



Università degli Studi di Ferrara  
Facoltà di Scienze MM FF NN  
Corso di Laurea in «*Scienze e Tecnologie per i Beni Culturali*»

AA 2010-2011

# INFORMATICA

Prof. Giorgio Poletti  
[giorgio.poletti@unife.it](mailto:giorgio.poletti@unife.it)

# Elementi di teoria delle reti di Petri

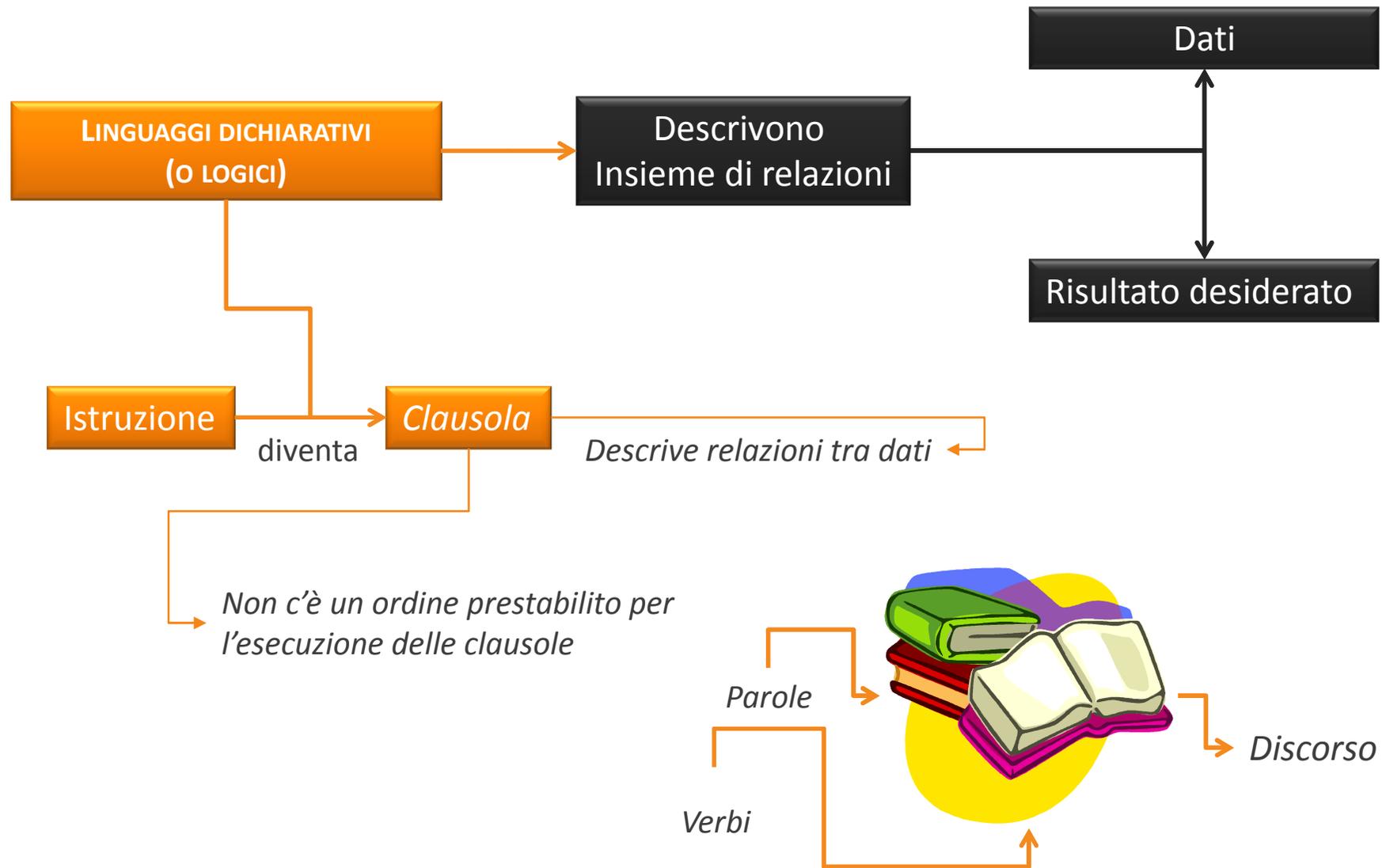
“Non so che cosa non va nella gente:  
non imparano usando l'intelligenza, ma  
solo meccanicamente o giù di lì. Il loro  
sapere è così fragile.”

*(Richard Phillips Feynman  
da “Sta scherzando, Mr. Feynman”)*



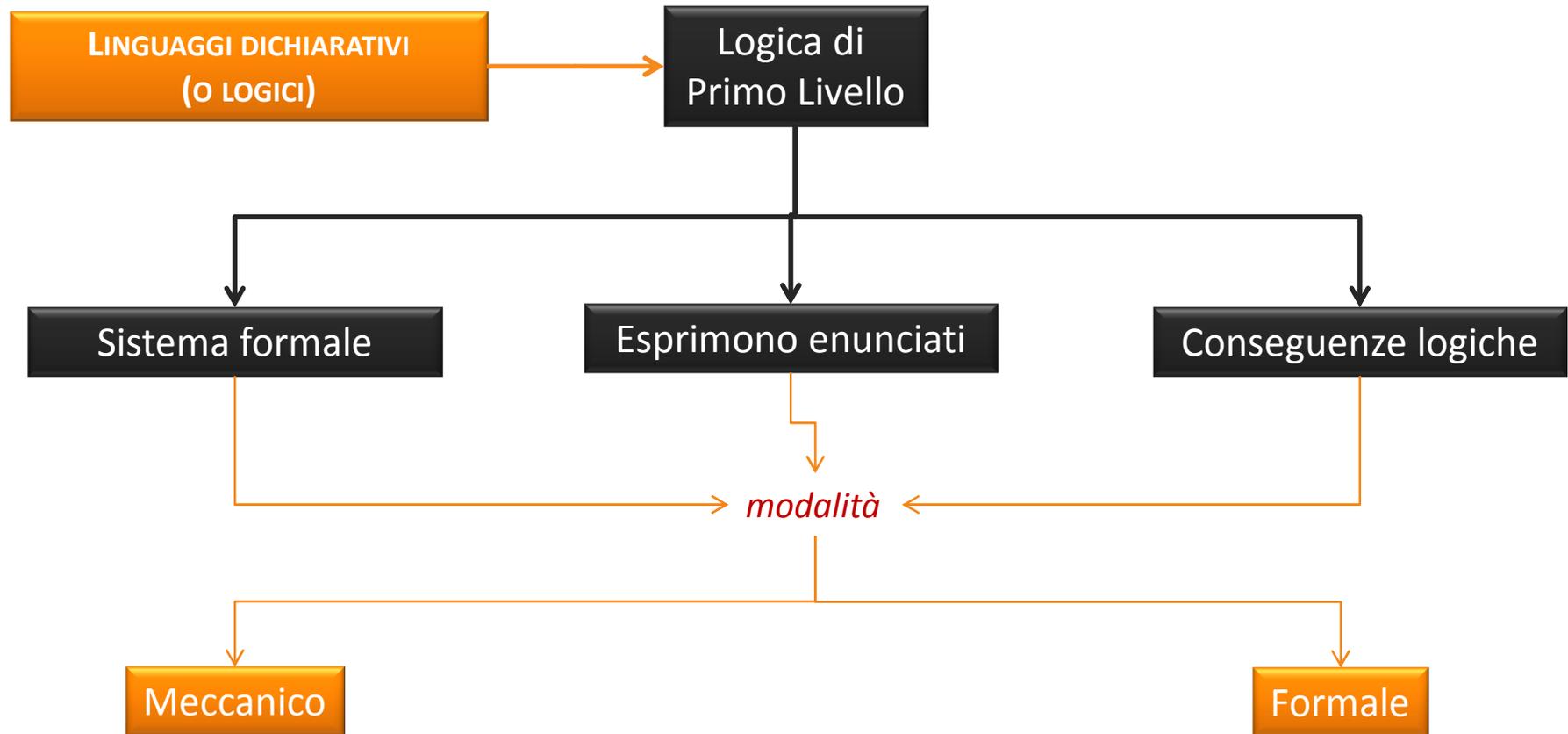
# Elementi di teoria delle reti di Petri

