

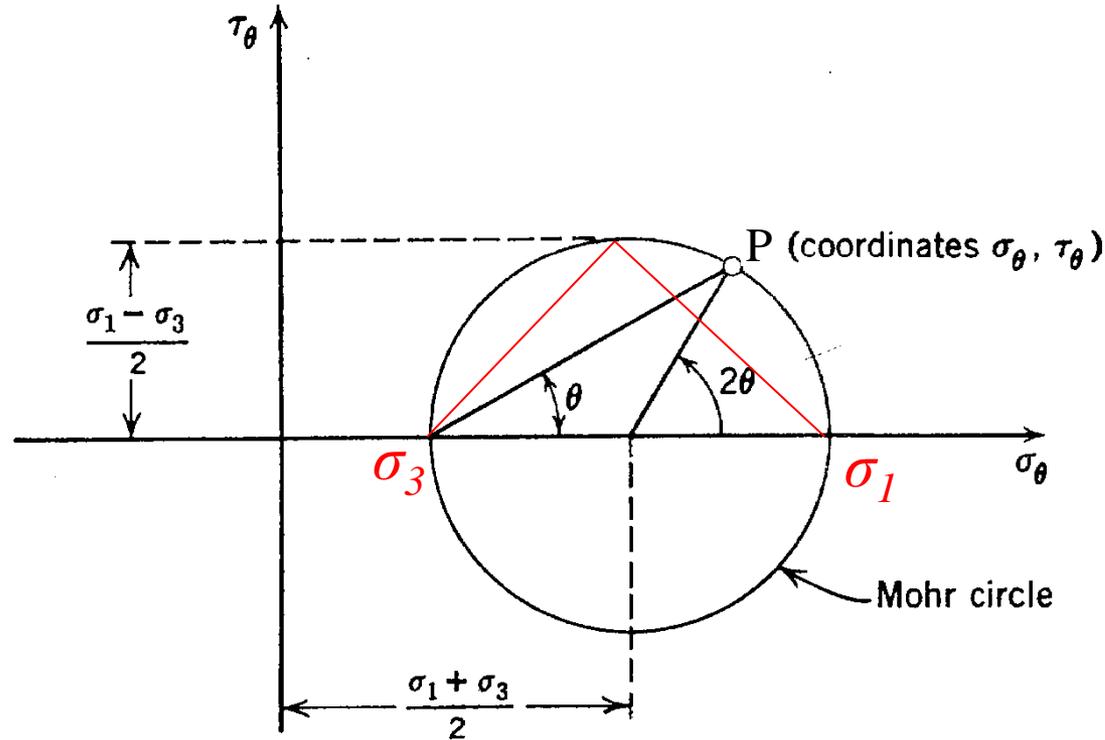
Scienze e Tecnologie per i Beni Culturali

Corso di Geologia Applicata

Dott. Maria Chiara Turrini

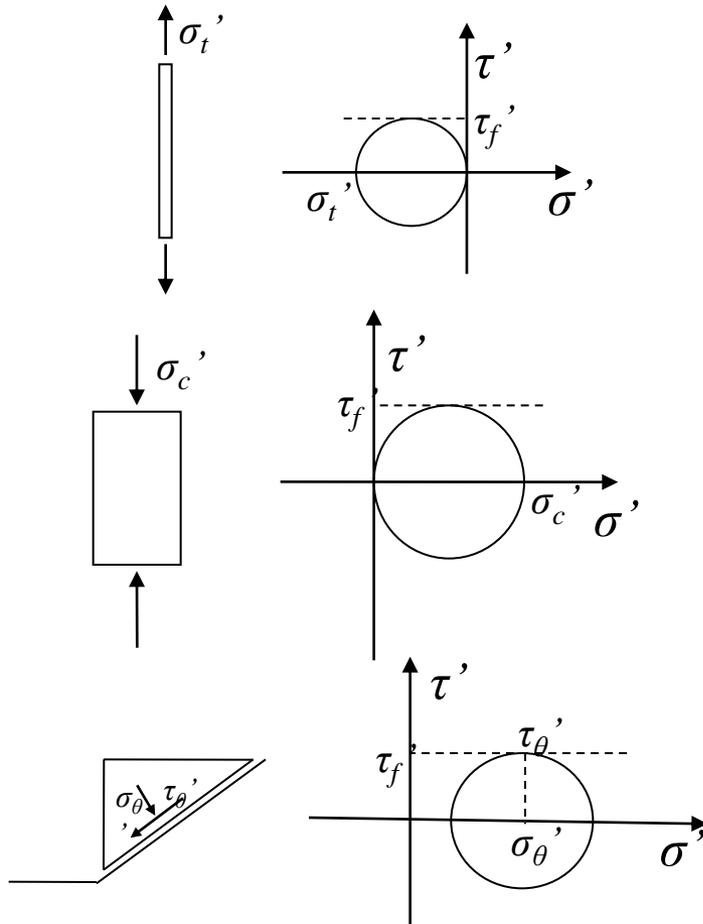
Resistenza al taglio

Cerchio di Mohr



È un metodo grafico che consente di avere i valori degli sforzi che agiscono in un punto, al variare dell'orientazione del piano considerato passante per quel punto.

In figura sono rappresentati alcuni casi di sollecitazione e i corrispondenti cerchi di Mohr a rottura (il pedice f sta per “failure” ovvero “rottura”): l'elemento arriva a rottura quando il cerchio di Mohr raggiunge la dimensione limite data dal raggio τ'_f .

