



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FERRARA

FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI

CORSO DI LAUREA SPECIALISTICA IN FISICA

**STUDIO DELL'EFFICIENZA OTTICA DI CONCENTRATORI
SOLARI "SENZA IMMAGINE" CON UN METODO DI
ILLUMINAZIONE INVERSA**

Relatori:

Dott. Antonio Parretta

Dott. Andrea Antonini

Controrelatore:

Prof. Ferruccio Petrucci

Laureando:

Dario Roncati

ANNO ACCADEMICO 2006-2007

INDICE:

Introduzione	4
CAPITOLO 1: L'UTILIZZO DEI CONCENTRATORI	5
1.1 Sistemi non-imaging e loro applicazioni	7
1.2 Definizione di rapporto di concentrazione e massimo teorico	8
CAPITOLO 2: RICHIAMI DI OTTICA	12
2.1 Concetti di radiometria	12
2.2 Idee base di ottica geometrica	13
2.2.1 Il raytracing	14
2.2.2 L'étendue o accettazione	17
2.2.3 Il percorso ottico ed il principio di Fermàt	19
2.2.4 L'étendue generalizzata o invariante di Lagrange	20
2.2.5 Differenti versioni del rapporto di concentrazione	24
2.3 I limiti dell'ottica di tipo imaging	24
2.3.1 L'aberrazione	25
2.3.2 Il limite di concentrazione	27
2.4 Sorgenti e diffusori lambertiani	29
CAPITOLO 3: OTTICA DI TIPO NONIMAGING	31
3.1 Il principio dell'Edge-Ray o Metodo String	31
3.2 Coni di luce	33
3.3 Il Concentratore Parabolico Composto (CPC)	33
3.4 Proprietà dei CPC	39
3.4.1 L'equazione del CPC	39
3.4.2 La normale alla superficie	40
3.4.3 Curve trasmissione-angolo per i CPC	41
3.5 Coni e paraboloidi come concentratori	42

CAPITOLO 4: CARATTERIZZAZIONE OTTICA DI CONCENTRATORI SOLARI	45
4.1 Caratterizzazione con metodo diretto	45
4.1.1 Metodo diretto con sfera integratrice	45
4.1.2 Metodo diretto a fascio laser	49
4.2 Caratterizzazione con metodo inverso	51
4.2.1 Principi del metodo di illuminazione inversa	51
4.2.2 Teoria del metodo inverso	56
4.3 Studio sulle sorgenti lambertiane	62
4.3.1 La sfera integratrice	64
4.3.2 Vetro e carta traslucidi	71
4.3.3 Vetro, carta traslucidi e sfera integratrice	74
4.3.4 Plastica semitrasparente	74
4.5 Simulazioni con Tracepro	75
4.5.1 Modifiche sfera integratrice	77
4.5.2 Verifica teorica del metodo inverso	80
4.5.3 Influenza sulle misure della distanza dello schermo	90
4.6 Il concentratore “Rondine”	91
CAPITOLO 5: APPLICAZIONE DEL METODO INVERSO	94
5.1 CPC troncato squadrato	94
5.2 Concentratore “Rondine”	97
RIASSUNTO RISULTATI	100
APPENDICE	102
A. Dal CPC troncato al CPC ideale	102
B. Il principio di reversibilità	106
C. Cenni di teoria delle sfere integratrici	110
CONCLUSIONI	116

Introduzione

La crescente preoccupazione per lo stato di salute del nostro pianeta, sempre più inquinato, e per l'esaurimento delle fonti di energia fossili come petrolio e carbone, spingono sempre più verso lo sviluppo di fonti d'energia rinnovabili e sostenibili. Una di queste è l'energia solare, una tecnologia che in questi ultimi anni sta avendo un grosso interesse da parte dell'opinione pubblica e delle amministrazioni. Al momento attuale le tecnologie solari di tipo fotovoltaico contribuiscono per una percentuale molto piccola rispetto alla produzione totale d'energia nel mondo, a causa dei costi di produzione ancora elevati. Quindi la sostituzione delle fonti d'energia tradizionali come il petrolio, il carbon fossile o il gas naturale è ancora lontana. Per ridurre i costi del fotovoltaico si sta operando su più fronti. Gli interventi a più breve termine riguardano la messa a punto di processi più economici per la produzione di silicio cristallino per il fotovoltaico piano (i classici pannelli solari). Essi saranno agevolati vieppiù dall'aumento della domanda di sistemi fotovoltaici, in particolare di quelli per uso privato, sostenuti in parte dalle agevolazioni statali. Gli interventi più a lungo termine prevedono la riduzione d'uso del silicio cristallino che è un materiale intrinsecamente ad alto costo in quanto richiede elevate energie per essere prodotto, e lo sviluppo di due tipi di tecnologie fundamentalmente alternative. Una che punta sull'uso di materiali a bassissimo costo (materiali organici, materiali nanostrutturati) e ad efficienze non elevate (~10%), per applicazioni di tipo fotovoltaico piano, l'altra che punta invece su efficienze elevate (>30-40%) di dispositivi d'elevato contenuto tecnologico per applicazioni di tipo fotovoltaico a concentrazione. In questo secondo caso il problema dei costi si sposta dal materiale attivo del dispositivo fotovoltaico al materiale per l'ottica della concentrazione.

Il lavoro di questa tesi rientra in questo secondo ramo, occupandosi dei concentratori. Esistono molti tipi di concentratori solari, ed ogni anno molti nuovi ne vengono realizzati. In questo vasto panorama una domanda sorge spontanea: qual è il concentratore più adatto ai miei scopi?

In questa tesi abbiamo studiato e sperimentato un nuovo metodo per caratterizzare i concentratori solari, per dire in pratica qual è la loro efficienza e quali sono le loro condizioni di lavoro ottimali. Questo metodo, come vedremo, è di semplice realizzazione e comporta un notevole risparmio di tempo caratterizzando completamente il concentratore in una sola misura.

CAPITOLO 1: L'UTILIZZO DEI CONCENTRATORI

I concentratori fotovoltaici (PV) classici usano lenti o specchi per concentrare la luce solare sulle celle PV. Questo permette una riduzione dell'area richiesta per raggiungere una data quantità di potenza prodotta dalle celle. L'obiettivo è di ridurre significativamente il costo dell'elettricità prodotta, sostituendo gran parte delle celle con un più economico materiale ottico.

Questo approccio dà anche l'opportunità di utilizzare celle PV con prestazioni più elevate. Come risultato i moduli a concentrazione possono superare il 20% come efficienza di conversione dell'energia. Anche se il concetto di base è semplice ed è affrontato da molto tempo, la pratica risulta essere più complessa. Le principali barriere tecniche sono il "packaging" delle celle, l'elevato flusso di calore che si sviluppa sulla cella e l'elevata densità di corrente, oltre al bisogno di un sistema di puntamento. Le principali barriere di mercato derivano dal fatto che i sistemi a concentrazione non si adattano con i principali sistemi PV esistenti sul mercato, i quali sono fatti per piccoli impianti. I concentratori sono concepiti per generare grandi quantità d'energia rinnovabile in modo non inquinante. Al momento il costo dei sistemi a concentrazione è troppo alto per competere con il carburante fossile o con le fonti rinnovabili più dirette come l'eolico. La differenza di costi comunque si sta assottigliando, il continuo aumento del costo del petrolio assieme al continuo aumento dell'efficienza degli impianti a concentrazione volgono a vantaggio di questi ultimi.

Esiste già una vasta gamma di modelli di concentratori: statici, a puntamento ad un asse o a 2 assi, con approccio rifrattivo o riflessivo, luminescenti o olografici. Il rapporto di concentrazione (rapporto tra l'area di apertura del modulo e l'area della cella) varia da 2 a 4 per quelli statici fino a 1000 per quelli a puntamento a 2 assi.

I recenti sviluppi sui sistemi di puntamento, ad esempio il ben noto GPS (Global Positioning System) e sulla produzione di silicio solare sono due esempi di come i costi di produzione per i sistemi solari si stanno abbassando, senza contare gli incentivi dati dallo stato.

I concentratori si possono dividere in molte classi, a seconda del metodo ottico usato per concentrare la luce, il numero di assi lungo i quali il modulo si muove nel puntamento del sole, il meccanismo meccanico di puntamento e così via.

La distinzione principale che faremo qui è tra concentratori di tipo “imaging”, ovvero a formazione di immagine, i quali sono i più classici e conosciuti e quelli di tipo “nonimaging”, ovvero senza formazione di immagine.

Molti concentratori classici usano sia *lenti rifrattive* che *piatti riflettivi*. Lenti di diametro superiore ai 5 cm risultano troppo spesse e costose da realizzare in pratica, così si usano spesso lenti di Fresnel. Le sfaccettature possono essere piatte, se sono piccole ed in numero sufficiente, oppure sezioni di lenti curve. Le lenti di Fresnel possono essere fatte con *focale a punto*, e in questo caso hanno simmetria circolare attorno al loro asse, o a *focale lineare*, e in questo caso hanno una sezione costante lungo l’asse trasverso. Le ultime concentrano la luce su una linea, lungo la quale viene posizionata una striscia di celle. Quelle a focale a punto hanno di solito una cella posizionata dietro ogni lente. Un’alternativa alle lenti rifrattive di Fresnel sono gli specchi riflettivi. Una superficie riflettente col profilo di una parabola concentra tutta la luce parallela all’asse della parabola su un punto situato nel fuoco della parabola (vedi figura 1.0). Anche in questo caso abbiamo sistemi a punto focale ed a focale lineare.

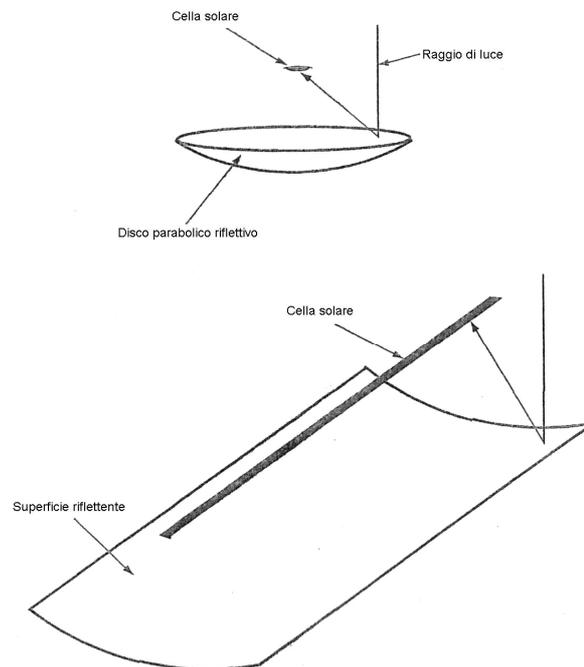


Figura 1.0: Concentratori riflettivi. a) Profilo a disco, b) Profilo a trough.

L’altro approccio è quello nonimaging, di cui il modello base è il concentratore parabolico composto (CPC). Qui i lati del concentratore sono parabole, il fuoco di ogni lato si trova nel lato

opposto della cella e l'asse della parabola si trova lungo la direzione dell'angolo massimo d'accettazione. Dei CPC parleremo approfonditamente in seguito.

Le ottiche a focale a punto richiedono un sistema di puntamento (tracking) a due assi di modo che il concentratore sia sempre puntato verso il sole. Il tracking a due assi richiede una meccanica più complessa rispetto a quello ad un asse, ma questi concentratori hanno un maggiore rapporto di concentrazione e quindi permettono l'uso di celle più piccole, ma di maggiore efficienza. I sistemi a focale lineare richiedono sistemi di puntamento ad un solo asse in quanto l'immagine della lente cade sulla linea di fuoco. I concentratori lineari di Fresnel soffrono però di aberrazioni ottiche quando il sole non è perpendicolare all'asse della lente. [1]

1.1 Sistemi non-imaging e loro applicazioni

L'applicazione alla produzione di energia solare, ha di certo stimolato un grande sviluppo nella progettazione e fabbricazione dei concentratori, ma questo non è l'unico utilizzo.

Il concentratore nonimaging fu originariamente concepito come dispositivo per raccogliere più luce possibile da un volume luminoso (il gas o fluido di un contatore Cerenkov) in un certo range di angolo solido e di inviarla al catodo di un fotomoltiplicatore. In seguito il concetto fu applicato alla rilevazione di infrarossi, dove è ben noto che il rumore nel sistema aumenta con l'area superficiale del detector. Un altro tipo di applicazione fu all'ottica dei ricettori visivi. Si scoprì che i coni ricettori nella retina umana avevano lo stesso profilo dei concentratori nonimaging.

Spieghiamo il concetto di concentratore con un esempio. La densità di potenza di radiazione inviata dal Sole sulla superficie terrestre, spesso indicata con S , ha un picco approssimativo di 1kW/m^2 . Se cerchiamo di raccogliere questa potenza assorbendola con un corpo nero perfetto, la temperatura d'equilibrio T del corpo nero sarà data da:

$$\sigma T^4 = S \quad (1.1)$$

dove σ è la costante di Boltzmann. In questo esempio la temperatura d'equilibrio sarà 364 K, appena sotto il punto d'ebollizione dell'acqua.

Per molte delle applicazioni ad energia solare questo valore è sufficiente come ad esempio nei sistemi per il riscaldamento dell'acqua calda ad uso domestico. Ma per i sistemi che producono energia elettrica una sorgente di 364 K ha una bassa efficienza termica. Serve quindi incrementare

la densità di potenza, S , sul corpo nero, di un fattore C di circa 6 - 10 volte. Questo lo si può fare con i concentratori. A livello teorico il problema suona banale, basta focalizzare l'immagine del sole con un sistema a formazione d'immagine (una lente). I problemi da risolvere sono tecnici e pratici. Il primo problema riguarda la concentrazione massima: Qual è il valore teorico massimo di C ? Non è facile rispondere, i limiti teorici si possono calcolare precisamente, ma quelli pratici meno: ci sono limiti dovuti ai materiali e alla lavorazione, ma ci sono anche limiti che coinvolgono il tipo di sistema ottico usato, come l'elevato numero di superfici rifrattive e riflettive necessarie e non ultimi i limiti dovuti alle aberrazioni delle lenti.