## RICHIAMI DI PROGRAMMAZIONE LOGICA



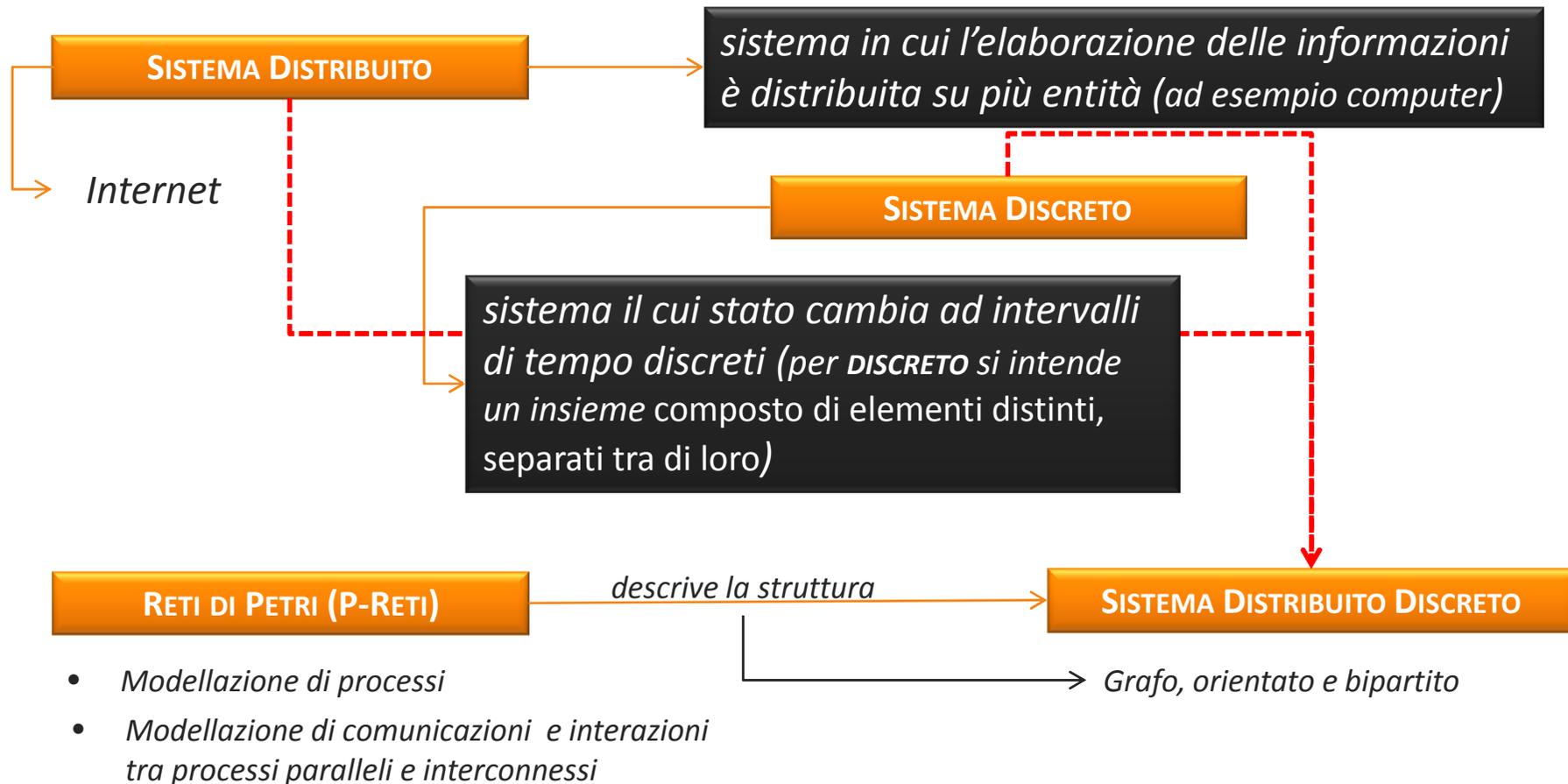
# Elementi di teoria delle reti di Petri

PROGRAMMAZIONE LOGICA E LOGICA DI PRIMO LIVELLO



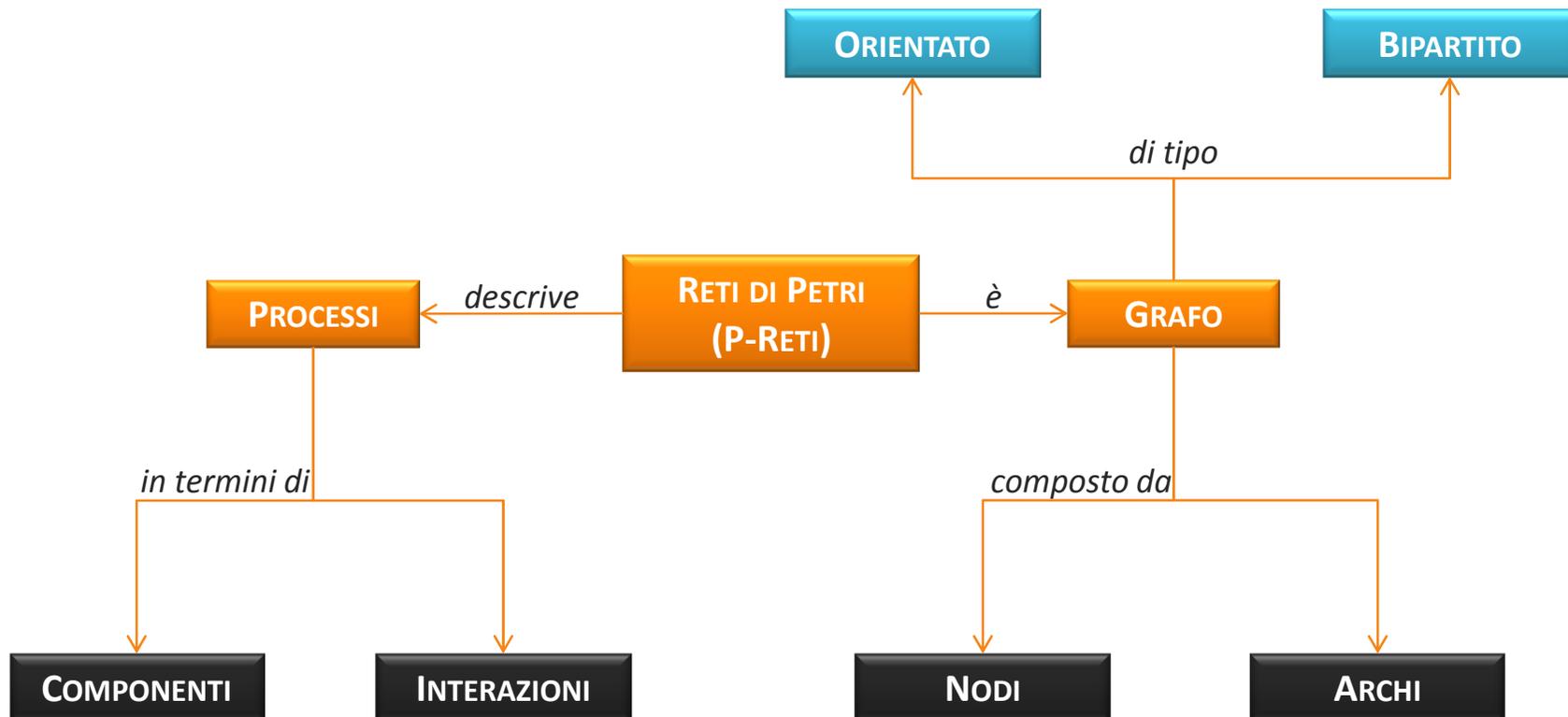
# Elementi di teoria delle reti di Petri

## LE RETI DI PETRI (P-RETI) E I SISTEMI DISTRIBUITI DISCRETI



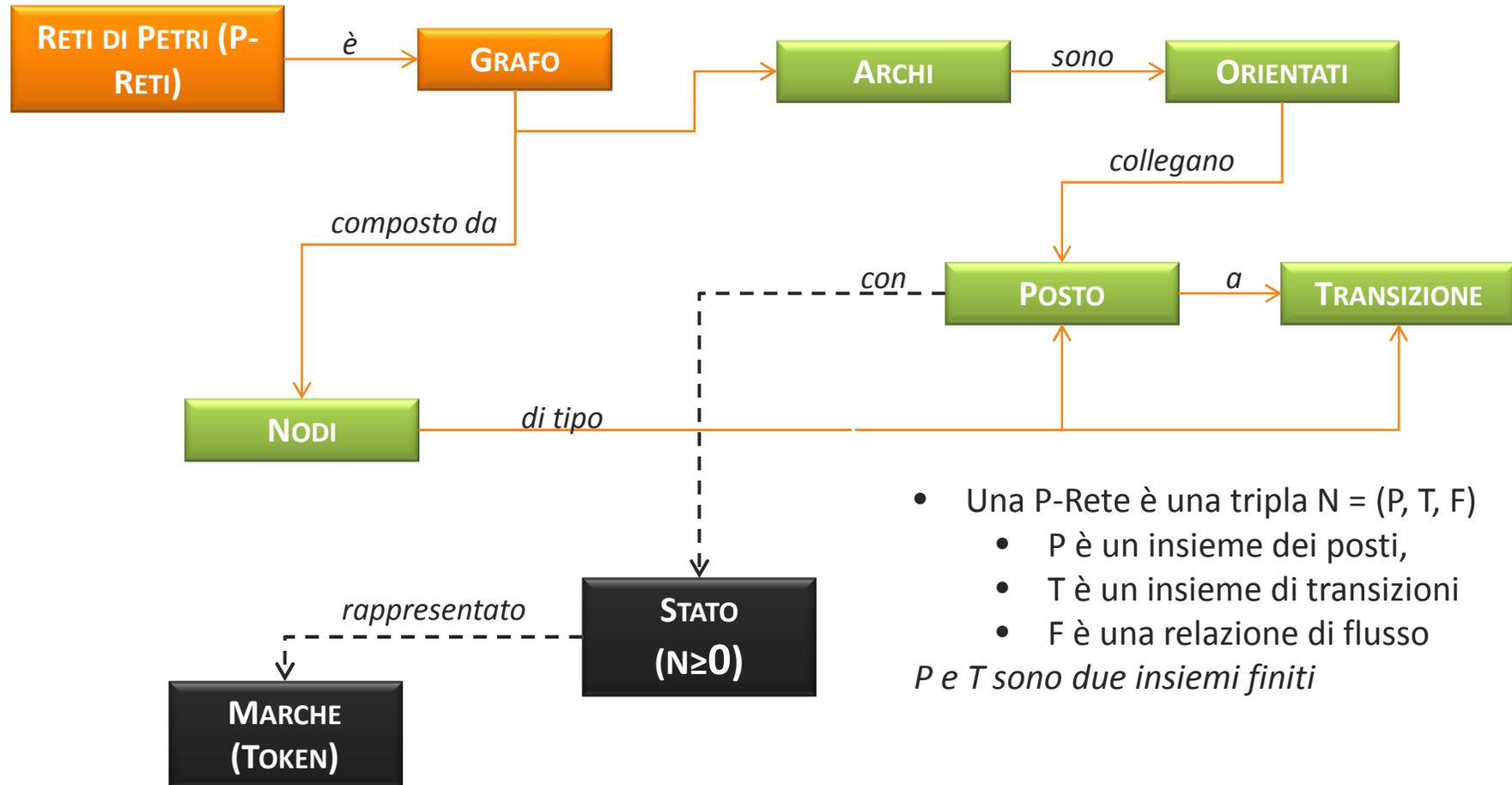
# Elementi di teoria delle reti di Petri