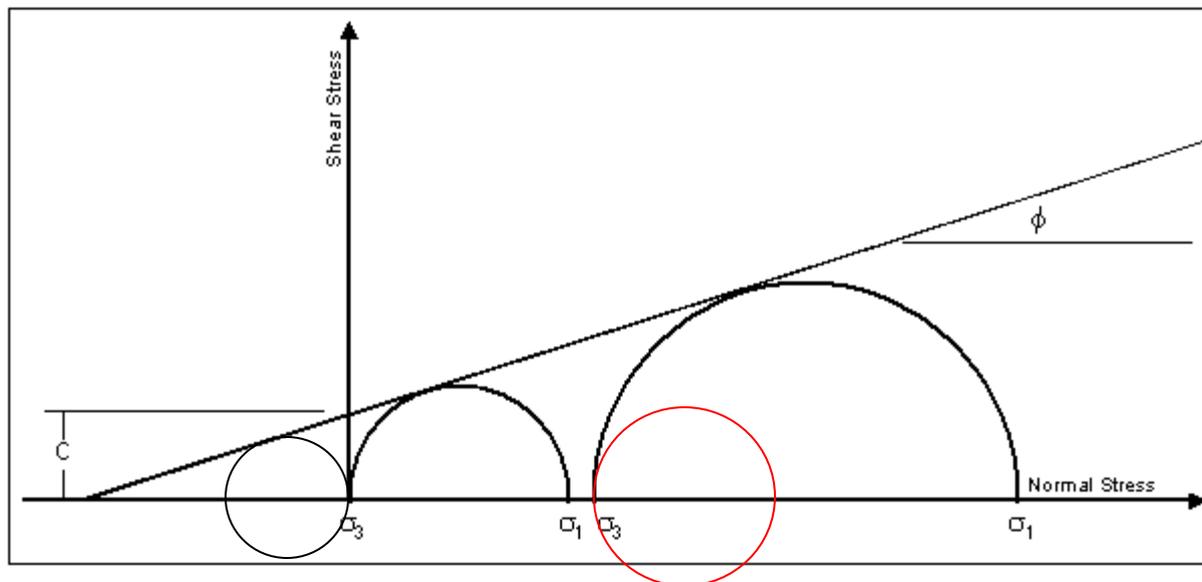


Resistenza a trazione

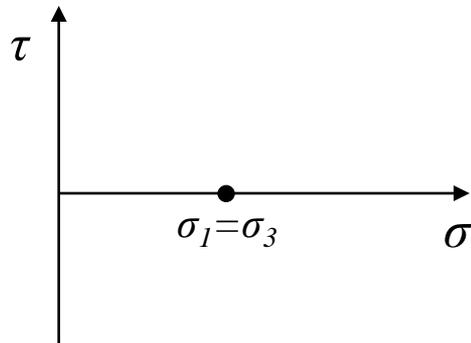
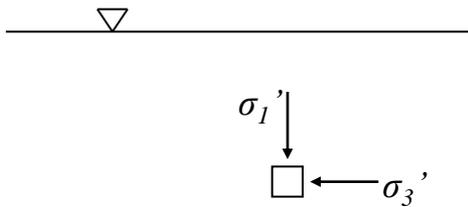
Resistenza a compressione

Resistenza al taglio

La resistenza di un materiale è definita dallo stato tensionale ultimo che esso può sopportare prima della “rottura”. Sebbene si parli spesso di resistenza a trazione, di resistenza a compressione, di resistenza a taglio e così via, come se si trattasse di cose distinte in quanto definite da valori diversi, in realtà tutte queste proprietà possono essere poste in relazione fra di loro con un criterio di resistenza generale. Il legame infatti fra queste resistenze è fornito dall’osservazione che un materiale può sopportare solo stati tensionali in cui il massimo sforzo di taglio (tangenziale), cioè la dimensione del cerchio di Mohr massimo, non eccede un valore limite (curva involucro di rottura).



Possiamo dire che un materiale è **dotato di resistenza al taglio** se può sopportare sforzi di taglio e che la sua resistenza è appunto il massimo valore dello sforzo di taglio (tangenziale) che esso può sopportare.



L'acqua non resiste al taglio

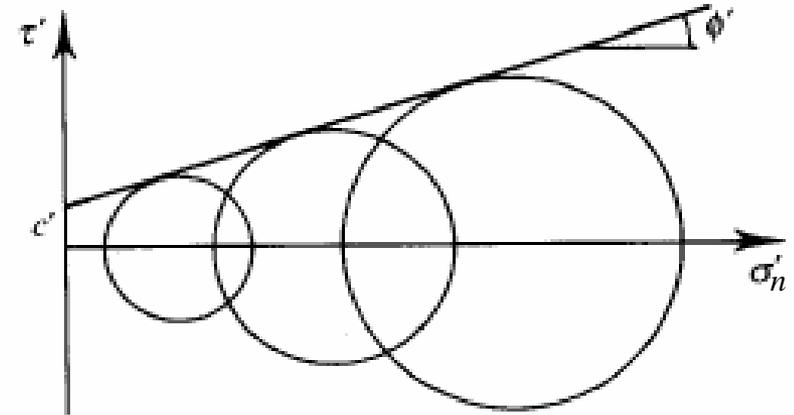
Solo i materiali dotati di resistenza al taglio possono disporsi su una superficie inclinata, perché per mantenere stabile un pendio è necessario resistere a sforzi di taglio. Un materiale che non può disporsi lungo un pendio, come l'acqua in quiete, è, dal nostro punto di vista, privo di resistenza e il relativo cerchio di Mohr degli sforzi si riduce ad un punto, come in figura.

Criterio di resistenza di Mohr – Coulomb (involuppo a rottura)

Tale criterio afferma che la resistenza aumenta linearmente con la tensione normale efficace e che il materiale giunge a rottura quando il cerchio di Mohr degli sforzi tocca l'involuppo espresso da:

$$\tau_f = c' + \sigma_n' \tan \varphi'$$

dove φ' è l'angolo di attrito e c' è chiamata intercetta di coesione.