Uno dei più interessanti risultati emersi in questo campo è una classe di concentratori molto efficienti i quali avrebbero aberrazioni molto grandi se usati come sistemi a formazione d'immagine. In ogni modo come concentratori, sono sostanzialmente più efficienti dei sistemi a formazione d'immagine e possono essere progettati per avvicinarsi ai limiti teorici. Possiamo chiamarli in breve *concentratori nonimaging*. Nonimaging è spesso sostituito in spagnolo o in francese col termine *anidolic* (dal greco: senza immagine). Questi sistemi sono diversi dai sistemi ottici visti prima. Hanno alcune delle proprietà dei tubi di luce ed alcune delle proprietà dei sistemi a formazione d'immagine ma con aberrazioni molto grandi. Lo sviluppo di questi concentratori e lo studio delle loro proprietà ha portato ad una gamma di nuove idee e teoremi nell'ottica geometrica. Per facilitare lo sviluppo di queste idee è necessario ricapitolare alcuni principi base di ottica geometrica. Vedremo cosa può essere fatto con i sistemi ad ottica geometrica come concentratori e dove questi falliscono nelle prestazioni ideali. [2]

1.2 Definizione di rapporto di concentrazione e massimo teorico.

Abbiamo visto nel paragrafo precedente che la proprietà più importante dei concentratori è il rapporto tra area d'ingresso della radiazione e l'area d'uscita, questo perché la temperatura d'equilibrio di un corpo assorbente è proporzionale alla radice quarta di questo rapporto. Indichiamo questo rapporto con C e chiamiamolo rapporto di concentrazione. Inizialmente immaginiamo il concentratore come una scatola con un'apertura d'ingresso piana, d'area A , ed un'apertura d'uscita piana d'area A' larga abbastanza da permettere a tutta la radiazione in ingresso di uscire (vedi figura 1.1). Il rapporto di concentrazione sarà:

$$C = \frac{A}{A'} \quad (1.2)$$

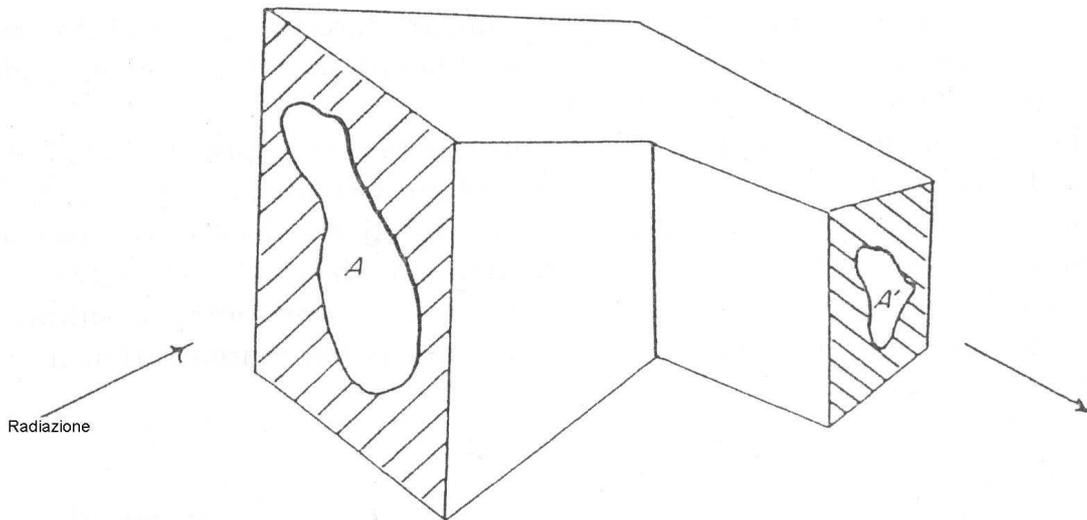


Figura 1.1: Diagramma schematico di un concentratore.

Nella definizione precedente, si è assunto che la compressione dei raggi in ingresso avvenga in entrambe le direzioni trasverse alla radiazione, come nelle lenti ordinarie. Nelle tecnologie ad energia solare possiamo avere compressione nelle due dimensioni (sistemi 3D) o in una sola dimensione (sistemi 2D). In quest'ultimo caso i sistemi possono essere realizzati in modo da non seguire il sole ed hanno una forma tipicamente cilindrica. Un profilo tipico di questo tipo è quello in figura 1.0, chiamato *Trough*, con il corpo assorbente (celle solari) situato lungo il suo asse principale. Questo *Trough* ha il vantaggio di inseguire il sole attraverso il movimento di un solo asse. I concentratori si dividono in tre e due dimensioni, indicati con 3D e 2D, dove si indica le dimensioni della ottica geometrica utilizzata per progettarli. I concentratori 2D sono anche chiamati lineari. Il loro rapporto di concentrazione è di solito dato dal rapporto tra le dimensioni trasverse d'ingresso e d'uscita, misurate perpendicolarmente alla linea dritta del *Trough*.

Sorge subito il problema di trovare il limite superiore per il valore di C . Questo limite si ottiene facilmente per i concentratori 2D e per i concentratori 3D con un asse di simmetria di rivoluzione (concentratori rotazionali). Supponiamo che il mezzo in cui è immersa l'uscita e l'ingresso del concentratore 3D abbia un indice di rifrazione unitario, se prendiamo anche una sorgente di radiazione circolare posta a distanza infinita che sottende un semiangolo θ , il rapporto di concentrazione massimo sarà dato da:

$$C_{\max} = \frac{1}{\sin^2 \theta} \quad (1.3)$$

Sotto questa condizione i raggi escono ad un angolo $\pi/2$ rispetto la normale dell'uscita, come mostrato in figura 1.2 . Per concentratori 2D avremo

$$\frac{1}{\sin \theta_i} \quad (1.4)$$

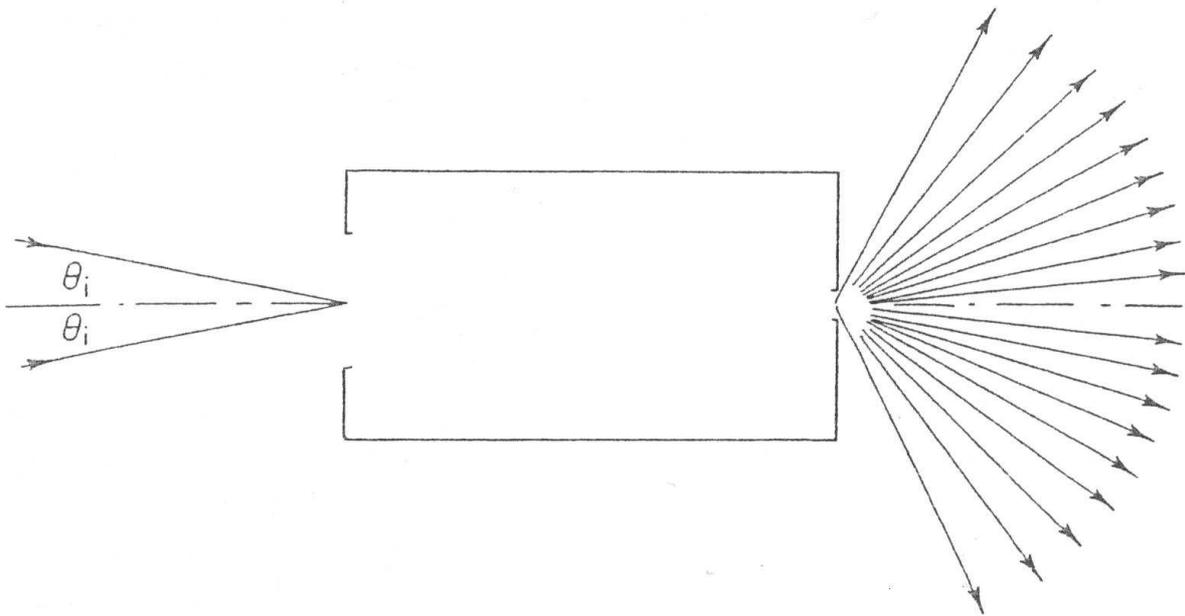


Figura 1.2: Percorso dei raggi incidenti ed emergenti per un concentratore ideale 3D con simmetria attorno ad un asse di rivoluzione. Il diametro dell'apertura d'uscita è $\sin\theta_i$ volte il diametro dell'apertura d'ingresso; i raggi emergono da tutti i punti dell'apertura d'uscita su un angolo solido di 2π .

Il problema successivo che sorge è: possono i concentratori attuali essere progettati con le migliori prestazioni teoriche? Chiedendoci questo facciamo alcune assunzioni ideali, per esempio che tutte le superfici riflettenti abbiano il 100% di riflettività, che tutte le superfici rifrangenti siano rivestite in modo perfetto con una pellicola antiriflettente, che tutti i profili siano perfetti, e così via. Possiamo vedere che si ottengono le seguenti risposte:

1. I concentratori 2D possono essere progettati con la concentrazione massima teorica.

2. Anche i concentratori 3D possono raggiungere il massimo teorico se usano un materiale con indice di rifrazione variabile o una serie di superfici ondeguida infinitamente sottili dal giusto profilo.

3. Alcuni concentratori a simmetria rotazionale possono raggiungere il massimo teorico.

Nel caso 3 sembra che anche altri tipi di concentratori possano raggiungere la concentrazione massima a patto di aumentare la complessità del progetto o inserendo materiali che in principio sono possibili ma in pratica non disponibili. Ad esempio, possiamo considerare un materiale con un indice rifrattivo molto alto, ad esempio di 5, ma non è in pratica disponibile senza che abbia un grande assorbimento nella parte visibile dello spettro.

CAPITOLO 2: RICHIAMI DI OTTICA

L'ottica geometrica è usata come strumento base nella progettazione di quasi ogni sistema ottico a formazione d'immagine o meno. Rivediamo alcune definizioni e principi base.

2.1 Concetti di radiometria

Partiamo con un elenco della terminologia più utilizzata in radiometria. E' utile distinguere tra quantità spaziali e spettrali, in molti casi sono concetti indipendenti e possono essere trattati separatamente senza perdita di generalità, in altri casi non si possono separare fisicamente, ma è utile separarli concettualmente.

Le quantità spaziali più usate sono flusso, irradianza, intensità e radianza.

Il **flusso**, Φ , è la potenza ottica o l'andamento di flusso d'energia radiante, e si misura in Watt.

L'**irradianza**, E , è il flusso per unità d'area che colpisce una superficie, e si misura in W/m^2 . Da sola non dà alcuna informazione sulla direzionalità del flusso. Se una sorgente può essere considerata puntiforme l'irradianza cala con l'inverso del quadrato della distanza dalla sorgente.

L'**intensità**, I , è il flusso per unità d'angolo solido, e si misura in W/sr . E' la quantità di flusso emesso da una sorgente puntiforme contenuto in un volume angolare unitario. La definizione di intensità coinvolge il concetto di angolo solido. L'angolo solido è un volume angolare tridimensionale che è definito analogamente all'angolo piano delle due dimensioni. L'unità dimensionale dell'angolo solido è lo steradiano, con 4π steradiani in una sfera piena.

La **radianza**, L , si applica a sorgenti estese e superfici. E' il flusso per unità d'angolo solido per unità d'area proiettata della sorgente o superficie, e si misura in W/m^2sr . L'area proiettata è la proiezione dell'area sulla superficie normale alla direzione di vista ed è uguale all'area totale per il coseno dell'angolo tra la normale della superficie e la direzione di vista. La radianza può variare con la posizione sulla superficie e, come l'intensità, con la direzione.

Per i nostri fini è importante anche la risposta dei materiali alla luce. Definiamo quindi la trasmittanza, τ , la riflettanza, ρ , e l'assorbanza, α .

Se chiamiamo A la luce incidente su un blocco di materiale, B la luce trasmessa e C la luce riflessa, allora: $\tau = B/A$, $\rho = C/A$, $\alpha = (A-B-C)/A$. [3]

2.2 Idee base di ottica geometrica

Usiamo l'idea intuitiva di raggio di luce, definito semplicemente come percorso lungo il quale viaggia la luce. Quando la luce è riflessa da una superficie liscia, obbedisce alla ben nota legge di riflessione, la quale dice che il raggio incidente e quello riflesso formano lo stesso angolo con la normale al piano. Quando la luce è trasmessa, la direzione del raggio è modificata in accordo con la legge di Snell: il rapporto tra il seno dell'angolo tra la normale ed il raggio incidente ed il seno dall'angolo tra la normale ed il raggio trasmesso è costante ed è pari al rapporto inverso tra gli indici di rifrazione.

Gran parte del lavoro di progetto ed analisi dei concentratori comporta il *raytracing* ovvero il seguire il percorso dei raggi attraverso un sistema di superfici riflettenti e rifrangenti. Il raytracing è ben noto nei sistemi a lenti, dove abbiamo forme semplici ed elevato grado di simmetria quali porzioni di sfera, ma nei sistemi nonimaging il tutto si complica, quindi sarà conveniente stabilire e sviluppare il metodo dall'inizio.

Nell'ottica geometrica rappresentiamo la densità di potenza attraverso una superficie con la densità di raggi che interseca la superficie e la potenza totale con il numero di raggi. Queste nozioni seguono dal concetto di linee di forza, usato in elettrostatica. Prendiamo N raggi distribuiti uniformemente sull'apertura di un concentratore ed incidenti con un angolo θ , come mostrato in figura 2.1.

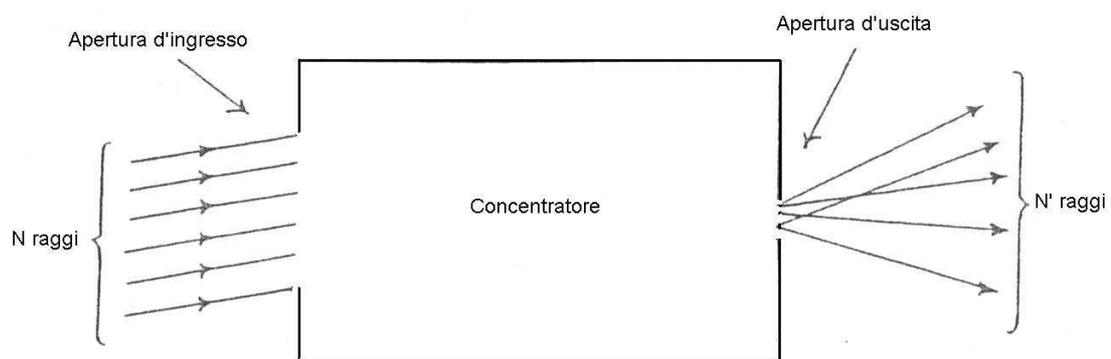


Figura 2.1: Determinazione della trasmissione di un concentratore dal ray tracing.

Supponiamo che dopo aver tracciato i raggi attraverso il sistema solo N' raggi emergano

dall'apertura d'uscita. I rimanenti N-N' raggi sono persi a causa di processi che spiegheremo oltre. Quindi la potenza di trasmissione per l'angolo θ è data da N'/N. Questo si può estendere fino a coprire il range di angoli θ richiesto. Ovviamente bisogna prendere N grande per avere in considerazione tutti i percorsi possibili dei raggi all'interno del concentratore.