## LE RETI DI PETRI (P-RETI)- SCHEMA RIASSUNTIVO



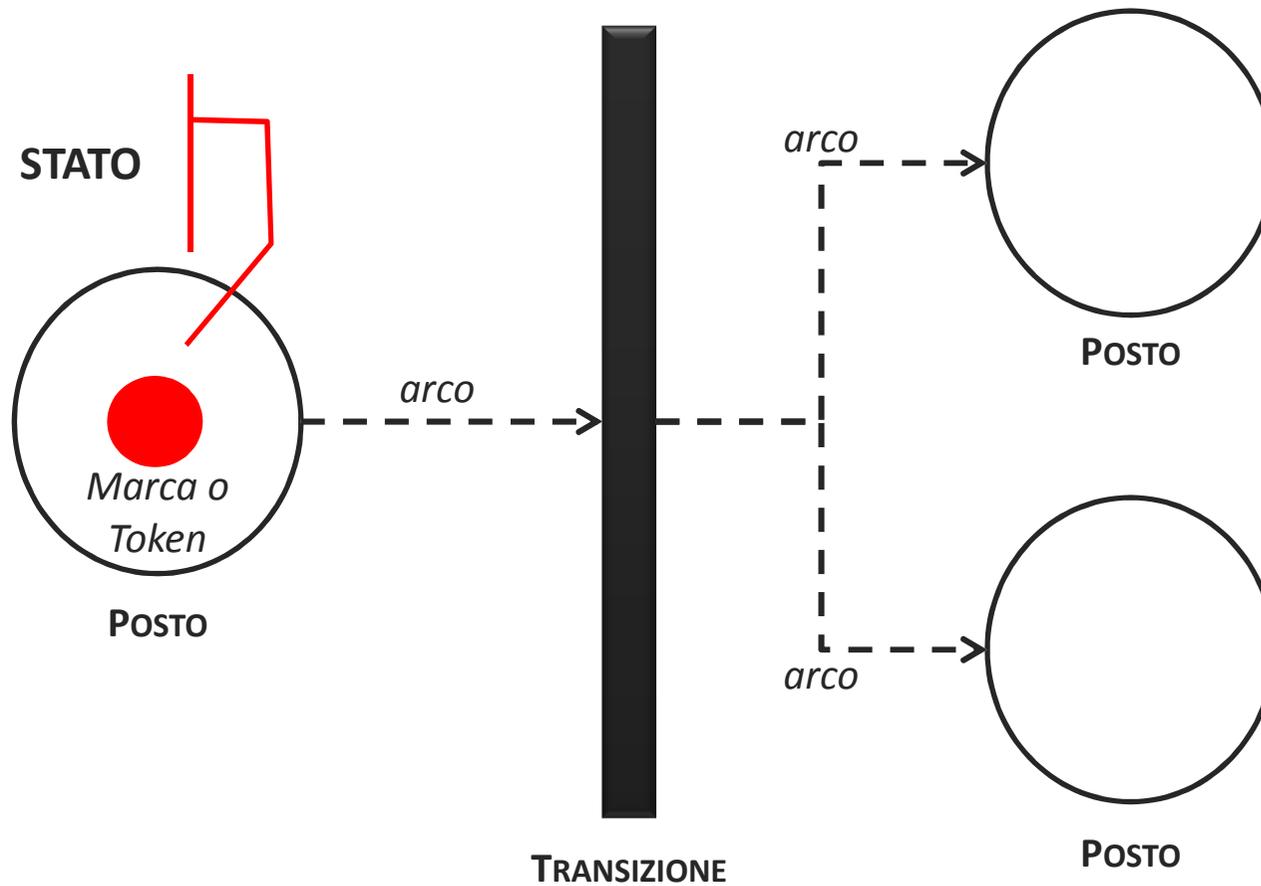
# Elementi di teoria delle reti di Petri

## LE RETI DI PETRI (P-RETI)- DEFINIZIONE



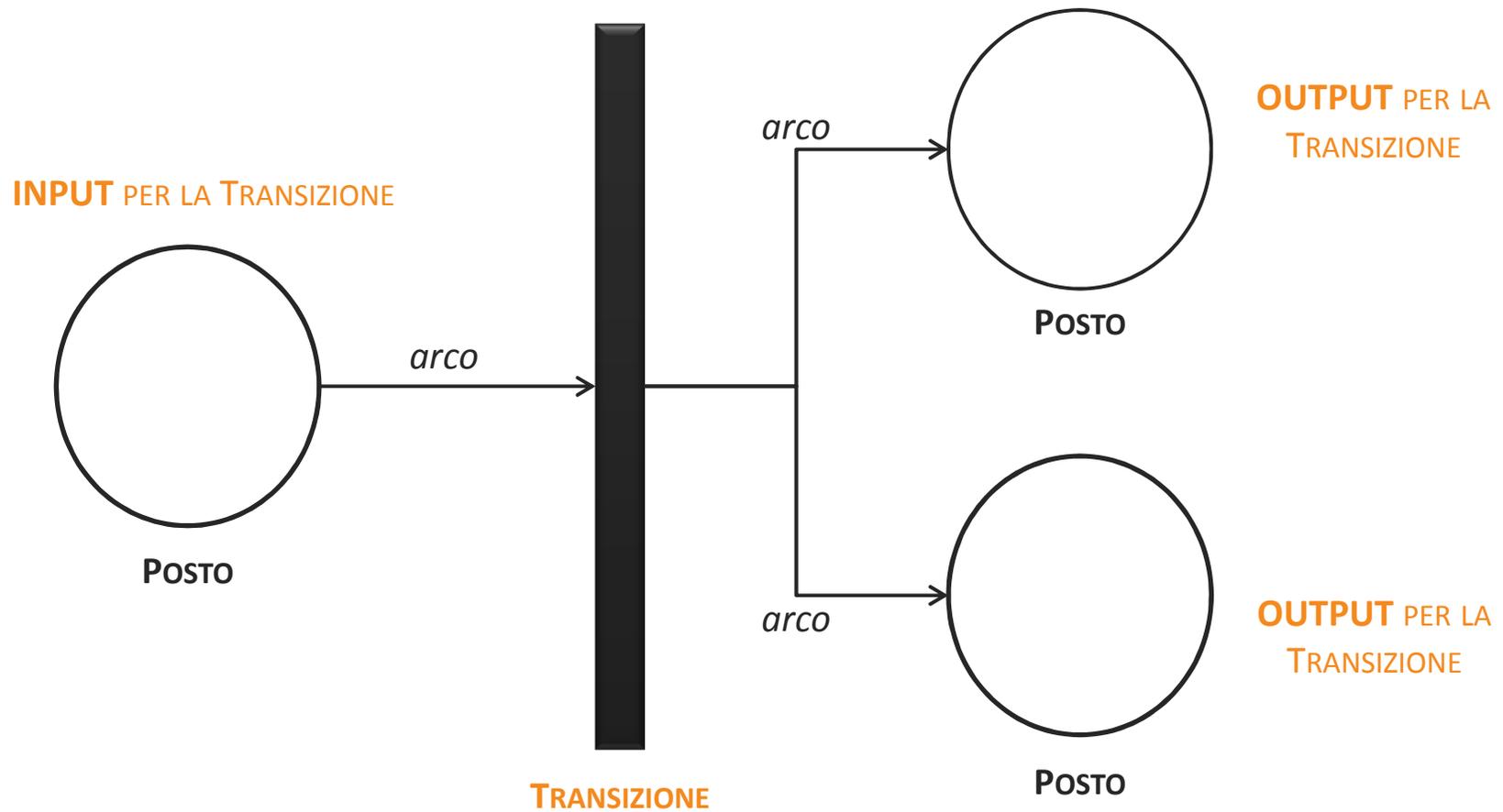
# Elementi di teoria delle reti di Petri