Maggiore è la forza T necessaria a far muovere il corpo e maggiore è l'angolo ϕ_μ

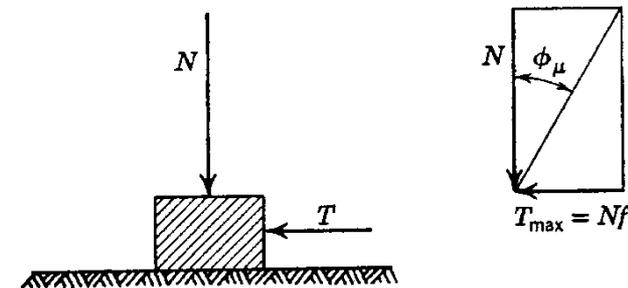
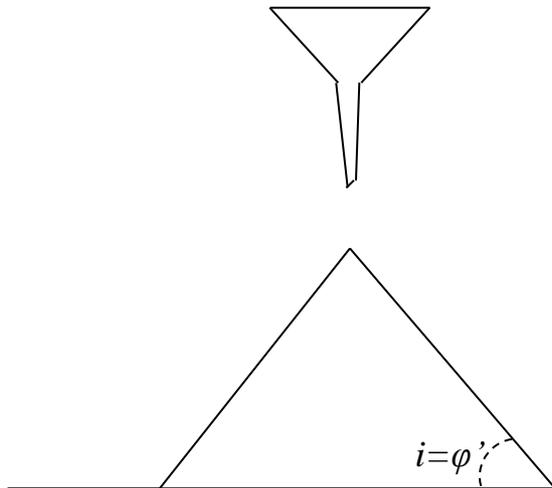
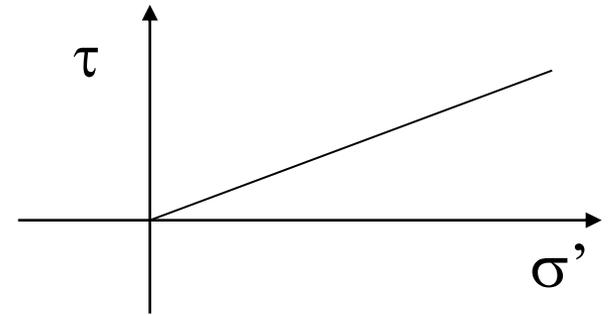


Fig. 6.1 Definition of friction angle ϕ_μ .

Per i terreni granulari $c' = 0$ e quindi non vi è resistenza quando σ' è zero. È questo il motivo per il quale è possibile versare sabbia asciutta da un barattolo come se si trattasse di acqua.

Una volta versata, la sabbia, a differenza dell'acqua, si dispone in un cono, il che mostra che essa è dotata di resistenza.



Si può dimostrare anche che l'angolo di base del cono i (*angolo di riposo*) $= \varphi'$

Il criterio di Mohr – Coulomb descrive la relazione tra la massima resistenza al taglio τ_f e la tensione normale σ'_n secondo l'espressione:

$$\tau_f = c' + \sigma'_n \tan \varphi'$$

con

$$\sigma'_n = \sigma_n - u$$

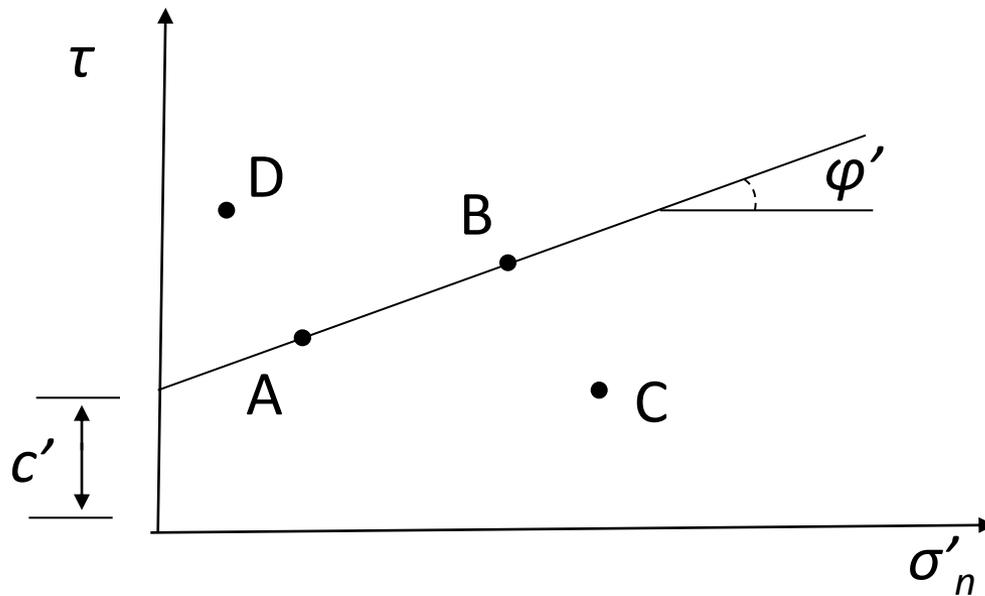
dove

u è la pressione dell'acqua nel campione (nel terreno)

c' e φ' sono la coesione e l'angolo di attrito in condizioni drenate (cioè quando non vi sono sovrappressioni idriche)

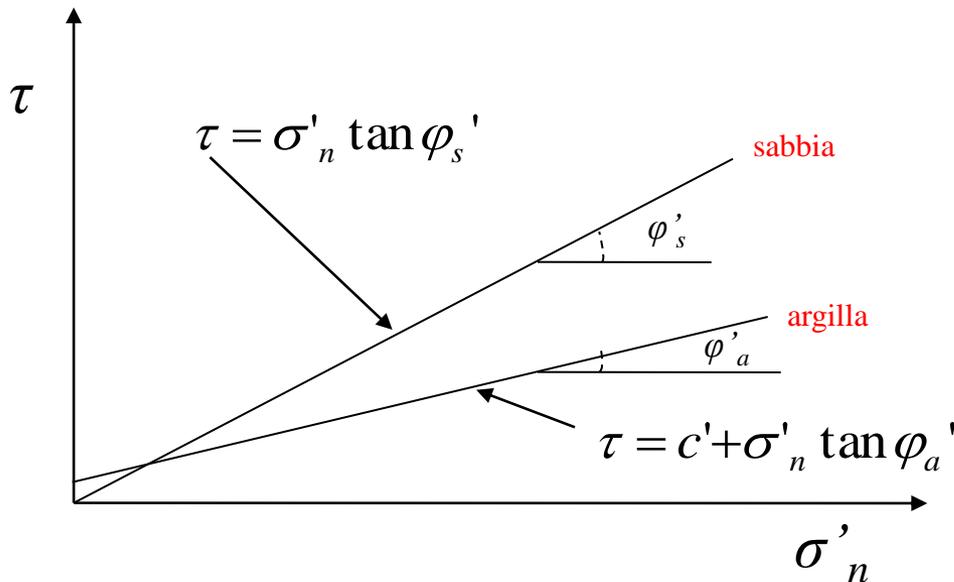
L'equazione $\tau_f = c' + \sigma'_n \tan \varphi'$