2.2.1 Il raytracing

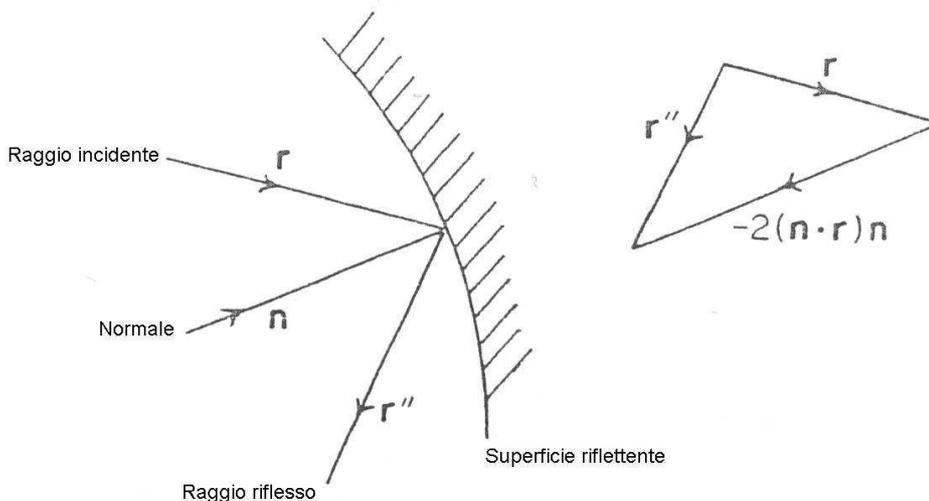


Figura 2.2: Formulazione vettoriale della riflessione. r , r'' ed n sono vettori unitari.

Per formulare una procedura di raytracing adatta ad ogni situazione, è conveniente mettere le leggi di riflessione e rifrazione in forma vettoriale. La figura 2.2 mostra la geometria con vettori unitari r ed r'' lungo il raggio incidente e riflesso ed il vettore unitario n lungo la normale che punta sulla superficie riflettente. Ecco la legge di riflessione in forma vettoriale:

$$\vec{r}'' = \vec{r} - 2(\vec{n} \cdot \vec{r})\vec{n} \quad (2.1)$$

come nel diagramma.

Così per fare il raytracing attraverso una superficie riflettente dobbiamo prima trovare il punto d'incidenza, un problema di geometria che include la direzione del raggio in arrivo ed il profilo conosciuto della superficie. Poi dobbiamo trovare la normale al punto d'incidenza, un altro problema di geometria. Infine dobbiamo applicare l'equazione 2.1 per trovare la direzione del

raggio riflesso. Il processo è ripetuto nel caso ci sia una successiva riflessione. Questi passi sono illustrati in figura 2.3. Naturalmente nei calcoli numerici i vettori unitari sono rappresentati dalle loro componenti, che sono i coseni direttori del raggio.

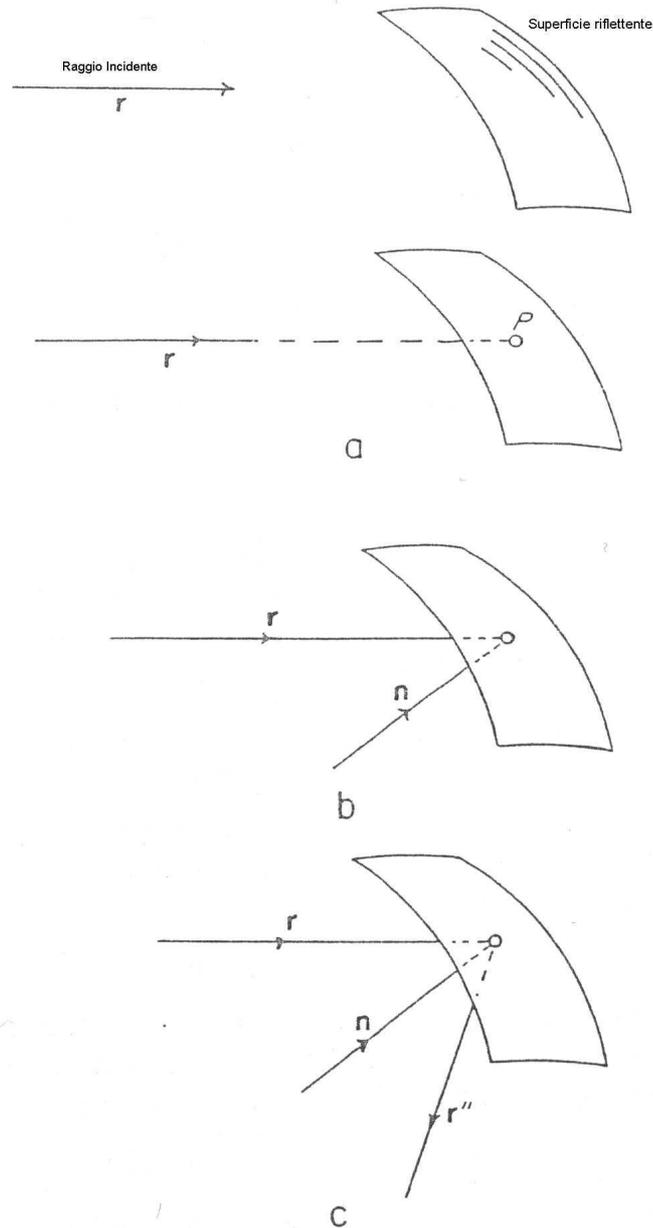


Figura 2.3: Le fasi del ray tracing di una riflessione. a) Trovare il punto d'incidenza P. b) Trovare la normale a P. c) Applicare l'equazione 2.1 per trovare il raggio riflesso r'' .

Il raytracing attraverso una superficie rifrangente è simile, ma prima formuliamo la legge della rifrazione in forma vettoriale. La sua forma usuale è:

$$n' \sin I' = n \sin I \quad (2.2)$$

dove I ed I' sono gli angoli di incidenza e rifrazione. Sapendo che il prodotto vettoriale di due vettori unitari è il seno dell'angolo tra loro ricavo la forma vettoriale della legge:

$$n' \vec{r} \times \vec{n} = n \vec{r}' \times \vec{n} \quad (2.3)$$

La quale si può riscrivere in una forma più utile per il raytracing:

$$n' \vec{r}' = n \vec{r} + (n' \vec{r}' \cdot \vec{n} - n \vec{r} \cdot \vec{n}) \vec{n} \quad (2.4)$$

La figura 2.4 mostra i vettori unitari rilevanti, con n ed n' gli indici rifrattivi dei mezzi.

La procedura quindi consiste nel trovare il punto d'incidenza, poi la direzione della normale, ed infine la direzione del raggio rifratto.

Se il raggio passa da un mezzo con indice di rifrazione n ad uno con indice n' , ove $n > n'$, si vede dall'equazione 2.2 che si può avere $\sin I'$ maggiore di 1. In questo caso il raggio sarà completamente riflesso al confine tra i due mezzi. Questa è chiamata riflessione interna totale, e vedremo che è un importante effetto nella progettazione dei concentratori.

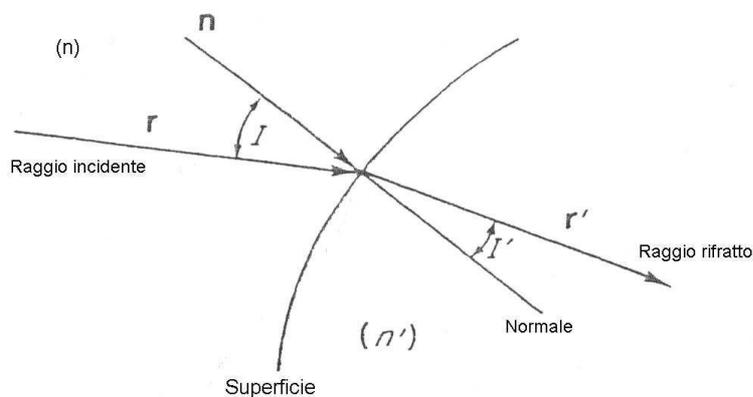


Figura 2.4: Formulazione vettoriale della rifrazione.

2.2.2 L'étendue o accettanza

In principio, l'uso del raytracing ci dice tutto quello che c'è da sapere sull'ottica geometrica di un sistema ottico con o senza formazione d'immagine. Ma è solo una piccola parte della progettazione di nuovi sistemi con proprietà adatte ai vari propositi. Ci servono modi per descrivere le proprietà dei sistemi ottici in termini di prestazioni generali, come ad esempio il rapporto di concentrazione C . In questo paragrafo introduciamo alcuni di questi concetti.

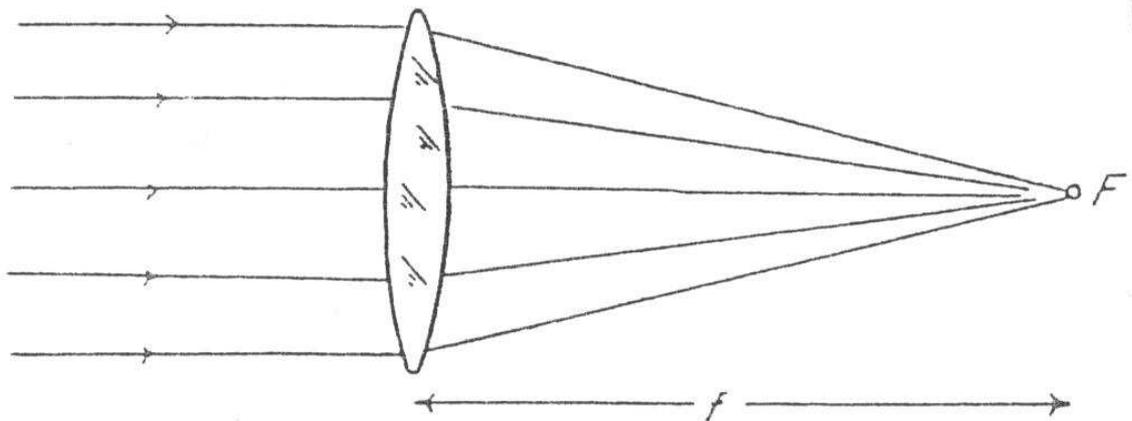


Figura 2.5: Lente convergente sottile.

Consideriamo per cominciare una sottile lente convergente, del tipo usato negli occhiali da vista, come in figura 2.5. Con “sottile” intendiamo di spessore trascurabile rispetto alla lunghezza focale per i nostri propositi. Esperimenti elementari ci mostrano che se abbiamo dei raggi provenienti da un punto molto lontano tale da poterli considerare paralleli, ad esempio dalla sinistra della nostra lente, i raggi nell'attraversare la lente si incontreranno in un punto F alla destra della lente, detto fuoco. La distanza del punto F dalla lente è chiamata distanza focale ed indicata con f . Se i raggi provengono da un oggetto di dimensioni finite posto a grande distanza, nell'attraversare la lente, si incontreranno in un altro punto, formando un'immagine.

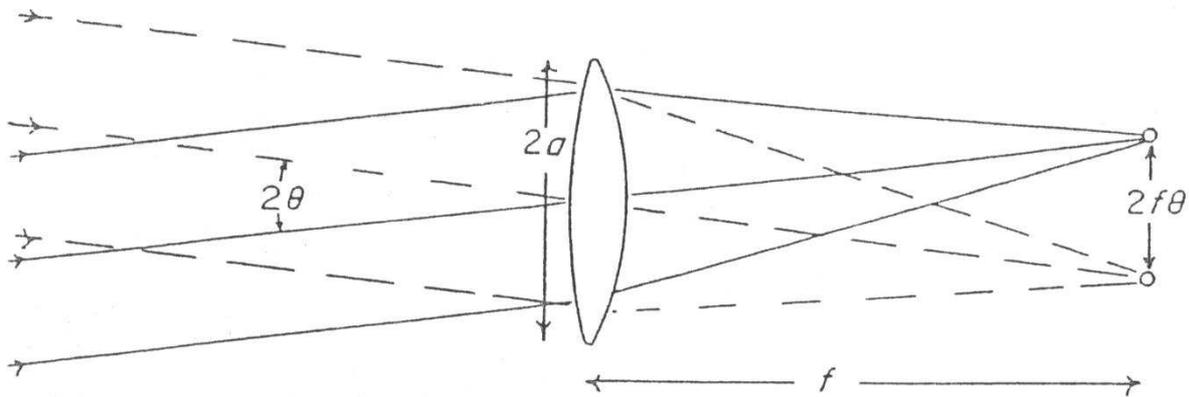


Figura 2.6: Un oggetto ha sotteso un angolo di 2θ . Una lente di focale f forma un'immagine di dimensione $2f\theta$.

Lo si può vedere in figura 2.6 dove l'oggetto sottende l'angolo 2θ . Si è quindi trovato che la dimensione dell'immagine è di $2f\theta$, si vede facilmente considerando il raggio che passa per il centro della lente e che non è deviato.

La figura 2.6 contiene uno dei concetti fondamentali usato nella teoria dei concentratori, il concetto di fascio di luce di un certo diametro ed estensione angolare. Il diametro è quello della lente, diciamo $2a$, e l'estensione angolare è data da 2θ . Questi possono essere combinati come prodotto, di solito senza il fattore 4, dando θa , una quantità conosciuta con molti nomi come extent, **étendue**, accettazione, ed invariante di Lagrange. E' infatti un'invariante dei sistemi ottici, purchè non ci siano ostruzioni nel fascio di luce e purchè noi ignoriamo alcune perdite dovute alle proprietà dei materiali, come l'assorbimento e lo scattering. Per esempio, nel piano dell'immagine l'étendue diventa l'altezza dell'immagine θf moltiplicato per l'angolo di convergenza a/f dei raggi che formano l'immagine, diventando ancora θa . Nei sistemi 3D discussi, spesso si tratta il quadrato di questa quantità, $\theta^2 a^2$. Anche il quadrato è a volte chiamato étendue, ma in generale è chiaro dal contesto e da considerazioni dimensionali quale forma si intende. Nel nostro caso la forma 3D ha un'interpretazione che è fondamentale. Supponiamo di mettere un'apertura di dimensione $2f\theta$ nel fuoco della lente. Allora il sistema accetterà soltanto i raggi all'interno di un range angolare di $\pm\theta$ ed all'interno del diametro $2a$. Ora supponiamo che un flusso di radiazione B (in $\text{Wm}^{-2}\text{sr}^{-1}$) sia incidente sulla lente da sinistra. Il sistema accetterà un flusso totale di $B\pi^2\theta^2 a^2$ W; così, l'étendue o accettazione è una misura del flusso di potenza che passa attraverso il sistema.

La stessa discussione mostra come il rapporto di concentrazione C appare in contesti di ottica classica. La potenza accettata $B\pi^2\theta^2a^2$ deve fluire fuori dall'apertura a destra del sistema se le nostre precedenti assunzioni su come la lente forma l'immagine sono giuste e se l'apertura ha il diametro di $2f\theta$. Così il nostro sistema si comporta come concentratore con rapporto di concentrazione $C=(2a/2f\theta)^2=(a/f\theta)^2$ per il semiangolo d'ingresso θ .

Applichiamo quest'idea a casi classici. Per la raccolta di energia solare abbiamo una sorgente posta all'infinito che sottende un semiangolo di circa 0.005 radianti ($1/4^\circ$) così questo è il valore di θ , l'angolo di raccolta. Chiaramente per un dato diametro della lente noi guadagniamo nel ridurre la distanza focale il più possibile.