## LE RETI DI PETRI (P-RETI)- STATO E TRANSIZIONE



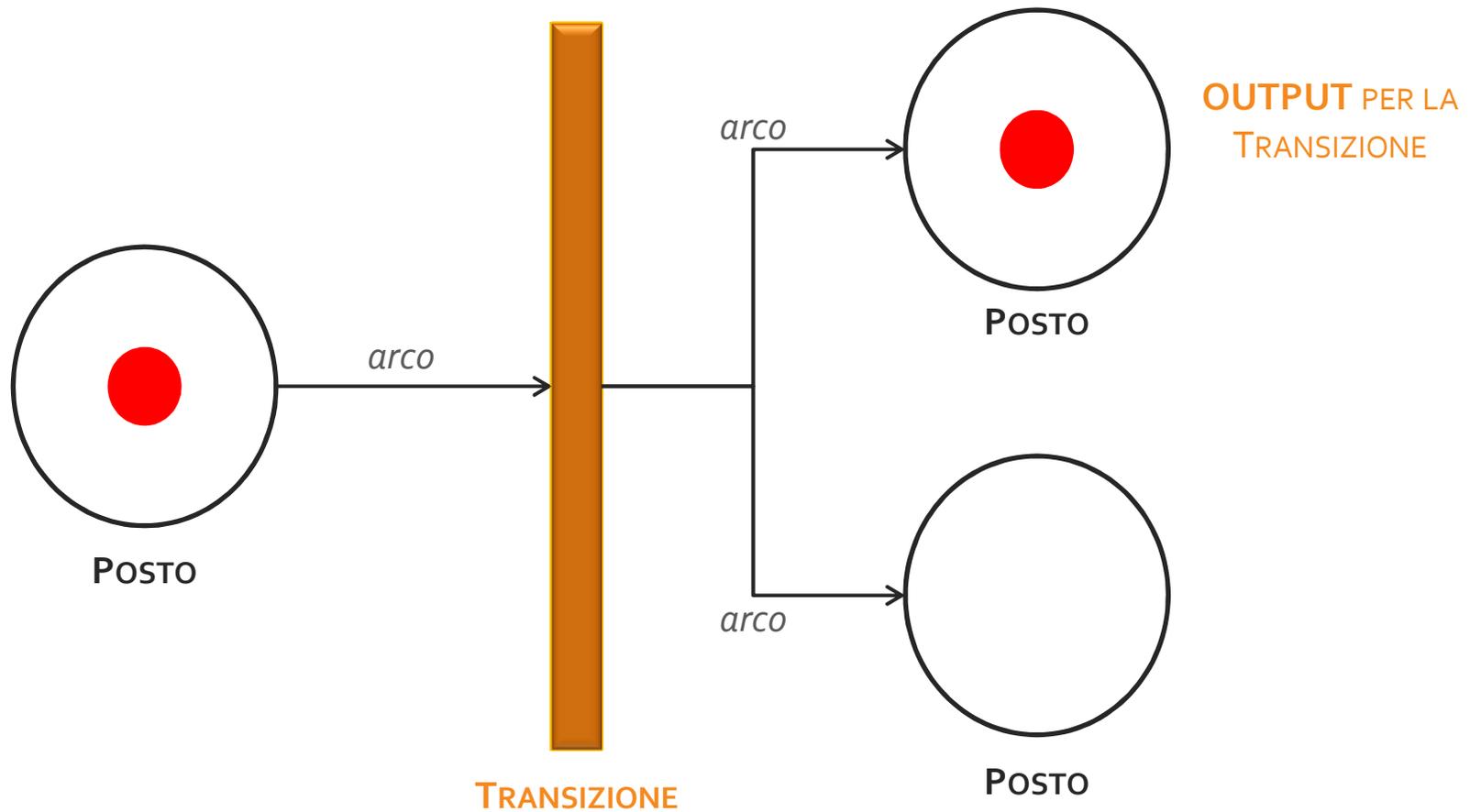
# Elementi di teoria delle reti di Petri

LE RETI DI PETRI (P-RETI)- STATI DI INPUT E STATI DI OUTPUT



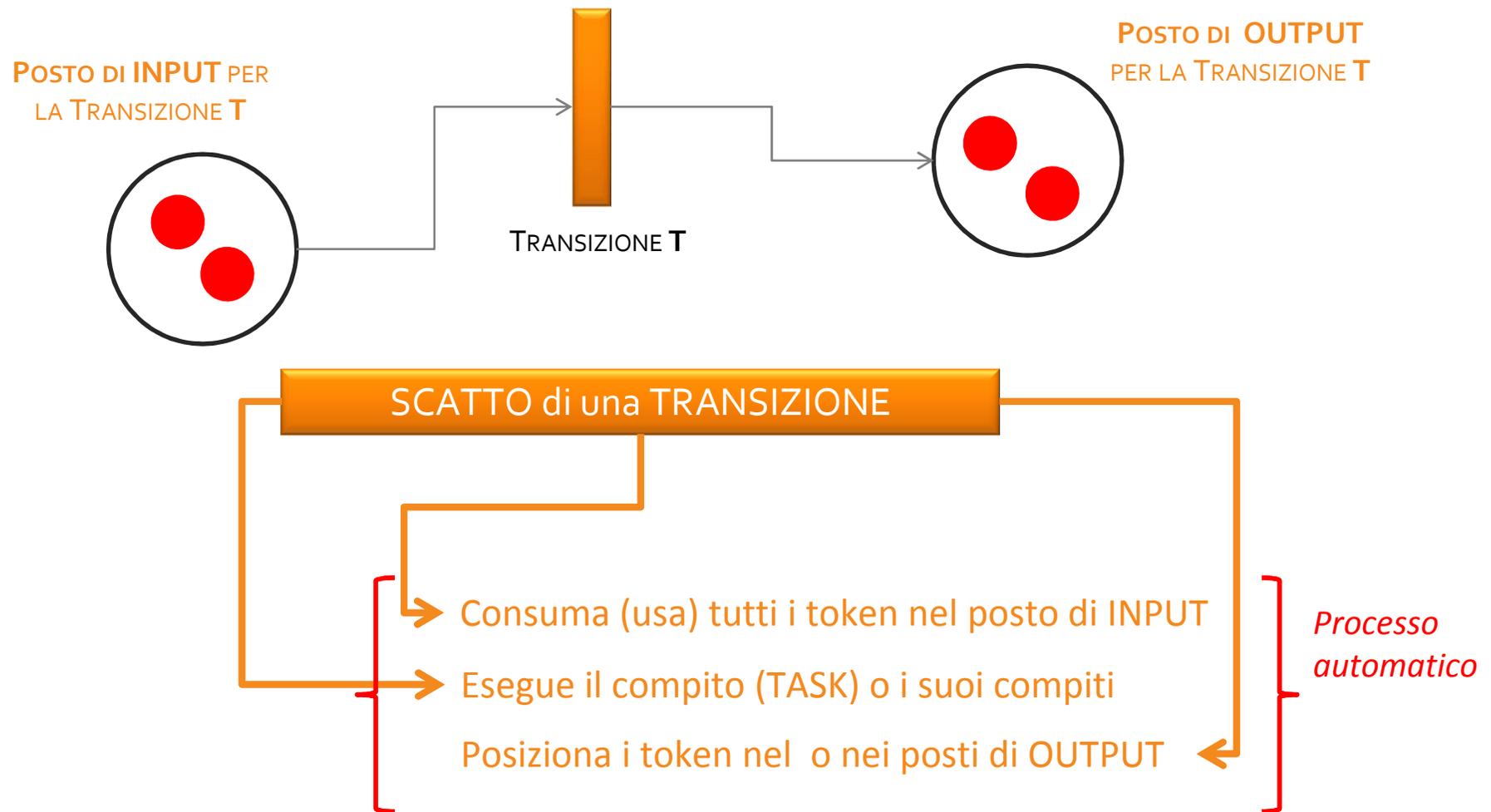
# Elementi di teoria delle reti di Petri