è rappresentata sul piano $\tau - \sigma'_n$ da una retta, generalmente nota come involucro di rottura. I punti che si dispongono lungo la retta di involucro rappresentano degli stati tensionali a rottura, invece i punti al di sopra della retta sono degli stati fisicamente impossibili per la terra considerata e quelli al di sotto rappresentano uno stato tensionale in condizioni di stabilità, con un certo margine di sicurezza rispetto alla rottura



In base ai parametri di resistenza al taglio, è possibile distinguere i terreni in:

- Granulari (sabbie e ghiaie) con valore nullo della coesione c' e valore generalmente elevato di $\tan \varphi'$ quindi di φ'
- Coesivi (limi fini e argille o terreni misti con preponderanza di argilla) caratterizzati da entrambi i parametri.

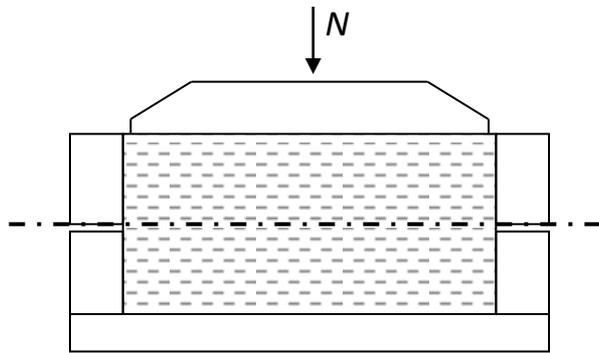


Dalla figura si vede come, mediamente, la resistenza al taglio delle sabbie è maggiore di quella delle argille, e solo per valori estremamente bassi di σ'_n la situazione è invertita

Prova di taglio diretto – Direct shear test

La prova è eseguita su un provino contenuto in una scatola (scatola di Casagrande) costituita da due parti sovrapposte, separate lungo un piano orizzontale e fatte scorrere fra loro.

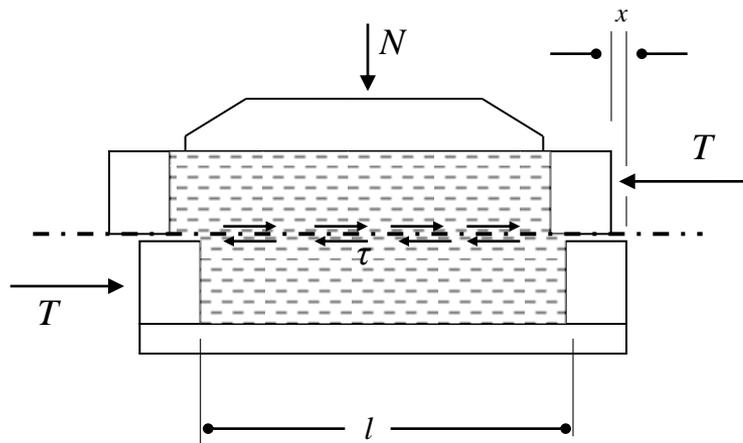
Le fasi in cui viene svolta la prova sono due: consolidazione e rottura.



Nella prima fase viene gradualmente incrementato il carico assiale (N) applicato alla sezione (A) del provino fino al raggiungimento della pressione di consolidazione ($\sigma'_n = N/A$) desiderata.

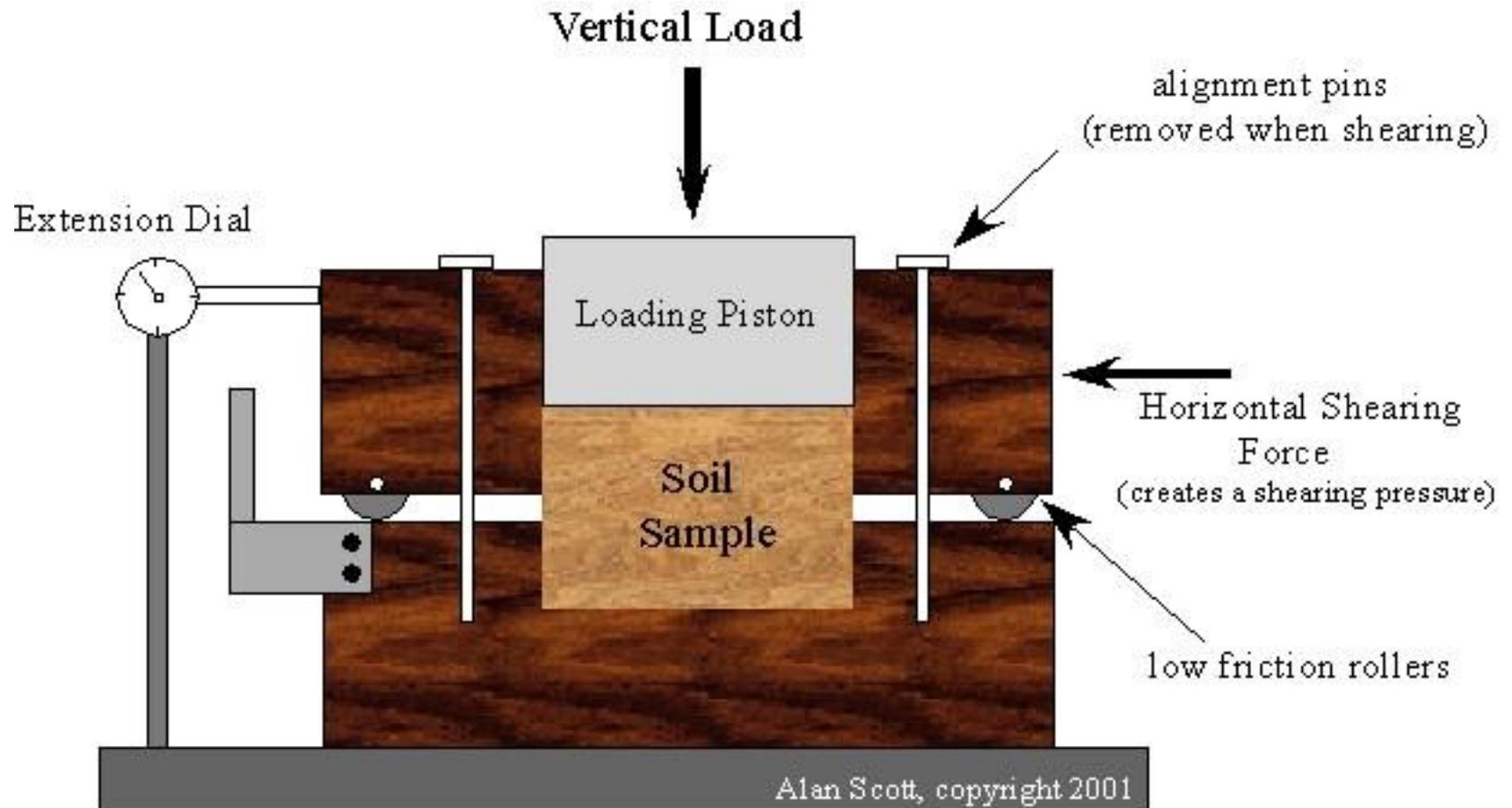
Durante la fase di consolidazione si monitorano le deformazioni assiali in funzione del tempo, in modo da poter stabilire la fine della fase di consolidazione primaria, prima di ciascun incremento di carico.

