memoria lavoro di MATLAB si utilizza l'istruzione clear

```
>> clear
```

Provare help clear per avere una descrizione approfondita dell'uso del comando per rimuovere singole variabili e funzioni.

Inizializzare un array: la notazione due punti

Matlab fornisce diverse funzioni predefinite per la costruzione di vettori e matrici.
Un operatore fondamentale per costruire vettori equispaziati e per operare con indici è la notazione due punti.
Sintassi:

Vettore=Inizio:Passo:Fine

Dove

- Vettore: vettore riga
- Inizio: valore iniziale del vettore
- Fine: valore finale del vettore
- Passo: parametro opzionale che indica l'incremento relativo o la spaziatura tra gli elementi (default Passo=1)

Notazione due punti: esempi

```
>> x=1:10
x =
    1    2    3    4    5    6    7    8    9   10

>> x=10:-1:1
x =
   10    9    8    7    6    5    4    3    2    1
```

Notazione due punti: vettore colonna

Possiamo creare vettori colonna applicando alla notazione due punti la l'operatore di trasposta

```
>> y=(1:5)'
y =
     1
     2
     3
     4
     5
```

Notiamo inoltre che se, con passo positivo, il valore iniziare è maggiore del valore finale verrà generato un vettore nullo:

```
>> x=10:1
x =
     [ ]
```

Notazione due punti: vettore colonna

Analogo risultato avremo con passo negativo e valore finale maggiore dell'iniziale. Il vettore nullo ha lunghezza zero, dimensione 0 × 0 ed è denotato da due parentesi quadre senza nulla all'interno.

E' possibile utilizzare la notazione due punti anche con valori non interi:

```
>> x=0:0.1:0.5

x =

         0    0.1000    0.2000    0.3000    0.4000    0.5000
```

La funzione linspace

In alternativa se volessimo creare un vettore con un numero prefissato di punti equispaziati all'interno di una dato intervallo potremmo utilizzare la funziona linspace
Sintassi

linspace(Inizio, Fine, Numero di Punti)

Dove

- Numero di Punti: parametro opzionale che indica il numero prefissato di punti equispaziati desiderati, default=100

Linspace: esempio

Ad esempio

```
>> a = 0; b=1; n=5;
>> x = linspace(a,b,n)
x =
       0     0.2500     0.5000      0.7500      1.0000
```

restituisce un vettore riga *x* di lunghezza *n* con la proprietà che l'elemento di indice *i* vale

$$x(i) = a + (i - 1) * (b - a)/(n - 1)$$

In particolare le due istruzioni x=linspace(a,b) ed x=linspace(a,b,100) sono equivalenti.
Anche in questo caso vettori colonna possono essere costruiti tramite l'operatore di trasposizione:

```
>> a = 0; b=1; n=5;
>> x = linspace(a,b,n)';
>> x =
                0
           0.2500
           0.5000
           0.7500
           1.0000
```

Notazione due punti come definizione di intervallo

Un uso particolarmente efficace della notazione due punti si ha nella gestione di indici di vettori e matrici. In particolare tale notazione consente di identificare facilmente un intera riga o colonna di una matrice:

```
>> A = [1 2 3; 4 5 6; 7 8 9];
>> A(:,1)
ans =
          1
          4
          7
>> A(2,:)
ans =
         4     5     6
```

Alternativamente è possibile specificare un intervallo di indici ed estrarre così parti di vettori (o matrici)

```
>> x=0:0.1:0.5;
>> x(2:4)
ans =

    0.1000    0.2000    0.3000
```

Notazione due punti come definizione di intervallo

Selezionare parti di righe e colonne in matrici e sottomatrici:

```
>> A = [1 2 3; 4 5 6; 7 8 9];
>> A(2,2:3)
ans =
     5     6
>> A(1:2,2:3)
ans =
     2     3
     5     6
```

La notazione due punti può essere usata anche per assegnare in modo rapido nuovi valori a righe e colonne di matrici

```
>> A = [1 2 3; 4 5 6; 7 8 9];
>> A(1,:)=2:2:6
A =
     2     4     6
     4     5     6
     7     8     9
```

Notazione due punti come definizione di intervallo

Possiamo adattare le tecniche appena viste per cancellare elementi da matrici o vettori cambiandone contemporaneamente la dimensione:

```
>> x = 1:10;
>> x(1:3)=[ ]
x =
     4     5     6     7     8     9     10
```

Possiamo anche rimuovere intere righe o colonne di una matrice:

```
>> A = [1 2 3; 4 5 6; 7 8 9];
>> A(:,1)=[]
A =
     2     3
     5     6
     8     9
```

Funzioni di inizializzazione

In tabella alcune funzioni MATLAB che consentono di costruire particolari matrici e vettori