## LE RETI DI PETRI (P-RETI)- MECCANISMO DI TRANSIZIONE



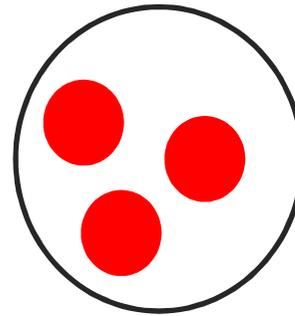
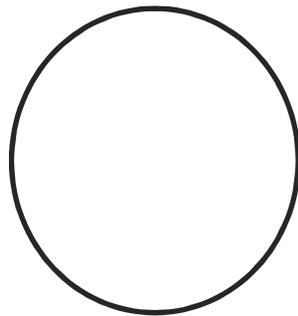
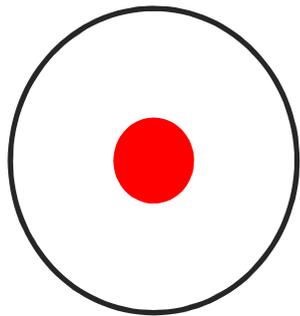
# Elementi di teoria delle reti di Petri

## LE RETI DI PETRI (P-RETI)- SCATTO DI UNA TRANSIZIONE

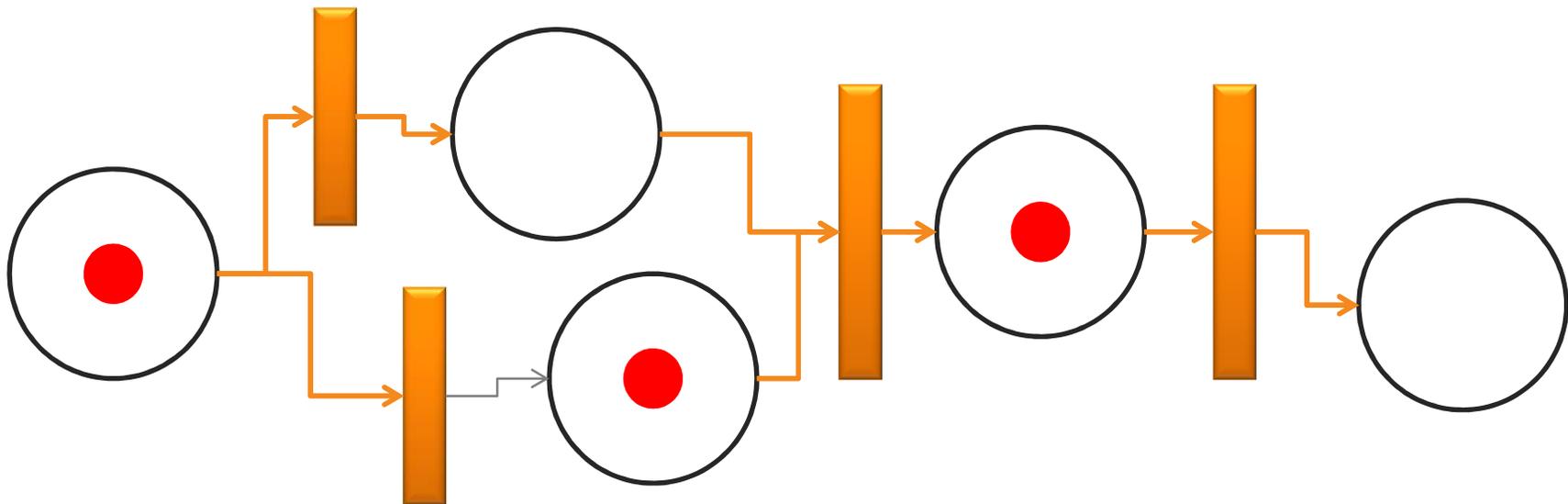


# Elementi di teoria delle reti di Petri

## LE RETI DI PETRI (P-RETI)- DEFINIZIONI



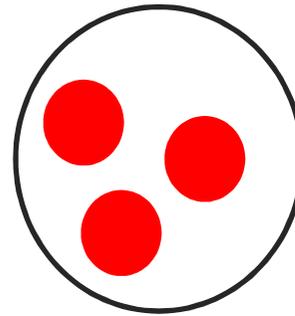
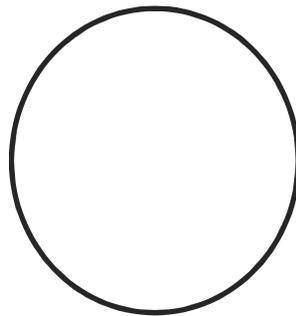
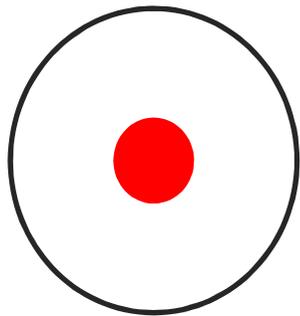
I POSTI POSSONO  
CONTENERE UNO,  
NESSUNO O PIÙ TOKEN