In fase di rottura viene imposto uno spostamento, a velocità costante e sufficientemente bassa, in direzione orizzontale a una delle due parti della scatola, mentre l'altra è contrastata da un sistema rigido, in grado di registrare il carico applicato. Si determina in questo modo una forza orizzontale T che agisce sul piano di separazione tra le due parti della scatola e viene sopportata dalla sezione del provino (definita come superficie di taglio).

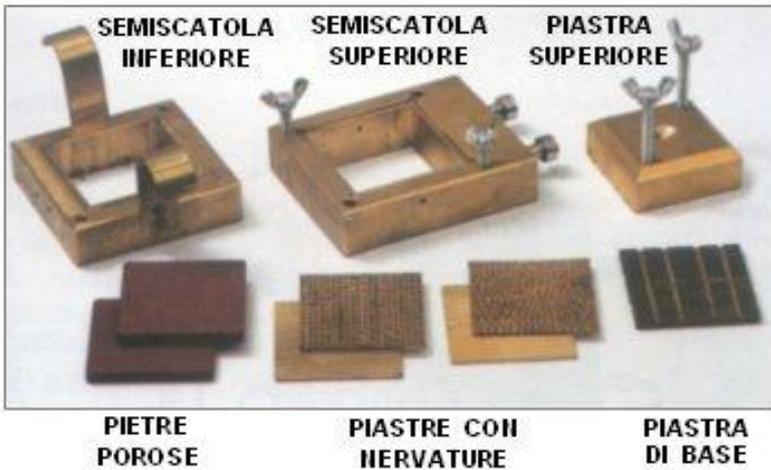


Su tale sezione agisce una tensione unitaria di taglio $\tau = T/A$

Prove di taglio diretto CD (Consolidata – Drenata)