2.2.3 Il percorso ottico ed il principio di Fermat

La velocità della luce in un mezzo con indice rifrattivo n è c/n , dove c è la sua velocità nel vuoto. Così la luce percorre una distanza s all'interno di un mezzo (con indice n) in un tempo $s/v = n*s/c$. Vediamo quindi che il tempo è proporzionale ad $n*s$, questa quantità è chiamata lunghezza del cammino ottico relativa alla distanza s .

Introduciamo ora un altro principio importante per i nostri fini. Si basa sul concetto di lunghezza di percorso ottico, e predice il percorso dei raggi attraverso un mezzo ottico. Consideriamo un mezzo ottico con regioni con vari indici di rifrazione, lenti e specchi. Prendiamo un raggio che va da un punto A ad un punto B di questo mezzo. Possiamo proporre un infinito numero di cammini per raggiungere B, ma a meno che A e B siano oggetto e immagine, solo uno, o un finito numero di cammini sarà fisicamente possibile, in accordo con le leggi geometriche. Il principio di Fermat afferma che un cammino fisicamente possibile è quello per cui la lunghezza del cammino ottico tra A e B è un minimo. Da questo principio si possono ricavare le leggi della riflessione e rifrazione. Porta anche al risultato che i fronti d'onda geometrici sono ortogonali ai raggi oppure che i raggi sono normali ai fronti d'onda. Se quindi non c'è aberrazione i fronti d'onda sono porzioni di sfere, e la lunghezza del cammino ottico da un punto dell'oggetto all'immagine è uguale per ogni raggio. Questo ci dà un altro modo per esprimere l'aberrazione: in termini di deviazione dei fronti d'onda dal perfetto profilo sferico. Useremo questo concetto quando parleremo di immagine "perfetta" formata da un sistema a formazione d'immagine.

2.2.4 L'étendue generalizzata o invariante di Lagrange

Abbiamo notato nel paragrafo 2.2.2 che la quantità $\theta^2 a^2$ è la misura della potenza accettata dal sistema, dove a è il raggio dell'apertura d'entrata e θ è il semiangolo dei raggi accettati. In approssimazione Gaussiana (lenti con diametro infinitesimo) questa quantità è invariante attraverso un sistema con un'asse di simmetria. Se però consideriamo una regione con indice rifrattivo n diverso dall'unità, l'invariante diventa: $n^2 \theta^2 a^2$. Il perché lo si vede dalla figura 2.7, un raggio entra nel mezzo ad un angolo θ , all'interno del mezzo di indice n l'angolo varia e diventa $\theta' = \theta/n$ in base alla legge di rifrazione, tenendo conto che in approssimazione Gaussiana $\sin\theta \sim \theta$, l'invariante diventa:

$$\text{étendue} = n^2 a^2 \theta^2 \quad (2.5)$$

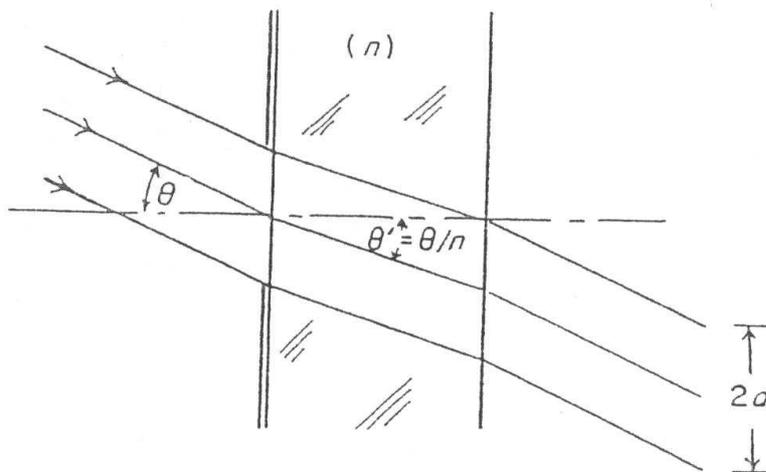


Figura 2.7 All'interno di un mezzo con indice rifrattivo n l'étendue diventa $n^2 a^2 \theta^2$

Possiamo usare l'étendue per ottenere un limite superiore per il rapporto di concentrazione. Consideriamo un sistema come quello in figura 2.7. con in uscita da una fenditura di raggio a' un fascio parallelo inclinato di un angolo θ' . Il rapporto di concentrazione è dato da $(a/a')^2$, se assumiamo l'indice di rifrazione del mezzo d'ingresso e d'uscita come unitario, ed usiamo l'étendue, il rapporto di concentrazione diventa: $(\theta'/\theta)^2$. Siccome θ' non può essere maggiore di $\pi/2$ si ottiene come rapporto di concentrazione massimo teorico: $(\pi/2\theta)^2$.

Sfortunatamente quanto detto sopra non è valido poiché l'étendue che abbiamo definito è una quantità Gaussiana. Infatti gli effetti di aberrazione ci mandano fuori dall'approssimazione Gaussiana e l'étendue non è più un'invariante del sistema; così il limite trovato per C non è valido.

C'è però una generalizzazione dell'étendue, nota da tempo ma raramente utilizzata. Si applica a sistemi con qualsiasi tipo di simmetria e non, e a qualsiasi tipo di struttura, rifrattiva, riflessiva, e con indice rifrattivo variabile.

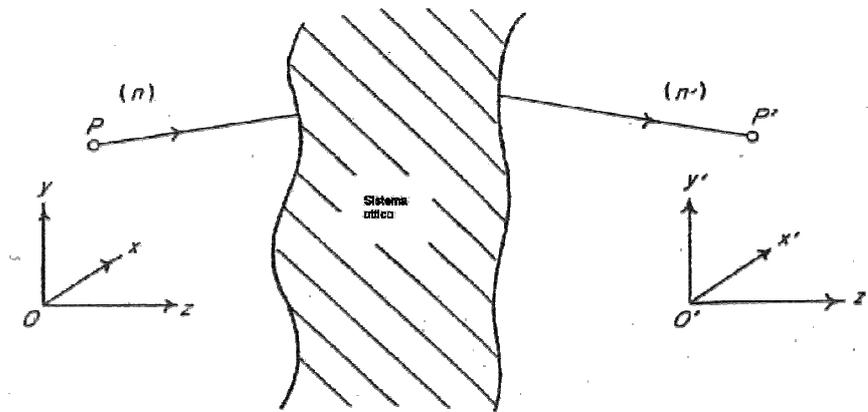


Figura 2.8: L'étendue generalizzato.

Prendiamo un sistema, confinato tra due mezzi omogenei con indice n ed n' come in figura 2.8, supponiamo di avere un raggio tracciato che parte dal punto P nel mezzo d'ingresso al punto P' nel mezzo d'uscita. Vogliamo considerare l'effetto sul raggio d'uscita di uno spostamento del punto P e di piccoli cambi di direzione del raggio d'ingresso. Questi effetti genereranno un fascio di raggi con una certa sezione e con un'estensione angolare. Definiamo un sistema cartesiano $Oxyz$ nel mezzo d'ingresso ed un sistema $O'x'y'z'$ nel mezzo d'uscita con posizioni e direzioni arbitrarie. Specifichiamo il segmento del raggio d'ingresso con le coordinate $P(x,y,z)$ ed i coseni direttori (L,M,N) , altrettanto per il segmento d'uscita. Gli spostamenti di P sono dati da dx, dy, dz e le variazioni di direzione da dL, dM, dN . In 2D abbiamo un fascio d'area $dx dy$ e di estensione angolare $dL dM$, come indicato in figura 2.9 per la sezione y .

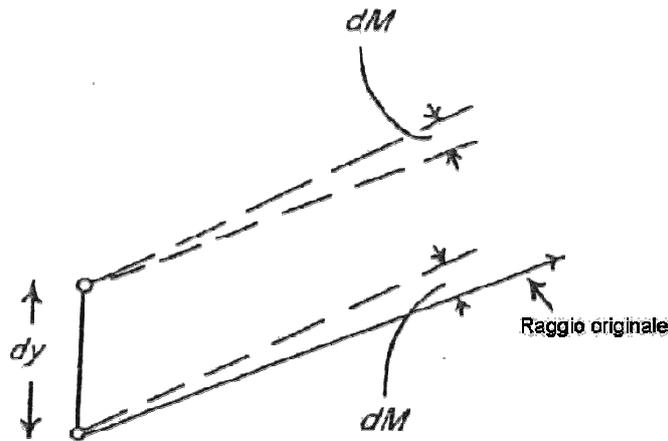


Figura 2.9: L'étendue generalizzata nella sezione y.

Quindi la quantità invariante diventa $n^2 dx dy dL dM$ e si ha:

$$n'^2 dx' dy' dL' dM' = n^2 dx dy dL dM \quad (2.6)$$

Il significato fisico è la probabilità dei raggi di un fascio con una certa dimensione ed estensione angolare di passare attraverso il sistema.

Se ci sono aperture nel mezzo d'ingresso che producono questa étendue limitata e non ci sono aperture nel mezzo d'uscita che tagliano il fascio, allora la potenza di luce accettata emerge in uscita di modo che l'étendue così definita è una misura corretta della potenza trasmessa lungo il fascio. L'étendue generalizzata calcolata in un mezzo è indipendente dalle coordinate di traslazione e rotazione.

L'étendue generalizzata è spesso scritta in termini di coseni direttori ottici $p = nL$, $q = nM$ e prende la forma:

$$dx dy dp dq \quad (2.7)$$

Possiamo usare ora l'invariante étendue per calcolare il massimo del rapporto di concentrazione. Consideriamo un sistema 2D come in figura 2.10.

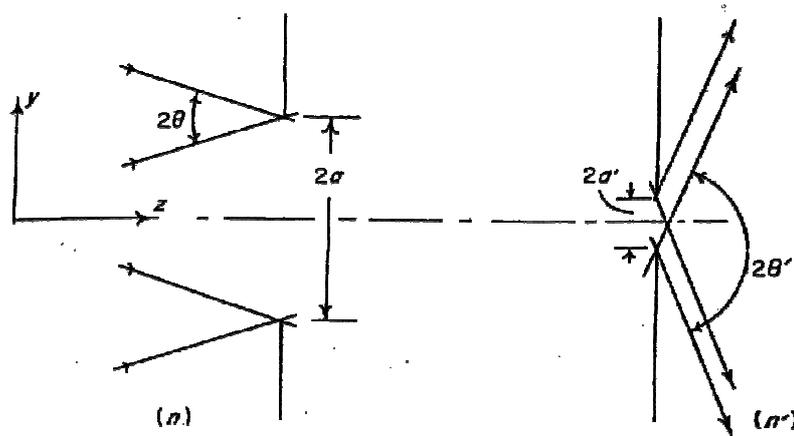


Figura 2.10: Il rapporto di concentrazione teorico massimo per un sistema ottico 2D.

Abbiamo per ogni fascio di raggi che attraversa il sistema che

$$n dy dM = n' dy' dM' \quad (2.8)$$

ed integrando su y ed M otteniamo

$$4na \sin \theta = 4n' a' \sin \theta' \quad (2.9)$$

così il rapporto di concentrazione è

$$\frac{a}{a'} = \frac{n' \sin \theta'}{n \sin \theta} \quad (2.10)$$

In questo risultato a' è la dimensione dell'apertura d'uscita larga abbastanza da permettere ad ogni raggio che la raggiunge di passare, e θ' è l'angolo massimo dei raggi emergenti. Ovviamente θ' non può superare $\pi/2$, così il rapporto di concentrazione teorico massimo è

$$C_{\max} = \frac{n'}{n \sin \theta} \quad (2.11)$$

Allo stesso modo per il caso 3D si ha

$$C_{\max} = \left(\frac{a}{a'}\right)^2 = \left(\frac{n'}{n \sin \theta}\right)^2 \quad (2.12)$$

Questi sono i valori teorici massimi, che possono o meno essere raggiunti. In pratica abbiamo che non tutti i raggi all'interno dell'angolo di raccolta passano attraverso l'uscita, alcuni raggi inoltre tornano indietro a causa delle riflessioni interne, in aggiunta poi ci sono le perdite dovute all'assorbimento, alla riflettività imperfetta, e così via, ma queste non sono limitazioni fondamentali.

2.2.5 Differenti versioni del rapporto di concentrazione

Abbiamo dato varie definizioni di C, facciamo un po' chiarezza.

Primo, nel par. 2.2.4 abbiamo definito il limite massimo per il rapporto di concentrazione nei sistemi 2D e 3D. Questi limiti dipendono solo dall'angolo d'ingresso e dagli indici rifrattivi d'ingresso e uscita. Possiamo chiamare queste espressioni come rapporto di concentrazione massimo teorico.

Secondo, un sistema con un'apertura d'ingresso di dimensioni $2a$ ed una d'uscita di dimensioni $2a'$ avrà un rapporto di concentrazione ottica pari a (a/a') o $(a/a')^2$ nei casi a 2D o 3D rispettivamente.

Terzo, dato un sistema possiamo tracciare i raggi attraverso di esso, determinare la proporzione di raggi incidenti entro un certo angolo di raccolta che esce dal sistema e definirla ancora come rapporto di concentrazione ottica.

Infine, possiamo considerare un sistema con attenuazioni, perdite dovute a riflessione, scattering, errori di manifattura ed assorbimento, e calcolare il rapporto di concentrazione ottica.

In ogni caso il valore ottenuto sarà sempre inferiore o uguale a quello massimo teorico.

2.3 I limiti dell'ottica di tipo imaging

In accordo col disegno semplificato del paragrafo precedente (figura 2.6) non ci sono ragioni per cui non si potrebbe fare un sistema a lente, quindi di tipo imaging, con un rapporto di

concentrazione infinitamente grande, semplicemente riducendo la distanza focale quanto serve. Ovviamente non è così, in parte a causa delle aberrazioni dei sistemi ottici ed in parte a causa dei limiti fondamentali di concentrazione.

2.3.1 L'aberrazione

Spieghiamo il concetto di aberrazione guardando la figura 2.5. Abbiamo detto precedentemente che i raggi paralleli che attraversano la lente vengono concentrati nel punto focale. Questo è vero solo nel caso limite di lente sferica con diametro infinitamente piccolo. E' un'approssimazione molto utile e l'ottica che la utilizza si chiama ottica Gaussiana (o parassiale). Se prendiamo invece una lente sferica con un diametro che è una frazione della distanza focale, ad esempio $f/4$, notiamo che i raggi non si incontrano tutti nel punto F. Se prendiamo una lente con curvature (reciproco del raggio dei due lati della lente) c_1 e c_2 , spessore centrale d ed indice di rifrazione n , e distanza focale f , e usiamo l'approssimazione Gaussiana, troviamo come risultato:

$$\frac{1}{f} = (n-1)(c_1 - c_2) \quad (2.14)$$

Nel caso lontano da quello limite, ovvero con lente di diametro finito, ci troviamo ad avere un risultato come quello di figura 2.11.