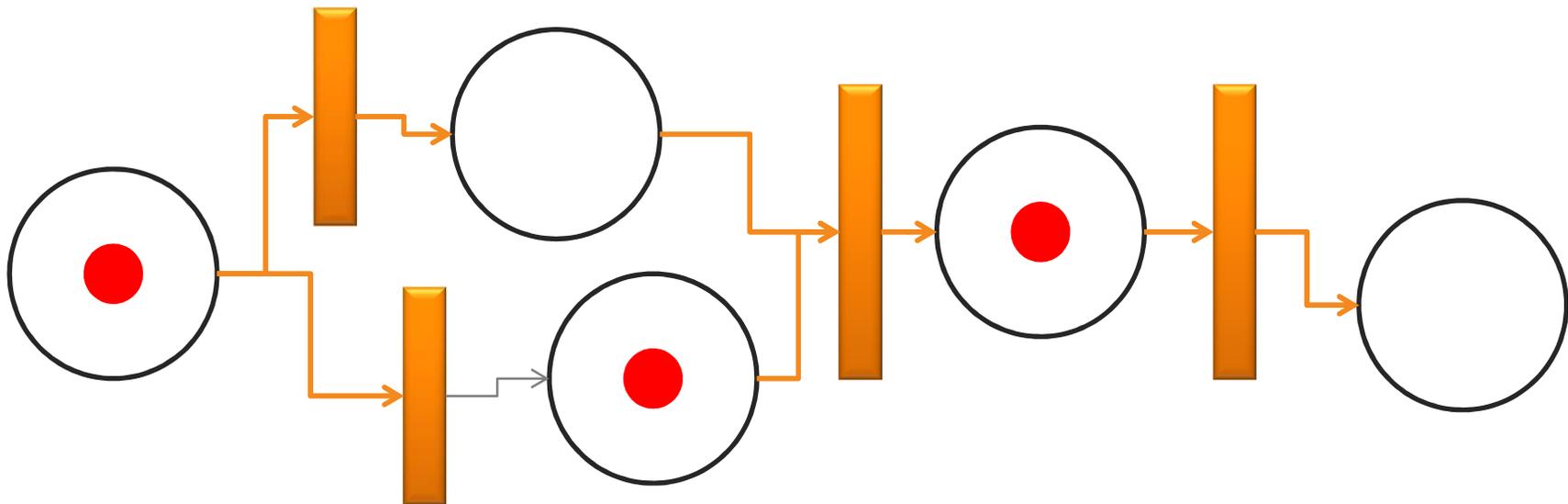
MARCATURA: DISTRIBUZIONE DI UNO O PIÙ TOKEN NEI POSTI DELLA RETE

# Elementi di teoria delle reti di Petri

## LE RETI DI PETRI (P-RETI)- DEFINIZIONI



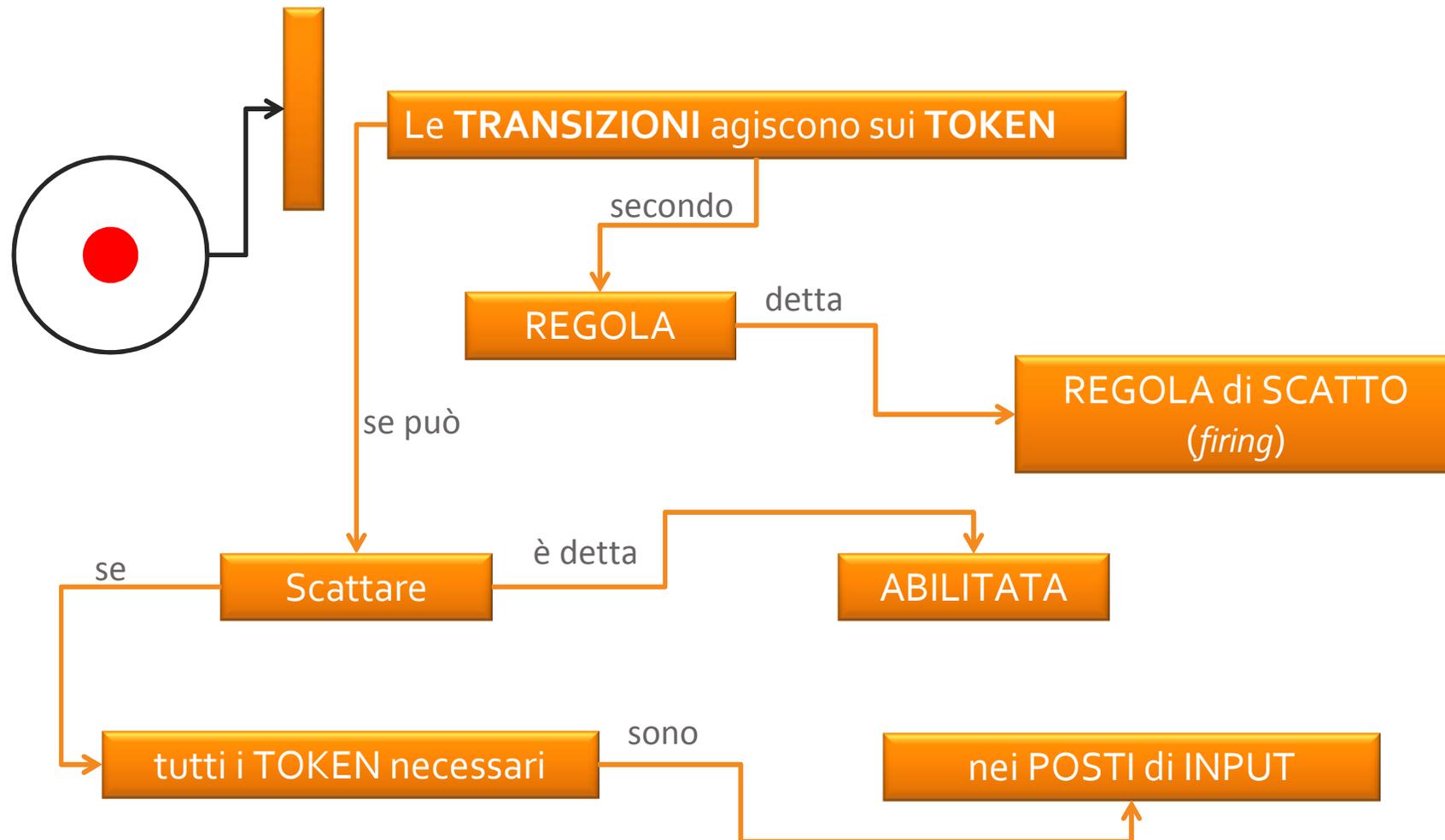
I POSTI POSSONO  
CONTENERE UNO,  
NESSUNO O PIÙ TOKEN



MARCATURA: DISTRIBUZIONE DI UNO O PIÙ TOKEN NEI POSTI DELLA RETE

# Elementi di teoria delle reti di Petri

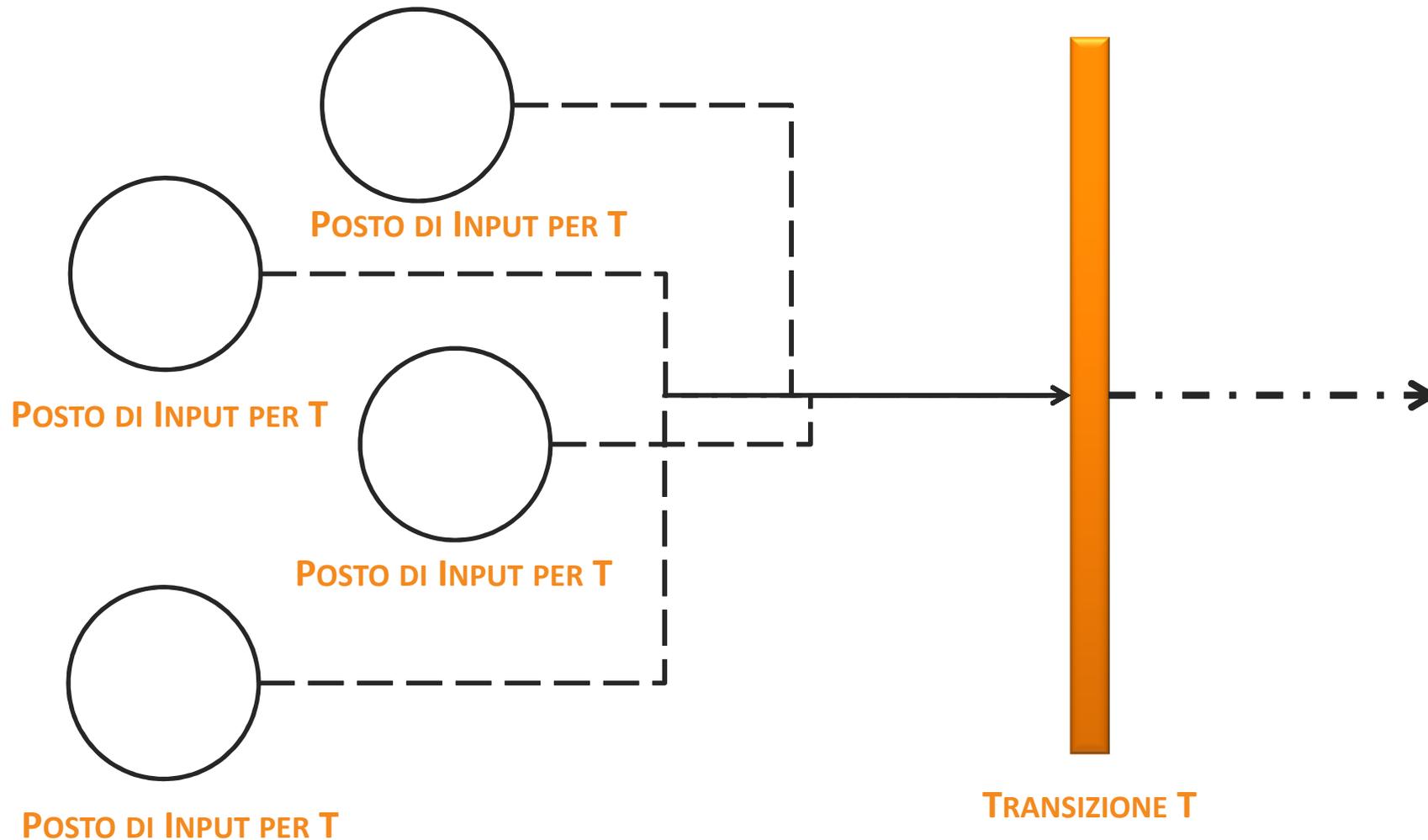
LE RETI DI PETRI (P-RETI)- TRANSIZIONI E REGOLE DI SCATTO



# Elementi di teoria delle reti di Petri

## LE RETI DI PETRI (P-RETI)- CONCORRENZA

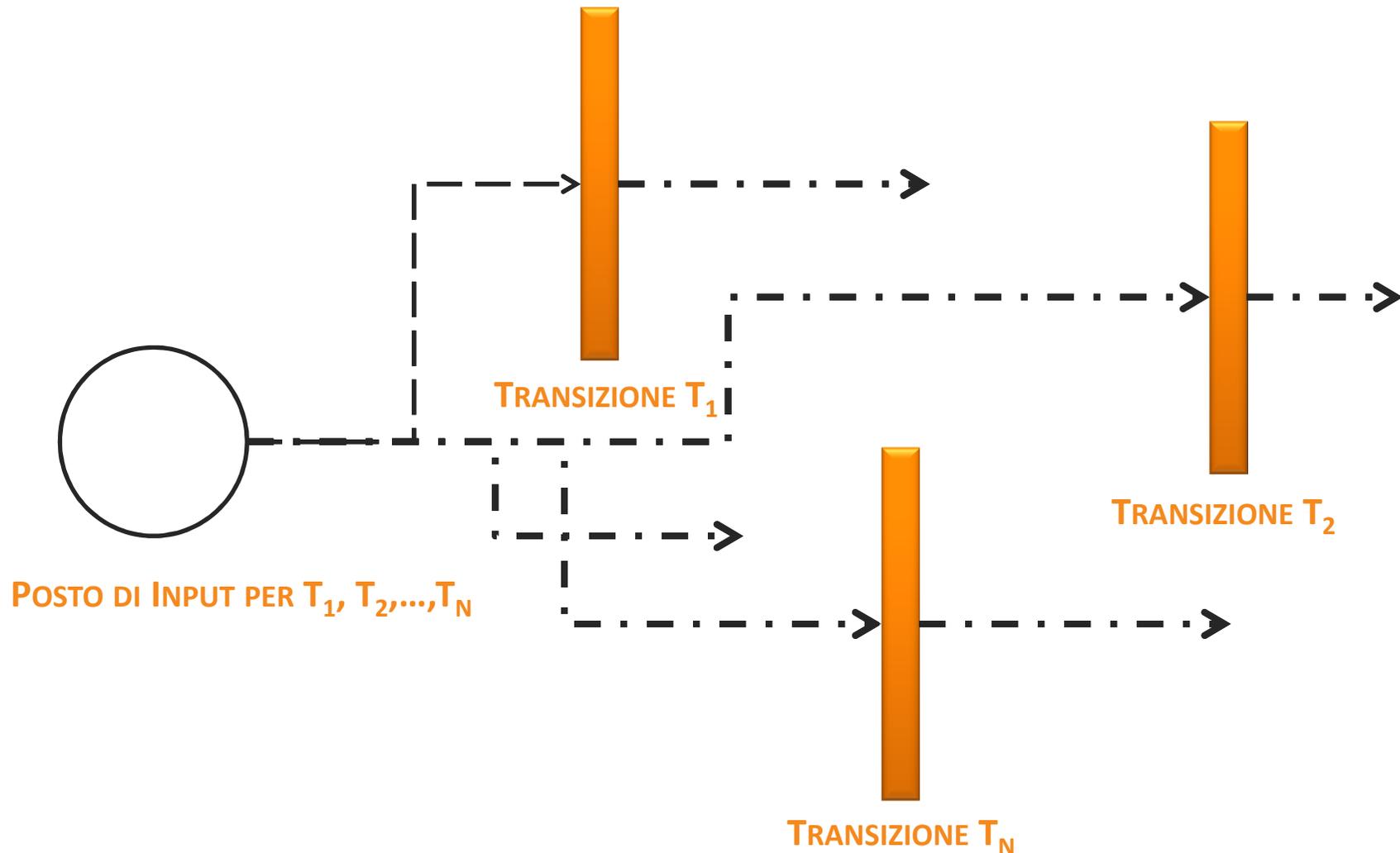
La **CONCORRENZA** in una *rete di Petri* si ha quando una **TRANSIZIONE** ha *più* **POSTI DI INPUT**