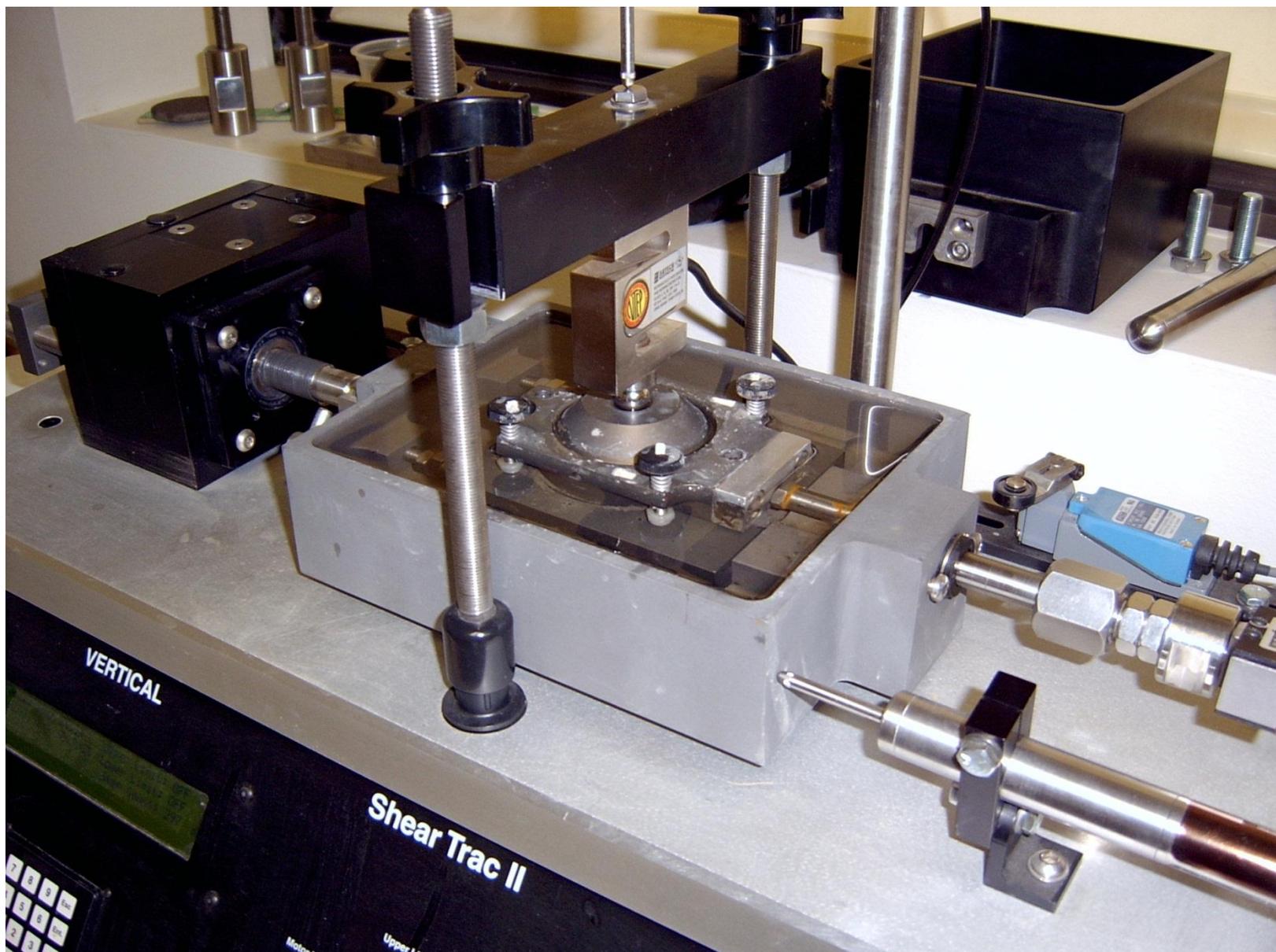


Componenti della scatola di Casagrande



Assemblaggio della scatola di Casagrande

Prova di taglio diretta



Dai valori ottenuti in fase di prova si può tracciare una curva di resistenza al taglio in un piano $\tau - \varepsilon$ (resistenza al taglio – deformazione o **stress-strain**) da cui si evince che i valori di τ aumentano gradatamente al crescere della deformazione fino ad arrivare ad un punto di massimo (resistenza di picco) dove il terreno presenta la massima forza disponibile mobilitata lungo la superficie di taglio.

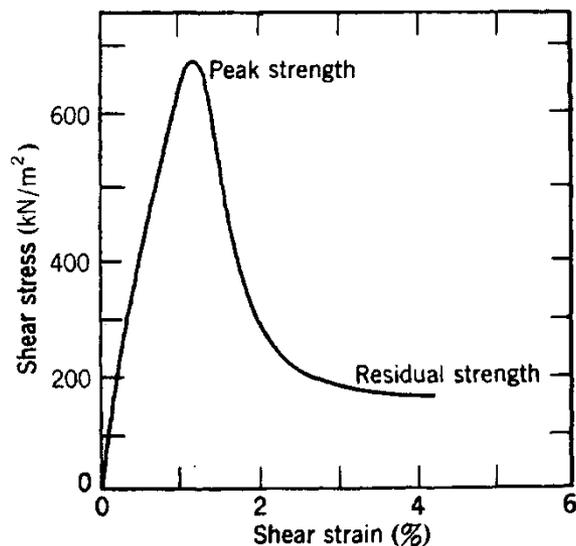
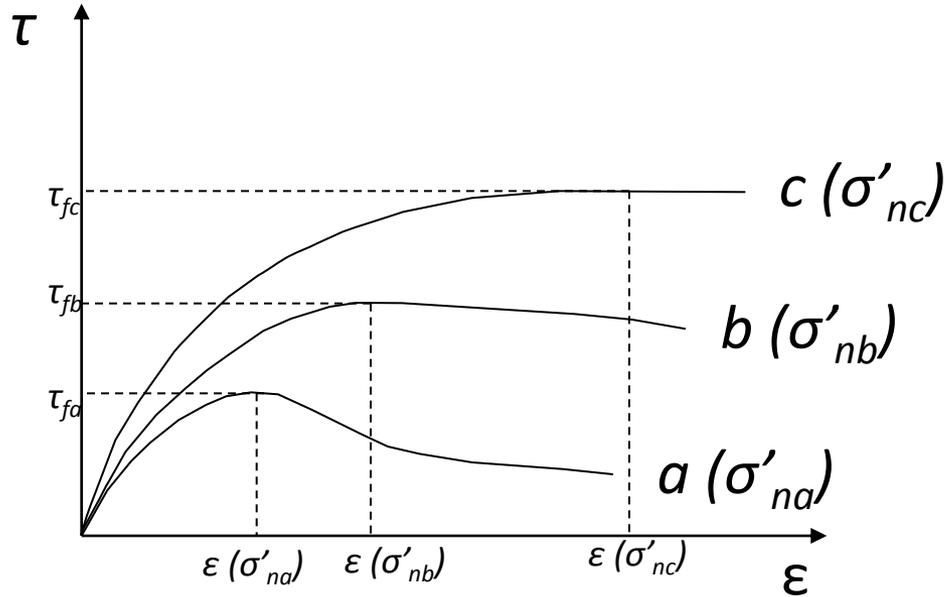


Fig. 20.11 Drained direct shear test on Cucaracha clay-shale (From Panama Canal, 1947).

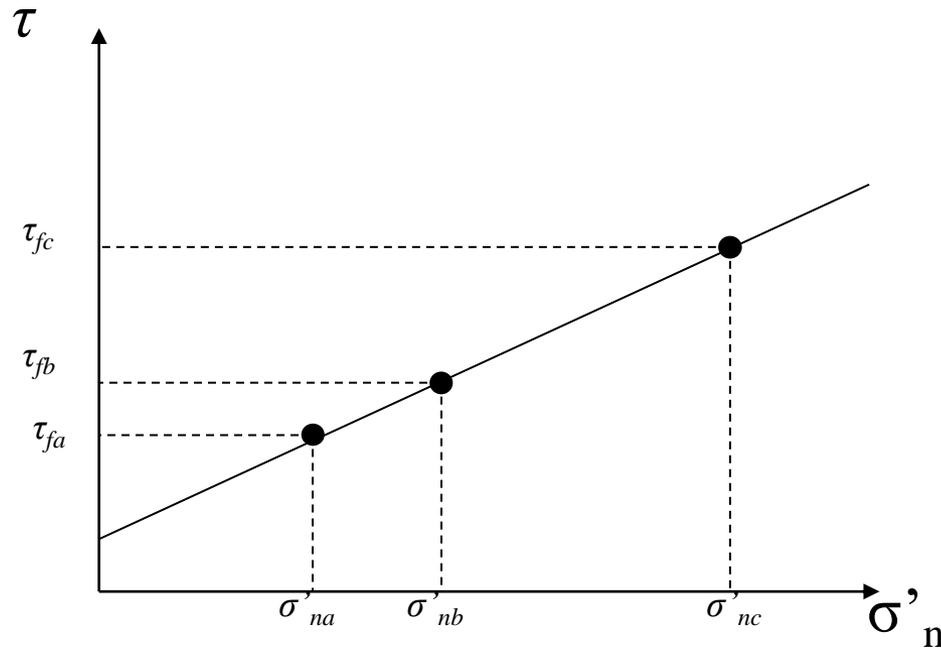
Questo valore di tensione rappresenta la resistenza del terreno sottoposto ad un determinato valore di σ'_n e viene indicato come resistenza limite τ_f . Il tratto successivo della curva solitamente presenta valori decrescenti di τ , in quanto la tensione orizzontale agisce lungo una superficie dove la rottura è già avvenuta.