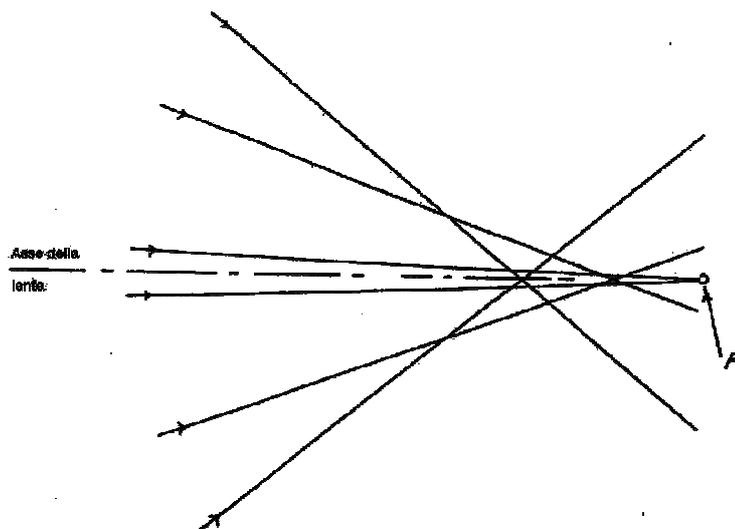


Figura 2.11: Raggi vicino al fuoco della lente che mostrano l'aberrazione sferica.

In genere per una lente convergente i raggi che passano per le zone esterne della lente si incontrano prima della distanza focale, questo effetto si chiama aberrazione sferica (anche se non è richiesta una simmetria sferica). Questa è la più semplice dei vari tipi di aberrazioni. Da annotare che, mentre è più facile realizzare una lente sferica, la superficie sferica NON è quella idonea a convertire un fascio di raggi paralleli in un fascio proprio (uscite o entrante in un punto). La superficie giusta sarebbe una superficie di quarto grado nelle variabili spaziali, di cui la superficie sferica è una approssimazione. Questo spiega anche perchè, con la tecnologia attuale si siano moltiplicati gli obiettivi "asferici", ritenuti migliori anche per uso fotografico. Un altro tipo è l'aberrazione cromatica, dovuta alla variazione dell'indice di rifrazione con la lunghezza d'onda dei raggi incidenti. Consideriamo la figura 2.6 ed introduciamo gli effetti di aberrazione. Quale sarà il risultato? Per definizione i raggi che passano per il centro della lente arriveranno sul bordo della fenditura posta alla destra della lente (chiamiamolo collettore). Con le aberrazioni non tutti i raggi finiranno sul bordo, alcuni saranno più esterni e non verranno raccolti dal sistema. Allo stesso modo, raggi che arrivano con un angolo maggiore a quello d'accettazione possono invece essere raccolti. Possiamo vedere questo effetto sul flusso entrante nel grafico di figura 2.12.

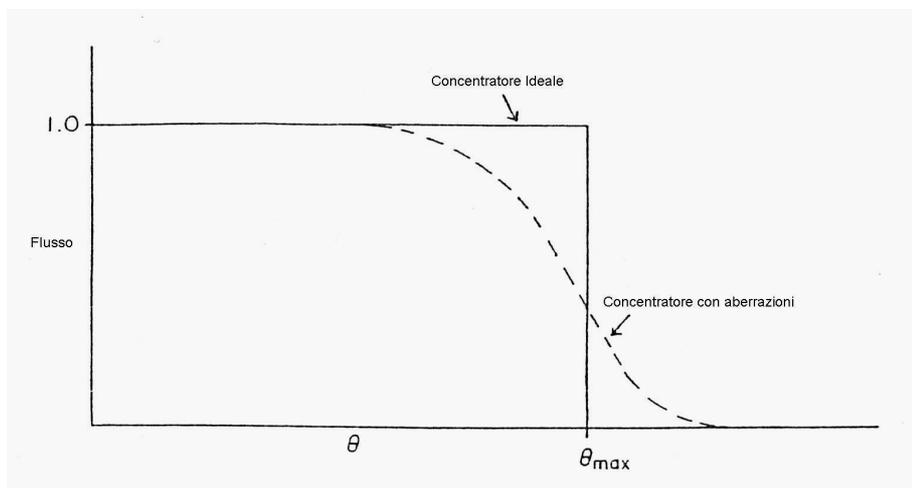


Figura 2.12: Curva efficienza-angolo. L'ordinata è la frazione del flusso entrante nel collettore ad angolo θ che emerge dall'apertura d'uscita.

Di solito gli effetti di aberrazione sono piccoli come nelle lenti delle videocamere, ma nel nostro caso, dove vogliamo raggiungere il massimo teorico del rapporto di concentrazione questi effetti

diventano grandi ed abbassano questo rapporto. Questa è una limitazione, che ha portato allo sviluppo dei nuovi concentratori nonimaging assieme al limite di concentrazione.

2.3.2 Il limite di concentrazione

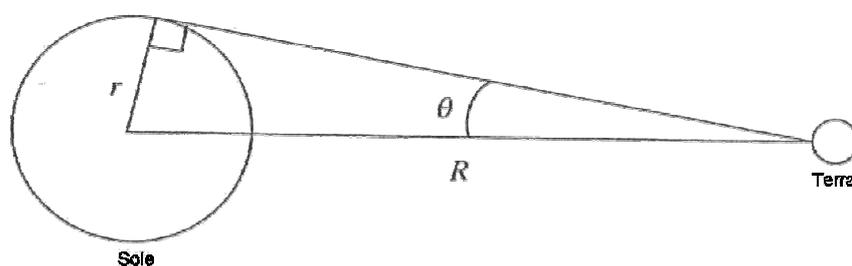


Figura 2.13: Il flusso proveniente da un sole a simmetria sferica, cala come $(r/R)^2=(1/\sin\theta)^2$.

La relazione tra concentrazione e visuale angolare è così importante che merita più di una dimostrazione. Consideriamo il sole come una sorgente di energia radiante a simmetria sferica, vedi figura 2.13. Il flusso emesso cala con l'inverso del quadrato della distanza R dal centro attraverso sfere successive di raggio $4\pi R^2$. Quindi il flusso sulla terra sarà diminuito rispetto a quello sulla superficie del sole di un fattore $(r/R)^2$, dove r è il raggio del sole ed R la distanza terra-sole. Da semplice geometria risulta, $(r/R)^2 = \sin^2\theta$ dove θ è l'angolo sotteso dal sole. E quindi il limite di concentrazione della luce solare sulla superficie terrestre è di $1/\sin^2\theta$. Questo limite è chiamato, *legge del seno per la concentrazione*. Se il bersaglio è immerso in un mezzo con indice rifrattivo diverso da 1 allora la formula diventa $n^2/\sin^2\theta$.

Questa legge vale quando si considerano le due dimensioni trasverse dell'immagine, ovvero per i casi 3D, per sistemi 2D diventa $n/\sin\theta$.

Qual è lo strumento ottico classico ad immagine con la concentrazione maggiore? A molti verrà da pensare al telescopio astronomico, come il Very Large Telescope array (VLT) 8.2m diameter Unit Telescopes al Paranal Observatory in Cile.

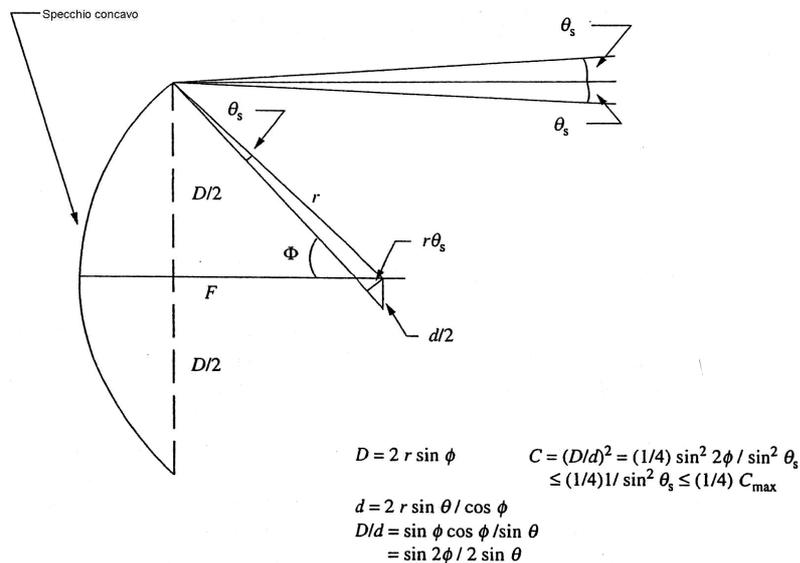


Figura 2.14: Concentratore solare a formazione d'immagine (imaging) con assorbitore planare.

Naturalmente parliamo in modo teorico perché puntare tale telescopio contro il sole lo danneggerebbe in modo grave, ma il limite di concentrazione di tale strumento, come si vede in figura 2.14, risulta essere:

$$\frac{\sin^2(2\phi)}{4 \sin^2 \theta} \tag{2.15}$$

Dove abbiamo introdotto l'angolo di bordo ϕ del telescopio. Il caso migliore si ottiene per $\phi = 45^\circ$, che porta ad una concentrazione massima di $1/4\sin^2\theta$, il quale è inferiore di 4 volte rispetto al limite dato dalla legge del seno. Ecco un altro motivo che ha spinto alla progettazione dei concentratori nonimaging. Un altro esempio è dato dai concentratori termici a forma di Trough parabolico, con ricevitore tubolare, , hanno una concentrazione massima di $1/\pi\sin\theta$, anche in questo caso ben lontano dalla legge di concentrazione del seno.

2.4 Sorgenti e diffusori lambertiani

Un concetto fondamentale per l'utilizzo del metodo inverso e quindi per i fini di questa tesi è quello di lambertianità, vediamo meglio cosa significa. Una sorgente è Lambertiana quando ha radianza costante in tutte le direzioni, ed ha intensità che varia con il coseno dell'angolo con la normale alla sua superficie. Per di più, la distribuzione direzionale della luce scatterata è indipendente da quella della luce incidente. Guardando una superficie Lambertiana è impossibile dire da dove provenga la luce incidente. Inoltre una superficie Lambertiana ha idealmente una riflettanza del 100%, sperimentalmente si trova che le superfici più riflettenti ($R > 90\%$) sono quelle con caratteristiche lambertiane più spiccate. Non esistono quindi superfici perfettamente Lambertiane, ma molti materiali sono buone approssimazioni Lambertiane su un vasto range di angoli di incidenza e di vista, nel nostro caso abbiamo utilizzato una sfera integratrice, e verificato la lambertianità di vari materiali come vetro e carta opaca.



Figura 2.15: Immagine pubblicitaria di una sfera integratrice e tappi per le porte, venduti separatamente!

La sfera integratrice (vedi figura 2.15) è una sfera cava, ricoperta internamente con una vernice opaca, bianca a grana fine di materiale diffusivo. La sfera è provvista di porte o aperture per l'ingresso del fascio luminoso, il posizionamento di campioni e rilevatori. La sfera integratrice funziona come dispositivo di raccolta della luce. La luce raccolta può essere usata come sorgente diffusa o dispositivo di misura.

La luce entra da una porta della sfera, quindi attraverso riflessioni multiple sulle pareti interne viene scatterata uniformemente nella sfera.

L'efficienza della sfera dipende dalle dimensioni della sfera, dal numero di porte, si consiglia che l'area delle porte non superi il 5% dell'area interna, e dalla qualità del rivestimento interno. [3]

CAPITOLO 3: OTTICA DI TIPO NONIMAGING

Utilizzando concentratori nonimaging è possibile raggiungere in modo teorico il limite di concentrazione dato dalla legge del seno. Un'analogia con la fluidodinamica sullo spazio delle fasi (in ottica il momento è sostituito dalla direzione del raggio moltiplicata per l'indice di rifrazione del mezzo) ed il fatto che anche in ottica il volume di tale spazio si conserva in una trasformazione, ci porta ad un interessante principio, quello di Edge-Ray. Infatti dall'analisi dello spazio delle fasi in ottica si evince che in una trasformazione, come può essere quella da oggetto ad immagine, sono soltanto i raggi provenienti dal bordo oggetto che contano, come dire, l'importante è la scatola non il suo contenuto. Questo principio dei "raggi di bordo" o "raggi limite" porta ad un metodo di analisi dei concentratori, il metodo "String".

3.1 Il principio dell'Edge-Ray o Metodo String

In breve, ci occupiamo solo dei raggi limite e non di quelli "interni", questo porta ad ottenere il limite di concentrazione dato dalla legge del seno. Per spiegare il metodo partiamo dal principio di Fermat. La lunghezza del percorso ottico tra punti dell'oggetto e dell'immagine è lo stesso per tutti i raggi, (figura 3.1). Quando lo si applica a "stringhe" invece che a raggi, si ottiene l'algoritmo di "edge-ray" per dispositivi ottici nonimaging. Spieghiamo cosa intendiamo per stringhe con un esempio, riferendoci alla figura 3.2, dove si usa un assorbitore piatto.

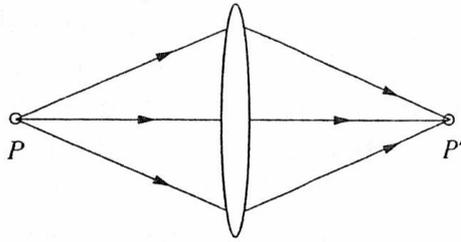
Leghiamo un capo della stringa ad un bastone inclinato di un angolo θ rispetto all'apertura AA' , e l'altro capo della stringa al bordo B' dell'apertura d'uscita. Mantenendo la lunghezza della stringa fissata, tracciamo il profilo del riflettore muovendo il capo della stringa sulla bacchetta da C ad A' . Si vede da considerazioni geometriche che $BB' = AA' \sin \theta$. Questa costruzione dà i concentratori parabolici composti in 2D o CPC-2D. Ruotando il profilo si ottengono quelli in 3D. Abbiamo mantenuto la lunghezza ottica della stringa fissata, per mezzi con indice di rifrazione n variabile, bisogna moltiplicare questa lunghezza per n .

I concentratori che trasmettono tutti i raggi che arrivano con un angolo minore o uguale a θ sono detti concentratori ideali. Il CPC-2D è ideale, il CPC-3D si avvicina molto al concentratore ideale.