# Elementi di teoria delle reti di Petri

## LE RETI DI PETRI (P-RETI)- CONCORRENZA

Il CONFLITTO in una *rete di Petri* si ha quando un POSTO è POSTO DI INPUT per più TRANSIZIONI



# Elementi di teoria delle reti di Petri

## LE RETI DI PETRI (P-RETI)- CARATTERISTICHE

*Rete di Petri* caratterizzata da

- RAGGIUNGIBILITÀ (*REACHABILITY*)

- LIMITATEZZA (*BOUNDEDNESS*)

- SICUREZZA (*P-NET SAFE*)

- VITALITÀ (*LIVENESS*)

# Elementi di teoria delle reti di Petri

## LE RETI DI PETRI (P-RETI)- RAGGIUNGIBILITÀ (REACHABILITY)

Data una MARCATURA INIZIALE  $M_0$  in una *rete di Petri*  $G$  si indica con  $R(G, M_0)$  l'insieme delle MARCATURE RAGGIUNGIBILI a partire da  $M_0$ .



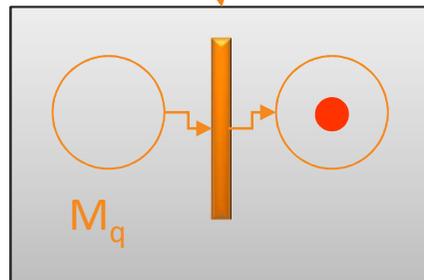
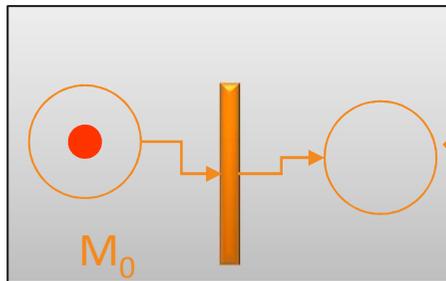
Una MARCATURA  $M_q$  è **RAGGIUNGIBILE** se esistono scatti che la rendono una marcatura possibile a partire da  $M_0$ .

**PROBLEMA DELLA RAGGIUNGIBILITÀ**  
 $M_q \in R(G, M_0)$ ?

**SOTTO QUALI CONDIZIONI**  $M_q$  è uno *stato sbagliato*?  
Non può e non deve essere raggiungibile?

**ESEMPIO**

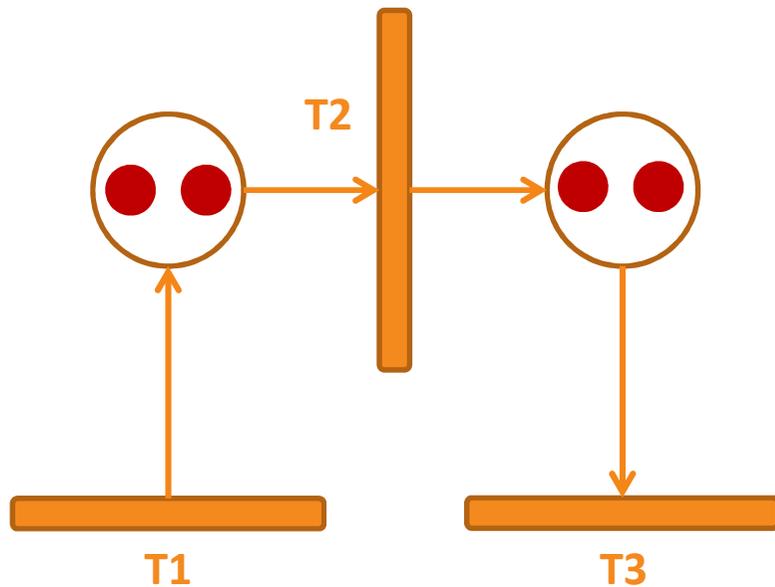
*porte aperte e ascensore non presente*



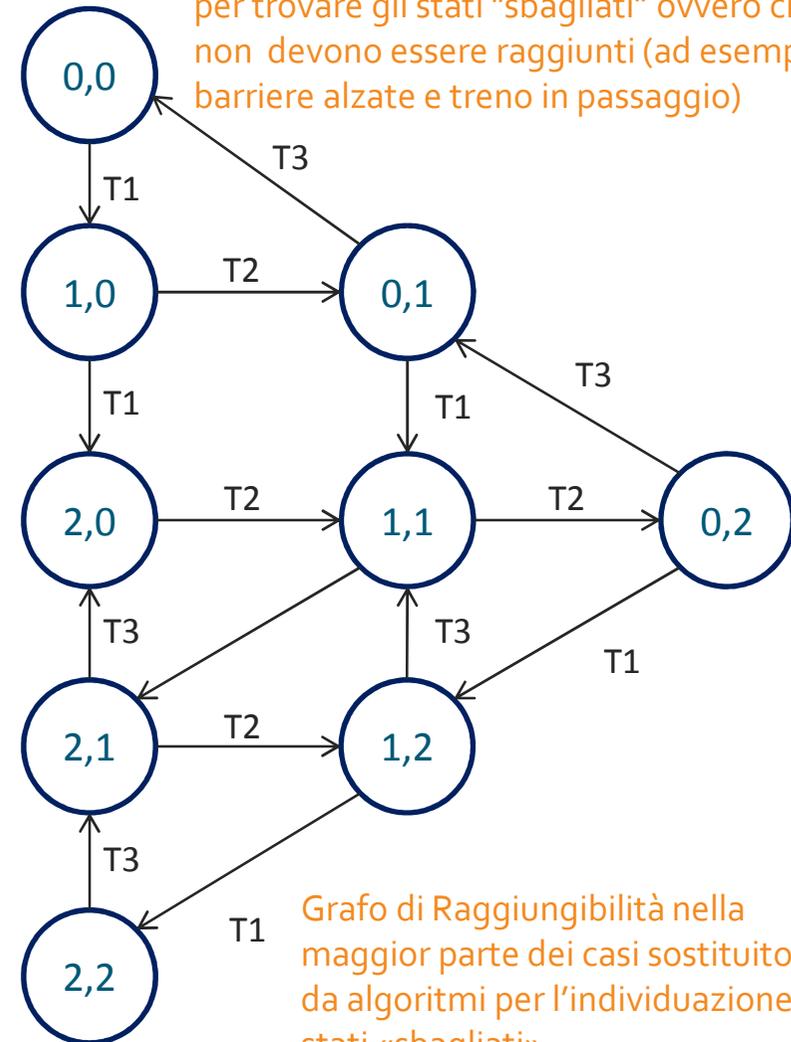
# Elementi di teoria delle reti di Petri

## LE RETI DI PETRI (P-RETI)- GRAFO DI RAGGIUNGIBILITÀ

GRAFO DI RAGGIUNGIBILITÀ: grafo in cui i nodi sono le possibili marcature e gli archi le transizioni che modificano una marcatura



Grafo di Raggiungibilità è un buon metodo per trovare gli stati "sbagliati" ovvero che non devono essere raggiunti (ad esempio barriere alzate e treno in passaggio)