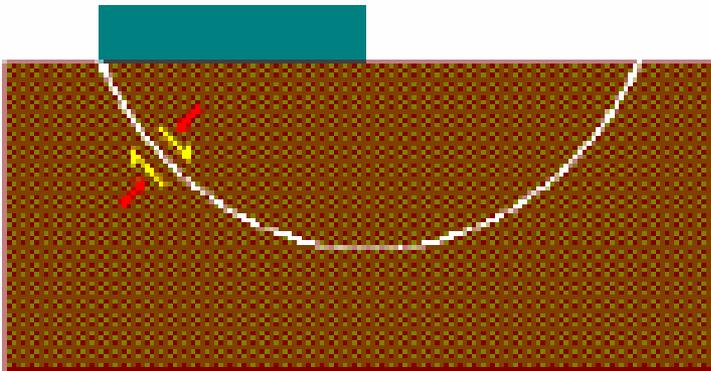
Sullo stesso tipo di terreno vengono preparati più provini ed eseguito un numero minimo di tre prove di taglio, con diversi valori della tensione normale applicata. Da ciascuna prova, che descrive l'andamento delle tensioni di taglio in funzione dello spostamento, è pertanto possibile individuare la resistenza al taglio massima e diagrammarla in funzione della tensione normale applicata.

$$\tau_f = c' + \sigma_n' \tan \varphi'$$

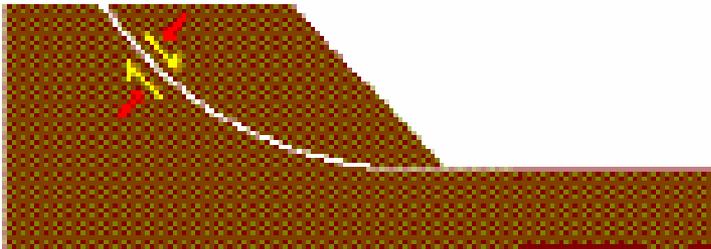
Il grafico ottenuto di τ_f in funzione di σ'_n permette di tracciare l'involuppo di rottura e definire i parametri c' e φ' , i quali sono rispettivamente i valori di intercetta e coefficiente angolare della retta di involuppo.



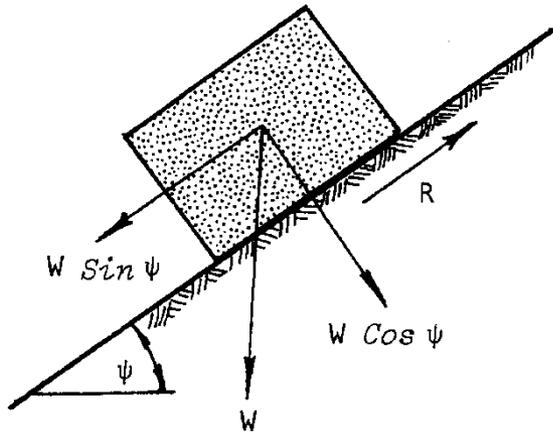
Condizioni in cui è necessario conoscere la resistenza al taglio di un terreno



Rottura del terreno sotto una fondazione superficiale



Instabilità di un fronte di scavo



Scomposizione della forza peso in due componenti, di cui una (N) è normale al piano su cui si trova il corpo e l'altra (T) tangenziale allo stesso piano.

L'orientazione delle componenti e la loro grandezza dipende dall'angolo di inclinazione del piano ψ .

La componente normale $N = W \cos \psi$

aumenta la componente dell'attrito della resistenza al taglio che caratterizza il contatto tra la base del corpo e il piano inclinato. È la componente stabilizzante.

La componente tangenziale $T = W \sin \psi$

tende a far scivolare il corpo verso il basso. È la componente destabilizzante, quella che porta a rottura il sistema.

Condizione di equilibrio limite

Nel momento in cui il corpo sta per scivolare, la forza di taglio T è uguale alla forza resistente R

Inoltre sappiamo che:

$$\frac{R}{A} = \tau_f = \sigma'_n \tan \varphi' \quad \text{e} \quad \tau_f = \frac{T}{A} = \frac{W \sin \psi}{A}$$

Quindi uguagliando le due equazioni ottengo:

$$\sigma'_n \tan \varphi' = \frac{W \sin \psi}{A}$$

Poiché:

$$\sigma'_n = \frac{N}{A} = \frac{W \cos \psi}{A}$$

Sostituendo il valore di σ'_n ottengo:

$$\frac{W \cos \psi}{A} \tan \varphi' = \frac{W \sin \psi}{A}$$

Moltiplicando entrambi i membri dell'equazione per A/W , ottengo:

$$\cos \psi \tan \varphi' = \sin \psi$$

Dividendo entrambi i membri dell'equazione per $\cos \psi$, ottengo:

$$\tan \varphi' = \tan \psi$$

Cioè:

$$\varphi' = \psi$$

che esprime la condizione di equilibrio limite

Riassumendo:

La **condizione di equilibrio limite** dice che, se lungo un possibile piano di movimento non esiste coesione, il movimento può avvenire solo quando l'angolo di inclinazione del piano supera l'angolo di attrito che si sviluppa tra le due parti che si muovono relativamente l'una all'altra.