Ottica a Immagine:

$$\int_{P \text{ ray}}^{P'} D dl = \text{costante [Fermat 1601-1665]}, \text{ dove}$$

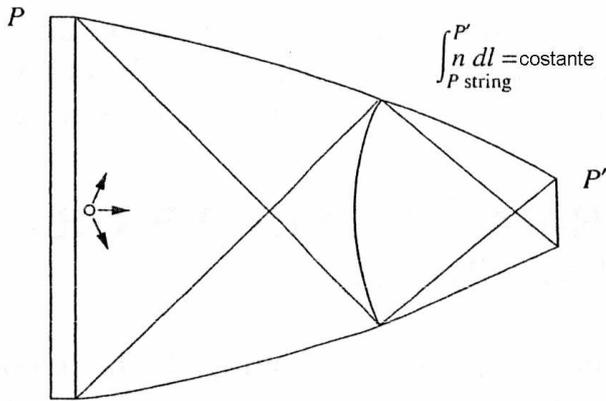
a)



n = indice di rifrazione
 I = lunghezza percorso

Ottica senza immagine (nonimaging):

b)

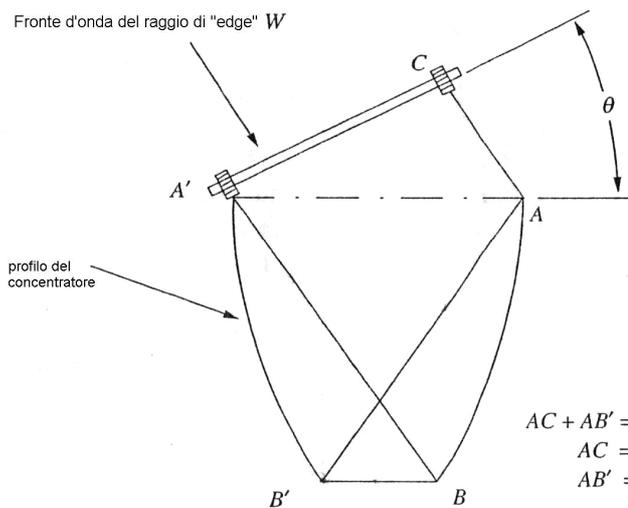


$$\int_{P \text{ string}}^{P'} n dl = \text{costante}$$

Figura 3.1: Principio di Fermat per raggi e stringhe.

String Method

Fronte d'onda del raggio di "edge" W



$$\int_W^{B'} n dl = \text{costante}$$

$$\begin{aligned} AC + AB' &= A'B + BB' \\ AC &= AA' \sin \Theta \implies AA' \sin \Theta = BB' \\ AB' &= A'B \end{aligned}$$

Figura 3.2: Costruzione della stringa per assorbitore planare.

3.2 Cono di luce

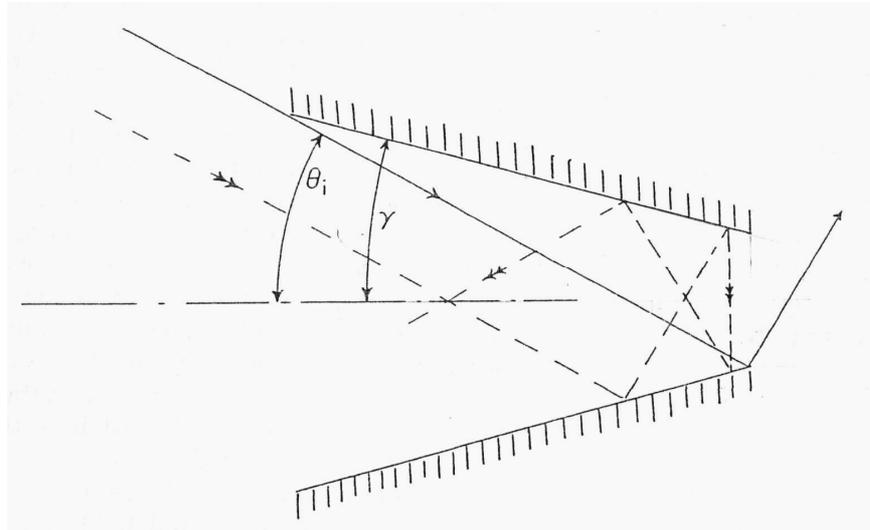


Figura 3.3: Il concentratore a cono.

Una forma primitiva di concentratori nonimaging usata per anni è il cono di luce, di cui figura 3.3 ne mostra il principio. Se il cono ha semiangolo γ e se θ_i è l'angolo d'ingresso estremo, i raggi indicati passeranno dopo una riflessione se

$$2\gamma = \left(\frac{\pi}{2}\right) - \theta_i \quad (3.1)$$

da cui si ricava un'espressione per la lunghezza del cono dato il diametro d'apertura. Ci sono però altri raggi che arrivano con angolo θ_i che tornano indietro, se poi usiamo un cono più lungo con più riflessioni, troviamo ancora che certi raggi a θ_i vengono rifiutati. Chiaramente il cono è lontano dall'essere un concentratore ideale.

3.3 Il Concentratore Parabolico Composto (CPC)

Se cerchiamo di migliorare il concentratore a cono applicando il principio edge-ray, otteniamo il concentratore parabolico composto (CPC), il prototipo di una serie di concentratori nonimaging che si avvicina molto al caso ideale ed ha il rapporto di concentrazione teorico massimo.

Il CPC in geometria 2D fu descritto da Winston (1974), applicazioni del CPC in 3D per la raccolta di infrarossi da Harper (1976) ecc.

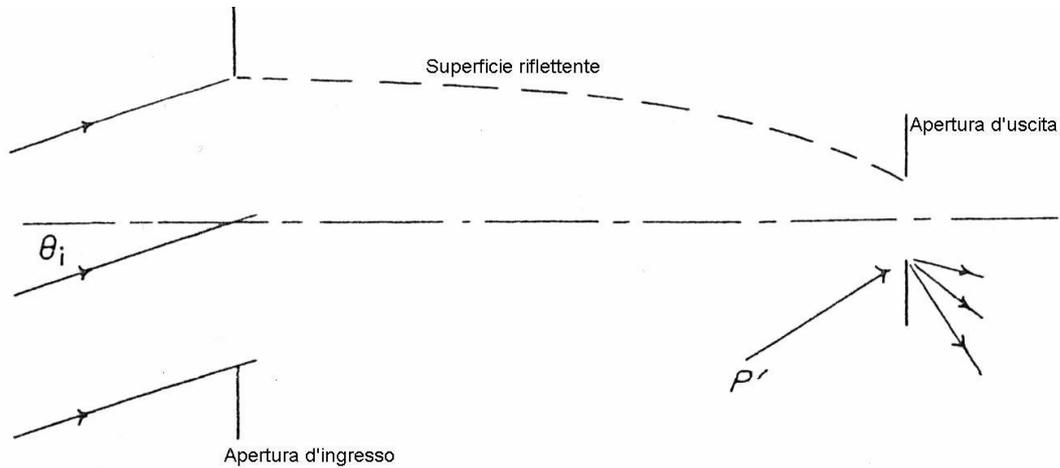


Figura 3.4: Il principio edge-ray.

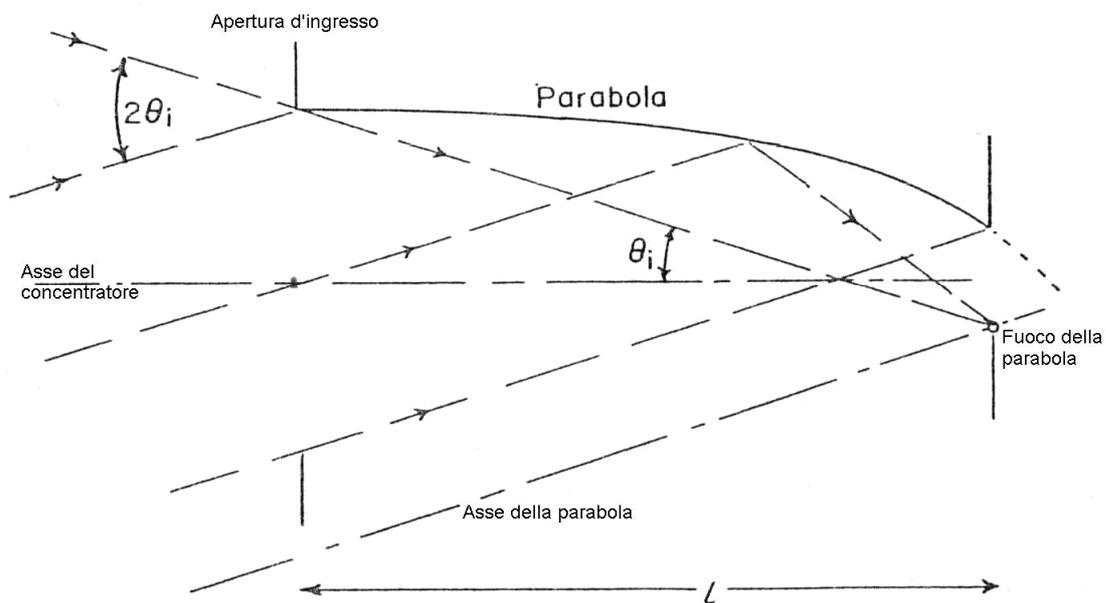


Figura 3.5: Costruzione del profilo di un CPC dal principio edge-ray.

Applichiamo il principio edge-ray al concentratore a cono. Guardando la figura 3.4, se richiediamo che tutti i raggi che entrano ad un angolo massimo di raccolta θ_i , emergano dal punto P' situato sul bordo dell'apertura d'uscita, avremo che il profilo del concentratore sarà parabolico, visto che è proprio il comportamento di una parabola con asse parallelo alla direzione di θ_i e con fuoco posto in P', come mostrato in figura 3.5. Ruotando la parabola attorno all'asse del concentratore si ottiene la forma in 3D. La simmetria determina la lunghezza totale. Nel diagramma i due raggi sono i raggi estremi del fascio a θ_i , così la lunghezza del concentratore deve essere tale da far passare entrambi questi raggi. Queste considerazioni determinano completamente il profilo del CPC in termini di diametro, di apertura d'uscita $2a'$, e di angolo massimo d'ingresso θ_i . Si può dimostrare che la distanza focale della parabola è

$$f = \frac{a'}{1 + \sin \theta_i} \quad (3.2)$$

che la lunghezza totale del concentratore è

$$L = \frac{a'(1 + \sin \theta_i) \cos \theta_i}{\sin^2 \theta_i} \quad (3.3)$$

e che il diametro dell'apertura d'ingresso è

$$a = \frac{a'}{\sin \theta_i} \quad (3.4)$$

Dalla figura o dalle equazioni precedenti si ricava anche che

$$L = (a + a') \cot \theta_i \quad (3.5)$$

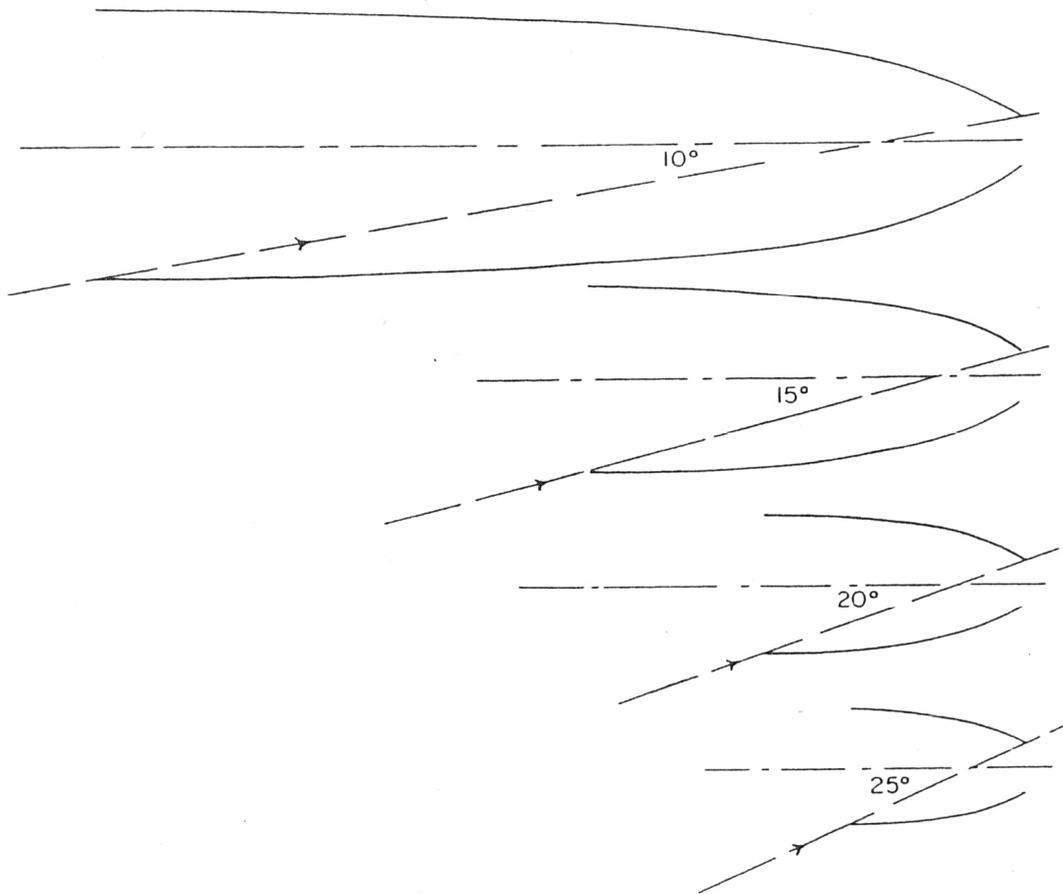


Figura 3.6: Alcuni CPC con diversi angoli d'apertura. I disegni sono in scala con le aperture d'uscita con lo stesso diametro.

La figura 3.6 mostra CPC con vari angoli θ_i d'apertura. Dall'equazione 3.4 vediamo che il rapporto teorico, massimo di concentrazione ottenibile è

$$\frac{a}{a'} = \frac{1}{\sin \theta_i} \quad (3.6)$$

purchè tutti i raggi all'interno dell'angolo di raccolta (o apertura) θ_i emergano dall'uscita.

La fig. 3.7 mostra una curva tipica trasmissione-angolo d'apertura per un CPC con $\theta_i = 16^\circ$. Come si vede si avvicina molto al caso ideale. Inoltre ha un profilo abbastanza facile da realizzare, anche se ha l'inconveniente di essere molto lungo rispetto al suo diametro.

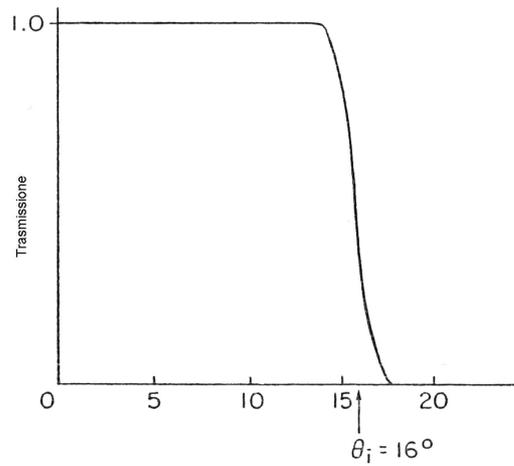


Figura 3.7: Curva Trasmissione-angolo per un CPC con angolo d'accettazione di 16° . Il cutoff avviene in un range di circa 1° .