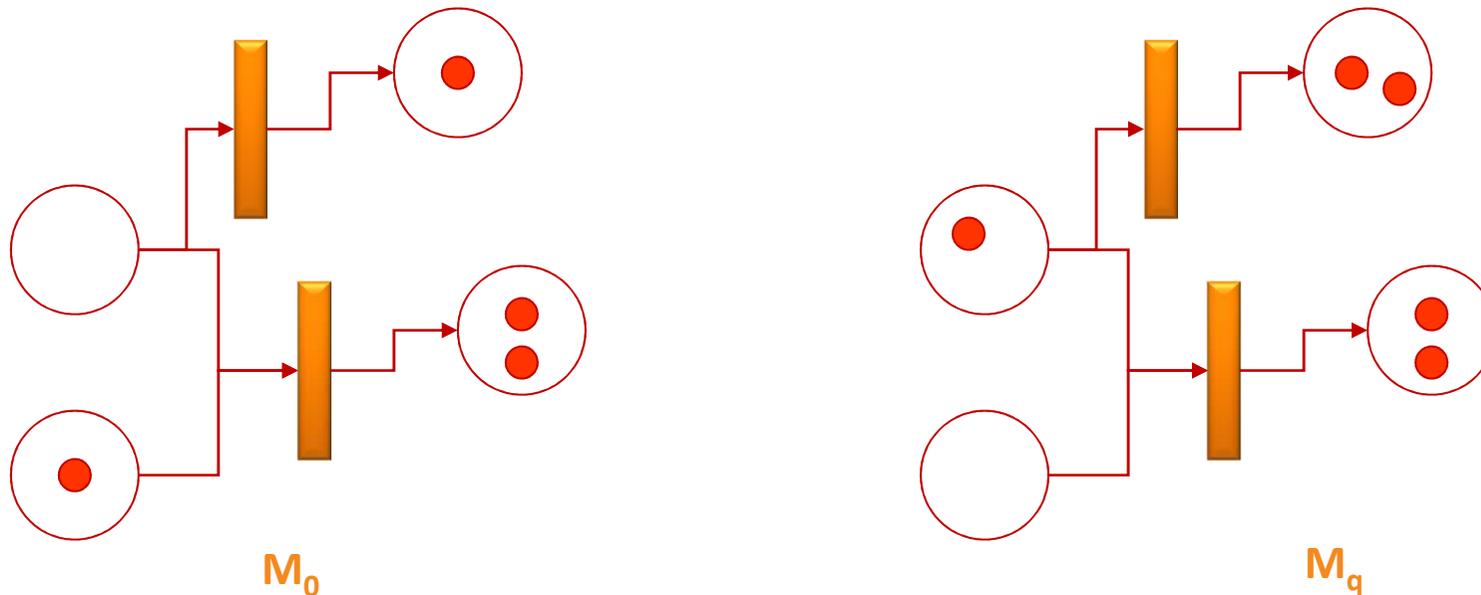
Grafo di Raggiungibilità nella maggior parte dei casi sostituito da algoritmi per l'individuazione di stati «sbagliati»

# Elementi di teoria delle reti di Petri

## LE RETI DI PETRI (P-RETI)- LIMITATEZZA (BOUNDEDNESS)

POSTO LIMITATO (K-LIMITATO):  $k$  è il numero massimo di token nel posto per una qualsiasi marcatura possibile della rete

P-RETE LIMITATA SE OGNI POSTO È LIMITATO

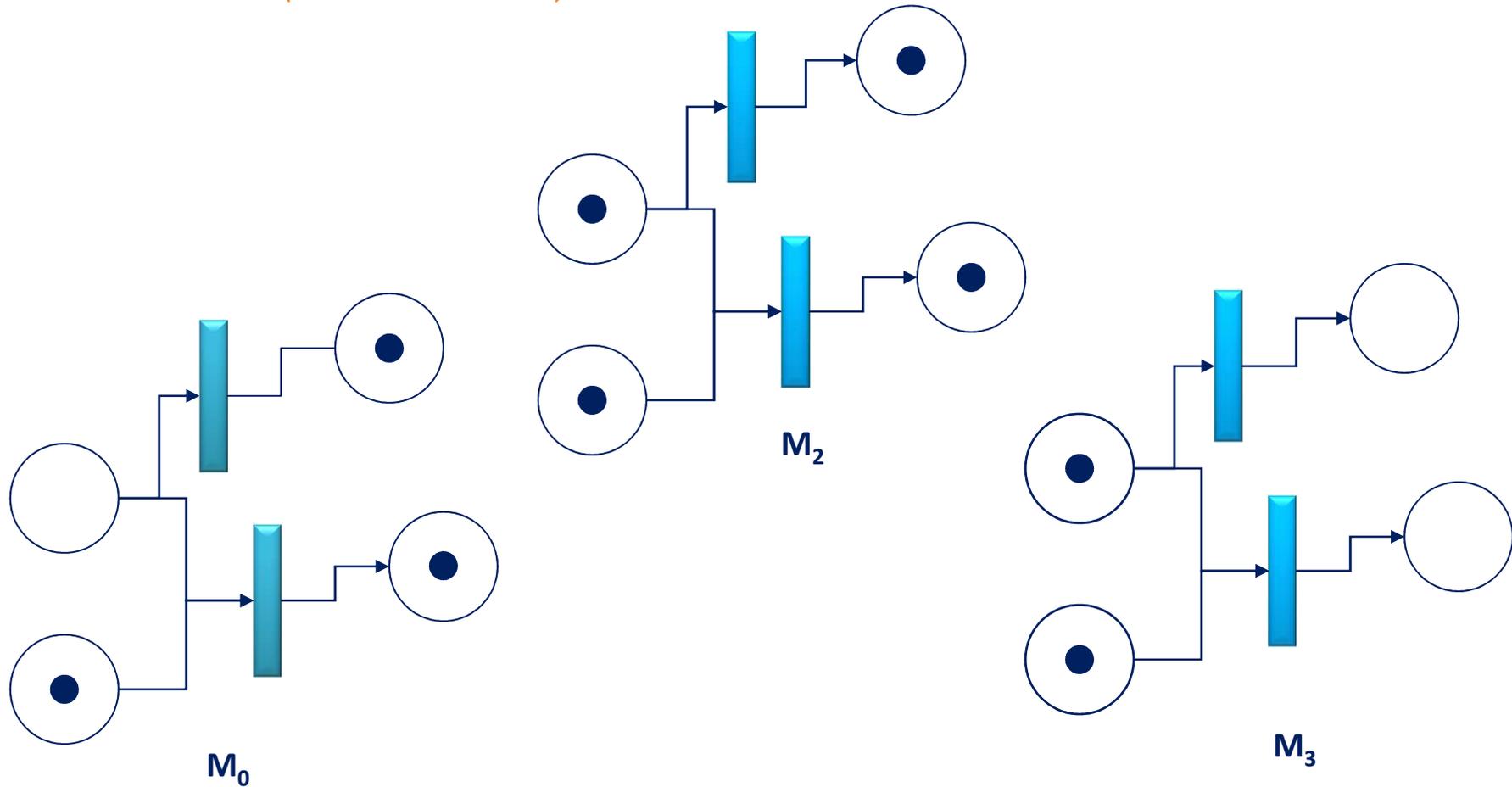


ESEMPIO DI P-RETE 2-LIMITATA

# Elementi di teoria delle reti di Petri

LE RETI DI PETRI (P-RETI)- SICUREZZA(SAFE)

Una rete **1-LIMITATA** (*k-limitata con  $K=1$* ) si dice **SICURA**



ESEMPIO DI P-RETE 1-LIMITATA (SICURA)

# Elementi di teoria delle reti di Petri

## LE RETI DI PETRI (P-RETI)- VITALITÀ (LIVENESS)

LIVELLO DI VITALITÀ ( $L_k$ )  $\rightarrow$  attivabilità di una transizione  $T$  in una marcatura raggiungibile

RETE VIVA  $\bullet \xrightarrow{\text{se}}$   $M_q$  marcatura qualsiasi raggiungibile da  $M_0$   $\bullet \xrightarrow{\text{è sempre possibile}}$  fare scattare una transizione  $T$  qualsiasi a seguito di una qualsiasi sequenza di scatti

$P$ -Rete è  $k$ -LIVE  $\bullet \longrightarrow$  ogni transizione  $T$  è  $k$ -Live

### Gradi di vitalità di una transizione $T$ in una $P$ -Rete

$0 - L_0$  Live

$T$  non può scattare in nessuna marcatura raggiungibile

TRANSIZIONE MORTA

$1 - L_1$  Live

esiste almeno una marcatura raggiungibile in cui  $T$  può scattare

$2 - L_2$  Live

per ogni numero intero  $K$  Esiste almeno una marcatura raggiungibile in cui  $T$  può scattare  $K$  volte

$3 - L_3$  Live

esiste almeno una marcatura raggiungibile in cui  $T$  può scattare infinite volte

$4 - L_4$  Live

$T$  può scattare in ogni marcatura raggiungibile

TRANSIZIONE VIVA



# Elementi di teoria delle reti di Petri

## LE RETI DI PETRI (P-RETI)- 2 PROBLEMI CLASSICI



### PROBLEMA DEI 5 FILOSOFI AFFAMATI

*(dining philosophers problem, Dijkstra)*

*Schematizza problemi di concorrenza e condivisione di risorse*

### PROBLEMA DEL BARBIERE CHE DORME

*Schematizza problemi analoghi a quelli di un help desk informatizzato*





La nostra immaginazione è tesa al massimo; non, come nelle storie fantastiche, per immaginare cose che in realtà non esistono, ma proprio per comprendere ciò che davvero esiste.

Richard Phillips Feynman  
*citato all'inizio di Wheeler, Taylor, «Fisica dello spazio-tempo»*