Il rapporto definito

Fattore di Sicurezza

$$F_s = \frac{R}{T} = \frac{\text{forze resistenti}}{\text{forze destabilizzanti}}$$

esprime quanto un fronte di scavo è vicino o lontano dalla stabilità

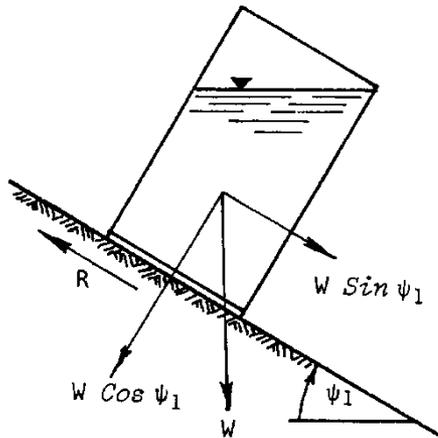
$F_s = 1$ scarpata all'equilibrio limite

$F_s > 1$ scarpata sicura. Per la legge italiana, per considerare una scarpata (versante) sicura, occorre che $F_s \geq 1.3$

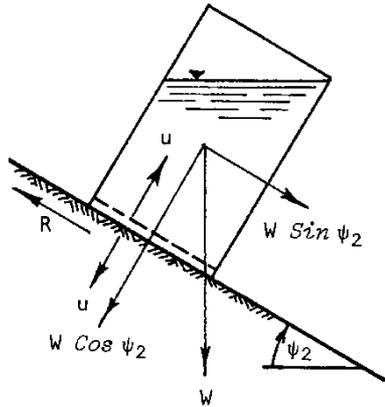
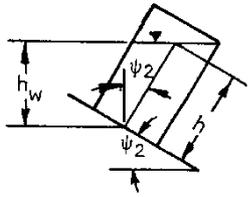
Influenza della pressione dell'acqua sulla resistenza al taglio

Supponiamo di avere una lattina piena di acqua appoggiata su un piano inclinato.

Per la condizione di equilibrio limite sappiamo che la lattina può scivolare solo quando l'angolo di inclinazione del piano supera l'angolo di attrito esistente tra la lattina e il piano, per esempio 30° .

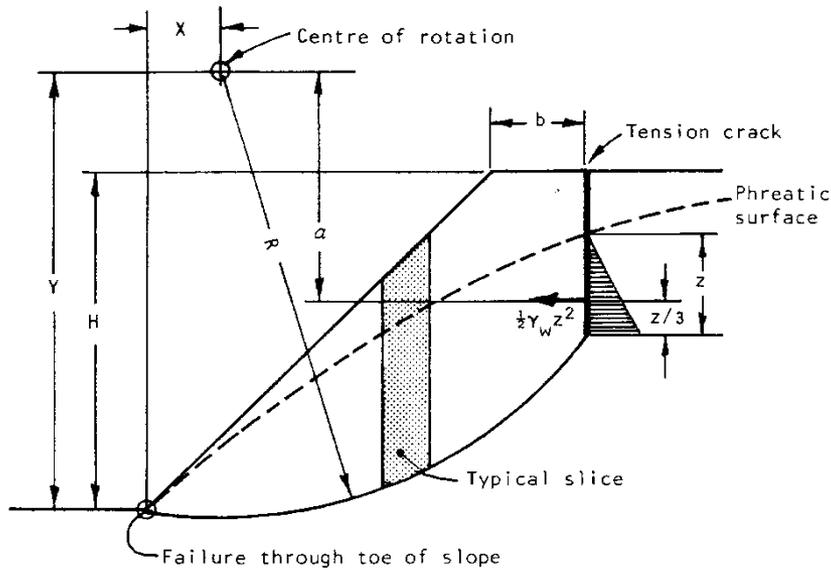


$$\psi = \varphi = 30^\circ$$



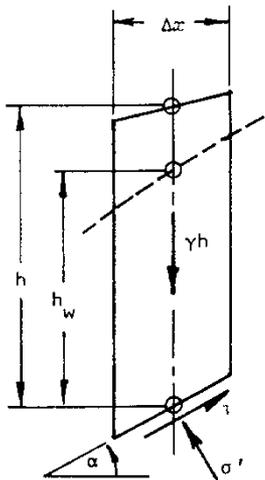
Nel caso in cui si facciano dei fori sul fondo della lattina e si faccia in modo che l'acqua non fuoriesca dalla superficie di contatto tra la lattina e il piano, ma resti all'interno dell'incavo che caratterizza la base della lattina, allora si svilupperà una spinta dell'acqua verso l'alto, pari al suo peso, che diminuirà la componente normale della forza peso dell'acqua e della lattina (principio degli sforzi efficaci).

È possibile dimostrare matematicamente che, nel caso qui descritto, il φ' diventa pari a $3^{\circ}18'$, e quindi basta che l'inclinazione del piano superi anche di pochissimo questo valore, per avere lo scivolamento verso il basso della lattina.



La massa per la quale si vuole calcolare il fattore di sicurezza viene divisa in conci e per ciascun concio viene fatto il bilancio delle forze in gioco.

Il fattore di sicurezza complessivo viene calcolato come media dei fattori di sicurezza relativi a ciascun concio.



Note : Angle α is negative when sliding is uphill.

Factor of Safety :

$$F = \frac{\sum (c_i' + \sigma' \tan \phi_i') \cos \alpha}{\sum \gamma h \Delta x \sin \alpha + \frac{1}{2} \gamma_w z^2 \cdot a/R}$$

where

$$\sigma' = \gamma h \cos^2 \alpha - \gamma_w h_w \quad (\text{Fellenius solution})$$

and

$$\sigma' = \frac{\gamma h - \gamma_w h_w - \frac{c_i' \tan \alpha}{F}}{1 + \frac{\tan \phi_i' \tan \alpha}{F}} \quad (\text{Bishop solution})$$



..... e grazie per la pazienza!