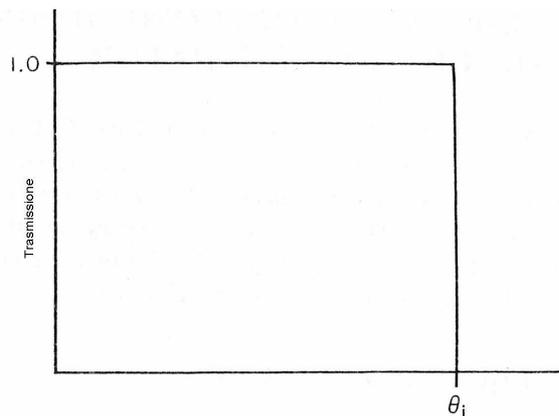


Figura 3.8: Curva Trasmissione-angolo per un CPC 2D.

Concludiamo questo paragrafo esaminando il CPC-2D anche detto concentratore trough. Ha una grande importanza nelle applicazioni per l'energia solare, in quanto non richiede sistemi di inseguimento del sole. Questo CPC è un concentratore ideale (tutti i raggi incidenti con un angolo inferiore a quello d'accettazione vengono raccolti all'uscita) e raggiunge il rapporto teorico massimo di concentrazione. Per dimostrarlo utilizziamo un modo per identificare tutti i raggi che vengono rifiutati (backscattered) dopo un certo numero di riflessioni interne. Questa procedura, oltre ai CPC, si può applicare a tutti i concentratori conici con asse di simmetria e con riflessioni interne; utilizza i raggi "limite" tra quelli trasmessi e quelli rifiutati. Questi sono i raggi che

sfiorano il bordo dell'apertura d'uscita; se li tracciamo in senso opposto, alcuni di questi appariranno oltre l'apertura d'ingresso. Questi sono i raggi che vengono rifiutati. Possiamo quindi scegliere una direzione d'ingresso, trovare i raggi inversi con la stessa direzione e disegnare la loro intersezione con il piano dell'apertura d'ingresso. Per il CPC-2D utilizzando questo metodo vediamo che tutti i raggi con angolo inferiore a quello d'accettazione vengono trasmessi, la sua curva d'accettazione è mostrata in figura 3.8.

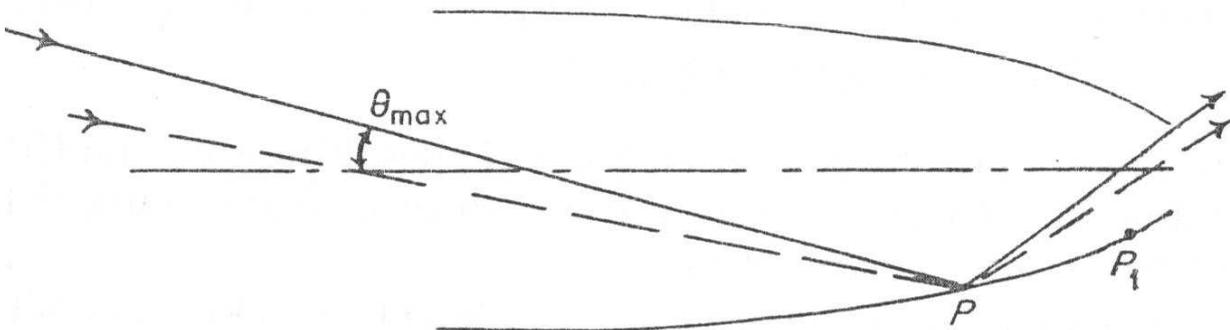


Figura 3.9: Dimostrazione che il CPC 2D ha una curva Trasmissione-angolo ideale.

Siccome questa proprietà è molto importante, facciamo un altro esempio per rafforzare la nostra tesi.

La figura 3.9 mostra un CPC-2D con raggio incidente all'angolo massimo (angolo d'accettazione) θ_{max} . Supponiamo che questo raggio incontri la superficie interna del CPC nel punto P . Rappresentiamo poi un altro raggio, con angolo inferiore, con la linea tratteggiata. Ci sono due possibilità, o sono entrambi trasmessi, come nella figura, o incontrano ancora la superficie ad esempio nel punto P_1 . Nell'ultimo caso applichiamo ancora la stessa supposizione, o i raggi passano o sbattono ancora in un altro punto P_2 (non raffigurato), e così via. Così sebbene alcuni raggi subiscano molte riflessioni, emergeranno comunque dall'uscita, se arrivati nel CPC con un angolo inferiore a θ_{max} .

Questo risultato mostra una differenza tra il caso 2D e 3D. Il caso 2D raggiunge la concentrazione massima teorica, se lo estendiamo al caso 3D, includiamo più raggi, ma i gradi di libertà sono gli stessi visto che il CPC 3D è ottenuto da una rivoluzione di quello 2D, e così non possiamo fare niente per assicurarci che i raggi al di fuori delle sezioni meridiane siano trattati nel modo giusto.

Vedremo che sono proprio questi raggi ad essere backscattered a causa delle riflessioni multiple nel CPC, ed a causare la non idealità del CPC-3D.

3.4 Proprietà dei CPC

Esaminiamo le proprietà dei CPC di base. Come viene fatto il raytracing, quali risultati porta in termini di curve trasmissione-angolo, e alcune proprietà generali di tali curve.

3.4.1 L'equazione del CPC

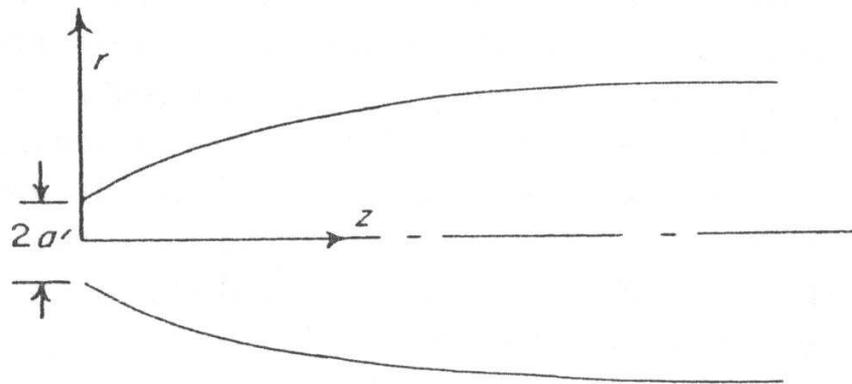


Figura 3.10: Il sistema di coordinate per l'equazione r-z per il CPC.

Ruotando gli assi e trasladando l'origine possiamo scrivere l'equazione della sezione meridiana del CPC. In termini del diametro $2a'$ dell'apertura d'uscita e dell'angolo d'accettazione, θ_{\max} l'equazione è

$$\begin{aligned} & (r \cos \theta_{\max} + z \sin \theta_{\max})^2 + 2a'(1 + \sin \theta_{\max})^2 r - 2a' \cos \theta_{\max} (2 + \sin \theta_{\max})^2 z \\ & - a'^2 (1 + \sin \theta_{\max})(3 + \sin \theta_{\max}) = 0 \end{aligned} \quad (3.7)$$

dove le coordinate sono mostrate in figura 3.10. Ricordando che il CPC è una superficie di rivoluzione attorno all'asse z, in tre dimensioni, con $r^2 = x^2 + y^2$, l'equazione 3.7 rappresenta una superficie a quattro dimensioni.

Una forma parametrica più compatta si può trovare usando l'equazione polare della parabola. In termini dell'angolo ϕ e con le stesse coordinate (r,z) la sezione meridiana è data da

$$r = \frac{2f \sin(\phi - \theta_{\max})}{1 - \cos \phi} - a', \quad z = \frac{2f \cos(\phi - \theta_{\max})}{1 - \cos \phi} \quad (3.8)$$

$$[f = a'(1 + \sin \theta_{\max})] \quad (3.9)$$

Se introduciamo un angolo azimutale ψ otteniamo le equazioni parametriche complete della superficie:

$$x = \frac{2f \sin \psi \sin(\phi - \theta_{\max})}{1 - \cos \phi} - a' \sin \psi \quad (3.10)$$

$$y = \frac{2f \cos \psi \sin(\phi - \theta_{\max})}{1 - \cos \phi} - a' \cos \psi \quad (3.11)$$

$$z = \frac{2f \cos(\phi - \theta_{\max})}{1 - \cos \phi} \quad (3.12)$$

3.4.2 La normale alla superficie

Per il raytracing ci servono i coseni direttori della normale alla superficie del CPC. Ci sono formule di geometria differenziale ben note che ci danno questo. Se nell'equazione 4.6 facciamo la sostituzione

$$r = (x^2 + y^2)^{1/2} \quad (3.13)$$

E scriviamo il risultato nella forma

$$F(x,y,z) = 0 \quad (3.14)$$

I coseni direttori sono dati da

$$\vec{n} = \left(\frac{F_x, F_y, F_z}{F_x^2, F_y^2, F_z^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.15)$$

La formula per la normale è un po' più complicata nella forma parametrica. Prima definiamo i due vettori

$$\vec{a} = \left(\frac{\partial x}{\partial \phi}, \frac{\partial y}{\partial \phi}, \frac{\partial z}{\partial \phi} \right), \quad \vec{b} = \left(\frac{\partial x}{\partial \psi}, \frac{\partial y}{\partial \psi}, \frac{\partial z}{\partial \psi} \right) \quad (3.16)$$

E quindi definiamo la normale:

$$\vec{n} = \frac{\vec{a} \times \vec{b}}{\left(|\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 - |\vec{a} \cdot \vec{b}|^2 \right)^{1/2}} \quad (3.17)$$

3.4.3 Curve trasmissione-angolo per i CPC

Per calcolare le proprietà di trasmissione del CPC, l'apertura d'ingresso del CPC è stata divisa in una griglia con spaziatura uguale ad 1/100 del diametro della stessa ed i raggi sono stati tracciati con un angolo d'incidenza θ scelto per ogni punto della griglia. La proporzione dei raggi trasmessi dal CPC da la trasmissione $T(\theta, \theta_{\max})$ per il CPC con angolo d'accettanza θ_{\max} . $T(\theta, \theta_{\max})$ è stato graficato rispetto a θ per dare la curva di trasmissione-angolo. Alcune di queste curve sono mostrate in figura 3.11. Si avvicinano molto alla curva ideale rettangolare che si ha con il rapporto teorico massimo di concentrazione.

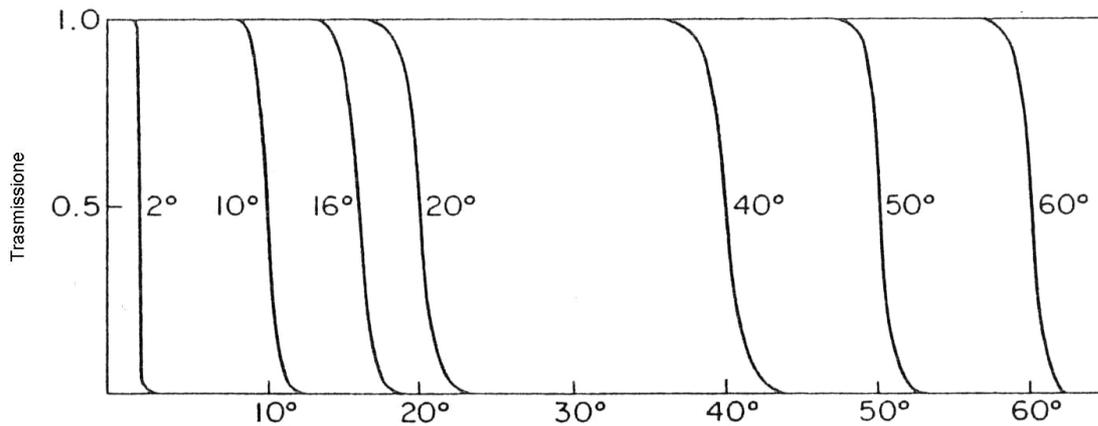


Figura 3.11: Curve Trasmissione-angolo per CPC 3D con θ_{\max} da 2° a 60° .

Potremmo anche essere interessati al flusso totale trasmesso all'interno dell'angolo d'accettazione. Questo è proporzionale a

$$\int_0^{\theta_{\max}} T(\theta, \theta_{\max}) \sin 2\theta d\theta \quad (3.18)$$

e se dividiamo per $\int_0^{\theta_{\max}} \sin 2\theta d\theta$, otteniamo la frazione trasmessa, di flusso incidente, all'interno di un cono di semiangolo θ_{\max} . Questo da la proporzione di quanto il CPC si allontana dal caso ideale, ed è dovuto ai raggi molto inclinati, che dopo varie riflessioni vengono respinti.

3.5 Coni e paraboloidi come concentratori

I coni sono più facili da realizzare dei CPC, ed i paraboloidi sembrano una scelta più naturale per i profili dei concentratori. Vediamo di fare un paragone. Prendiamo un CPC con angolo d'accettazione di 10° ed un rapporto di concentrazione (rapporto tra le aree) di 5.76 su 1 in diametro. La lunghezza del cono è scelta di modo da tagliare i raggi con angolo maggiore dei 10° come in figura 3.12, per il paraboloide il diametro dell'uscita ed il rapporto di concentrazione determinano completamente il profilo come in fig 3.13.

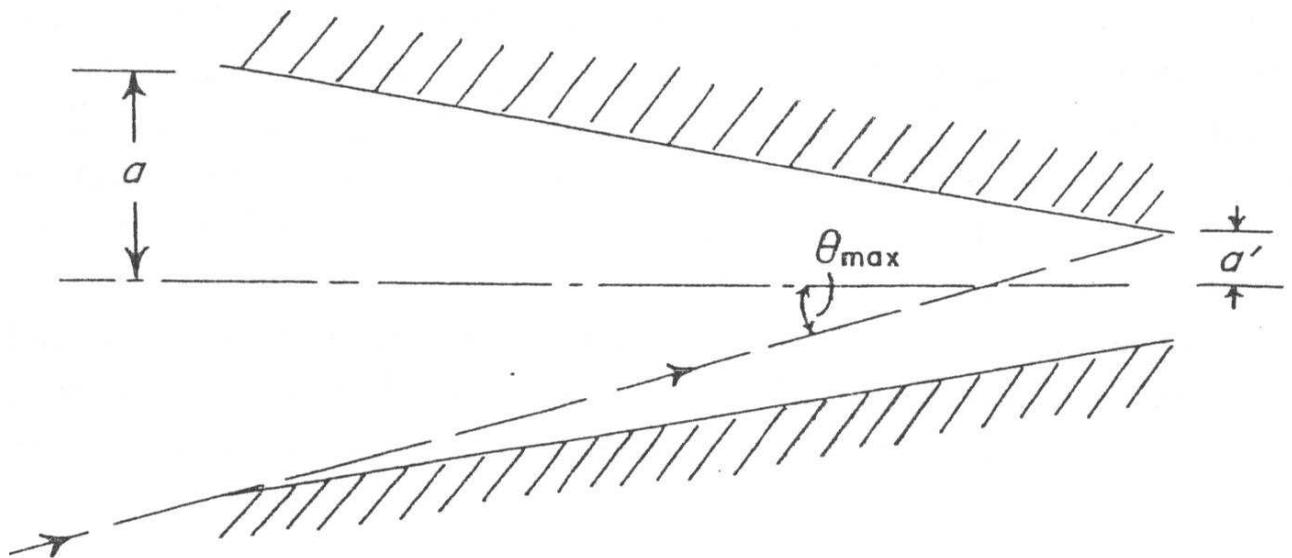


Figura 3.12: Concentratore a cono, mostra le dimensioni usate da confrontare con il CPC.