Funzione	Significato
linspace	vettore riga di elementi equispaziati
logspace	vettore riga di elementi equispaziati in scala logaritmica
zeros	matrice contenente solo elementi uguali a zero
ones	matrice contenente solo elementi uguali a uno
rand	matrice contenente numeri casuali
eye	matrice identità
diag	matrice diagonale
magic	matrice a valori interi con somme uguali su righe e colonne

Operazioni in MATLAB

Molte funzioni predefinite in MATLAB accettano come argomenti array a più indici. Questa caratteristica di MATLAB è molto importante in quanto consente di scrivere in forma molto chiara e compatta sequenze di istruzioni eliminando in molti casi l'uso di strutture e cicli che agiscono a livello scalare.
Esempio (Tabella di valori di seno e coseno)
Per costruire una semplice tabella di valori delle funzioni seno e coseno nell'intervallo [0, π] possiamo procedere nel seguente modo

```
>> n=5;
>> x=linspace(0,pi,n);
>> c=cos(x);
>> s=sin(x);
```

Operazioni in MATLAB

```
>> [x' c' s']
ans =
         0    1.0000         0
    0.7854    0.7071    0.7071
    1.5708    0.0000    1.0000
    2.3562   -0.7071    0.7071
    3.1416   -1.0000    0.0000
```

L'istruzione c=cos(x) applicata ad un vettore x restituisce un vettore c di uguali dimensioni e tipo con la proprietà che l'elemento di indice i è c(i) = cos(x(i)). Risulta quindi equivalente all'istruzione
c = [cos(x(1)) cos(x(2)) cos(x(3)) cos(x(4)) cos(x(5))]

Analogo discorso per l'istruzione vettoriale s=sin(x). Infine l'istruzione [x' c' s'] crea una matrice le cui colonne sono i vettori trasposti x', c' e s'.

Operazioni in MATLAB

```
>> x = 1:5;
>> y = [50 10 30 40 20];
>> 2*x
ans =
     2     4     6     8    10

>> x+y
ans =
    51    12    33    44    25

>> y-x
ans =
    49     8    27    36    15

>> x.*y
ans =
    50    20    90   160   100

>> y./x
ans =
    50     5    10    10     4

>> y.^x
ans =
          50         100       27000     2560000     3200000
```

Operazioni in MATLAB

Le operazioni appena viste agiscono contemporaneamente su tutti gli elementi degli array considerati:
Le prime tre operazioni seguono le regole dell'algebra lineare numerica e sono la moltiplicazione di un vettore per uno scalare, la somma e la differenza tra vettori:

- Il comando 2*x moltiplica ogni componente di x per la quantità scalare 2.

(il vettore risultato ha esattamente la stessa lunghezza del vettore x)

- Il comando x+y somma le rispettive componenti dei vettori x e y e può essere utilizzato solo su vettori che hanno la stessa dimensione.
- Il comando y-x sottrae dal vettore y le corrispondenti componenti di x.

(entrambi i comandi restituiscono vettori aventi la stessa dimensione dei vettori argomento)

Operazioni in MATLAB

Le ultime 3 operazioni viste nell'esempio sono tipiche dell'ambiente Matlab e non hanno riscontro dal punto di vista dell'algebra lineare: in questi casi le matrici ed i vettori vanno intesi più come strutture dati che come entità matematiche.
Le tre operazioni in questioni sono moltiplicazione puntuale, divisione puntuale ed elevamento a potenza puntuale:

- L'istruzione x.*y utilizza la moltiplicazione puntuale tra vettori e fornisce un vettore con la proprietà che ogni sua componente è uguale al prodotto delle corrispondenti componenti dei vettori x e y
- La divisione puntuale y./x restituendo un vettore le cui componenti sono il risultato della divisione delle corrispondenti componenti di y per quelle di x
- Il comando y.^x eleva ogni componente di y alla corrispondente componente di x

Operazioni in MATLAB

Le stesse operazioni possono essere applicate nel caso di vettori colonna o più in generale nel caso di matrici. La cosa essenziale è che gli operandi siano dello stesso tipo ed abbiano le stesse dimensioni.
Uniche eccezioni a questa regola sono date dal caso in cui le precedenti operazioni vengano applicate tra un vettore ed una costante. In tal caso MATLAB considererà la costante come un vettore di pari dimensioni avente tutte componenti costanti:

```
>> x= 1:5;
>> x+1
ans =
     2     3     4     5     6

>> 1-x
ans =
     0    -1    -2    -3    -4

>> 2./x
ans =
    2.0000    1.0000    0.6667    0.5000    0.4000

>> x.^2
ans =
     1     4     9    16    25
```

Grazie per l’attenzione

Riferimenti

Il corso di programmazione per il primo anno della Laurea Triennale in Matematica nasce con l'intento di unire ai principi di programmazione una conoscenza basilare di uno degli strumenti software più diffusi nell'ambito matematico: Matlab.

Per la parte introduttiva di MATLAB:
L. Pareschi, G. Dimarco “Introduzione a MATLAB”, corso di Laboratorio di Calcolo Numerico 2006