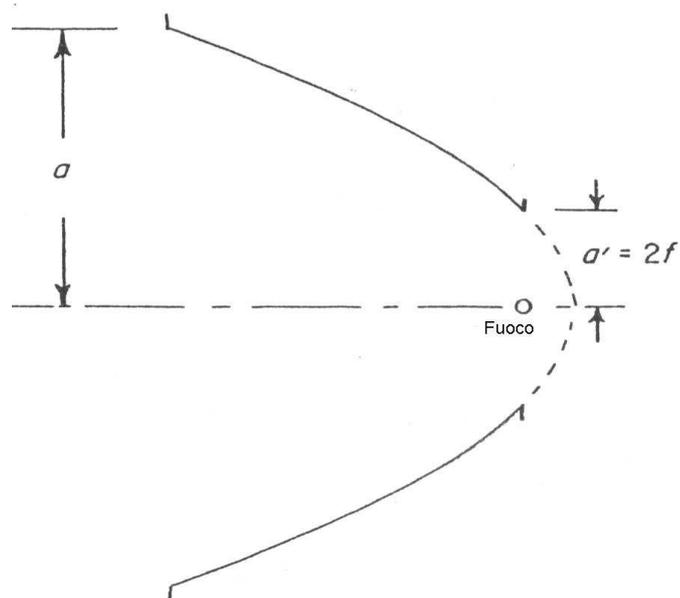


Figura 3.13: Un paraboloide di rivoluzione come concentratore.

In figura 3.14 e 3.15 vediamo le curve trasmissione-angolo del cono e del paraboloide. Vediamo che si allontanano molto dal caso ideale, all'interno dell'angolo d'accettazione, la trasmissione

(quella vista in figura 4.20 per il CPC) risulta essere nel paraboloide il 0.6 per ogni angolo e per il cono lo 0.8. Questo mostra che i sistemi nonimaging hanno prestazioni migliori di quelli ad immagine.

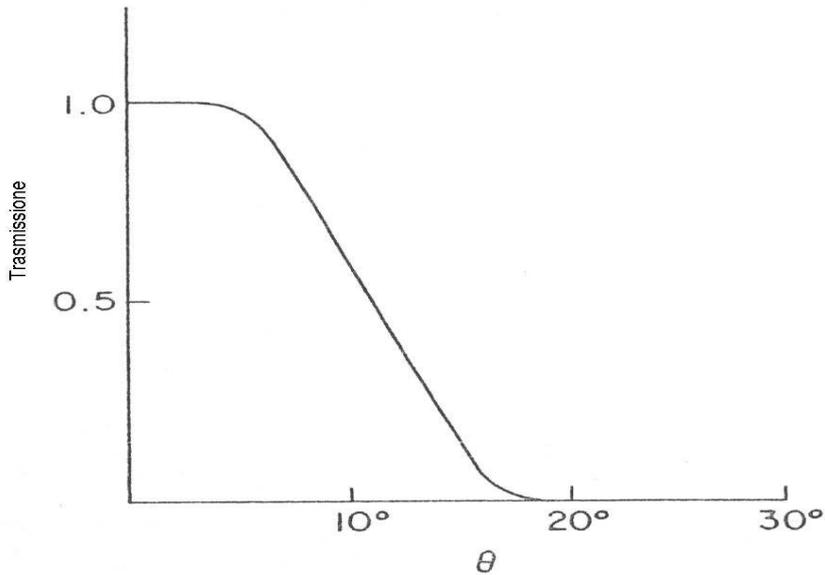


Figura 3.14: Curva Trasmissione-angolo per un cono; $\theta_{\max} = 10^\circ$.

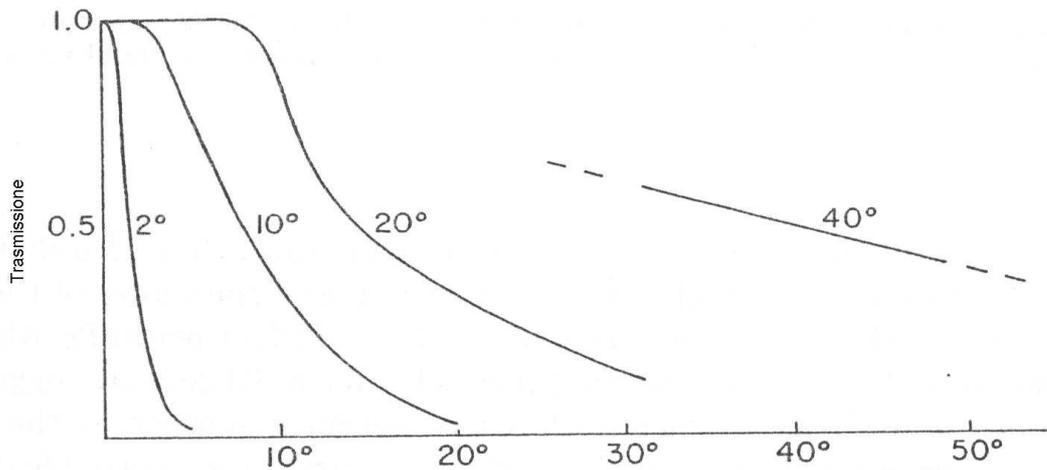


Figura 3.15: Curva Trasmissione-angolo per specchi paraboloidali. I grafici sono etichettati con gli angoli θ_{\max} dati da $\sin \theta_{\max} = a'/a$ nella figura 3.13.

CAPITOLO 4: CARATTERIZZAZIONE OTTICA DI CONCENTRATORI SOLARI

In questo capitolo parliamo dei metodi utilizzati per caratterizzare i concentratori solari. I metodi usati si dividono in elaborazioni al computer, prove di laboratorio (indoor) e prove esterne (outdoor) alla luce solare. Col termine “caratterizzare” intendiamo il definire il numero maggiore di parametri del concentratore, di sicuro la caratteristica che più interessa sapere è l’efficienza dello stesso a vari angoli d’inclinazione della luce in ingresso e l’angolo d’accettazione, ovvero l’angolo d’inclinazione oltre il quale l’efficienza scende al di sotto di un certo valore. L’angolo d’accettazione, quando non altrimenti specificato è riferito al 50% dell’efficienza misurata a 0° , $\delta_{acc}(50\%)$, ma nelle applicazioni fotovoltaiche si preferisce fare riferimento al 90% dell’efficienza a 0° , $\delta_{acc}(90\%)$. I metodi utilizzati si adattano a quasi tutti i tipi di concentratori, qui abbiamo considerato concentratori imaging a lente di Fresnel e concentratori nonimaging CPC-3D.

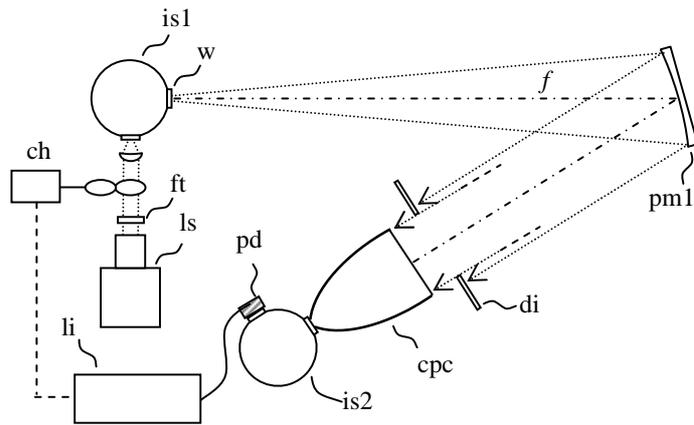
4.1 Caratterizzazione con metodo diretto

Il metodo diretto consiste nel mandare i raggi all’ingresso del concentratore, ed analizzare i raggi sulla superficie d’uscita. Abbiamo fatto varie simulazioni al computer con il programma Tracepro e di questo ne parleremo nel paragrafo 4.5. Tra i vari tipi di metodi diretti indoor descriviamo quello più noto e che meglio riproduce la luce solare, ed un recente metodo a laser realizzato in uno dei laboratori di Sensoristica del dipartimento di Fisica dell’università di Ferrara.

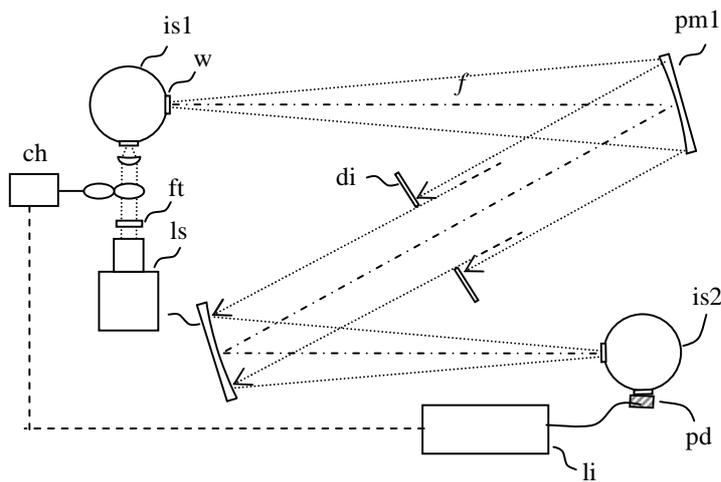
4.1.1 Metodo diretto con sfera integratrice

Tra i metodi che si possono adottare per misurare in laboratorio (indoor) l’efficienza ottica di un concentratore solare di limitate dimensioni, o prototipo di concentratore solare, quello più noto consiste nell’illuminare il concentratore con un fascio di luce collimato, con divergenza solare ($\pm 0.27^\circ$), di flusso noto, e nel misurare il flusso raccolto all’apertura di uscita del concentratore. Indicheremo, per semplicità, da qui in avanti questo metodo come “metodo diretto”. Lo schema sperimentale tipico del metodo diretto è mostrato in Fig. 4.1. La sorgente di

luce (ls) illumina una sfera integratrice (is2) la quale produce, sulla sua apertura d'uscita (w) una luce diffusa con radianza costante. Per ottenere una luce con lo spettro della componente diretta del sole, si usa generalmente una lampada ad arco allo Xenon. In alternativa, si può selezionare una banda di lunghezze d'onda interponendo tra sorgente e sfera un filtro interferenziale (ft). La luce da (ls) è preferibilmente modulata dal chopper meccanico (ch), in maniera da avere misure con alta sensibilità e disaccoppiate dalla luce di fondo.



a)



b)

Figura 4.1: Schema sperimentale del metodo diretto. (a) Misura del flusso raccolto all'uscita del concentratore (cpc) per diversi valori dell'angolo d'incidenza. (b) Configurazione di riferimento per la misura del flusso raccolto all'ingresso del concentratore.

Lo specchio parabolico (pm1), orientato off-axis rispetto a (w) e ad una distanza uguale alla lunghezza focale f dello specchio, raccoglie parte della luce emessa dalla sfera e la trasforma in un fascio quasi collimato. La divergenza angolare massima del fascio è regolata dall'apertura della finestra (w). Per avere una divergenza pari alla componente diretta della radiazione solare ($\sim 0.27^\circ$), è necessario mantenere intorno a 100 il rapporto f / D_w tra lunghezza focale e diametro di (w). Il fascio parallelo è poi filtrato spazialmente e diretto verso il concentratore solare (cpc). La luce in uscita da (cpc) è raccolta da una seconda sfera integratrice (is2) ed il flusso misurato dal lock-in amplifier (li) attraverso il fotorivelatore (pd). Orientando il concentratore (cpc) a diversi angoli δ rispetto all'asse del fascio, si può misurare l'andamento del flusso d'uscita e quindi l'efficienza ottica relativa del concentratore. Per ottenere l'efficienza ottica assoluta occorre misurare anche il flusso incidente sull'apertura d'ingresso del concentratore. Questo lo si ottiene modificando l'apparato di misura di Fig. 4.1(a), ovvero togliendo il concentratore e mettendo al suo posto un secondo specchio parabolico (pm2) a riflettività R_{pm} nota. Se indichiamo con $S_{cpc}(\delta)$ il segnale misurato con lo schema di Fig. 3.11 e con S_{ref} quello misurato con lo schema di Fig. 4.1(b), allora possiamo scrivere per l'efficienza ottica assoluta del concentratore:

$$\eta(\delta) = S_{cpc}(\delta) \cdot \frac{R_{pm}}{S_{ref} \cdot \cos \delta} \quad (4.1)$$

dove R_{pm} è pesata sull'intervallo spettrale esaminato. La (4.1) è valida per concentratori a simmetria cilindrica. Nel caso generale, occorrerà considerare anche un angolo azimutale φ , per cui l'efficienza ottica diventa:

$$\eta(\delta, \varphi) = S_{cpc}(\delta, \varphi) \cdot \frac{R_{pm}}{S_{ref} \cdot \cos \delta} \quad (4.2)$$

L' Eq. (4.2) dovrà essere applicata, ad esempio, ai CPC con apertura d'ingresso quadrata. La Fig. 4.2(a) mostra, a titolo d'esempio, alcune curve di efficienza ottica assoluta ottenute simulando il metodo diretto per un concentratore CPC ideale, caratterizzato da un angolo di accettazione (axis tilt) $\delta_{acc}(50\%) = 5^\circ$, un diametro dell'apertura di uscita $D_{out} = 1$ cm, e diversi valori di riflettività di parete: $R_w = 0.9, 0.95$ e 1.0 . Gli altri parametri dimensionali del CPC sono derivabili dai precedenti e sono: il diametro dell'apertura d'ingresso $D_{in} = 11.5$ cm e la lunghezza

$L = 71,3$ cm. Le curve di efficienza ottica di Fig. 4.2(a) sono caratterizzate da un andamento quasi piatto per bassi valori di δ e da una caduta repentina in corrispondenza dell'angolo di accettazione (5°).

Un'analisi accurata dell'andamento delle curve di efficienza va fatta tenendo in considerazione due parametri di raytracing: il numero di raggi raccolti in uscita, $N_{out}(\delta)$, e il numero medio di riflessioni sulla parete interna del CPC. Il numero medio di riflessioni sulla parete, $\langle N(\delta) \rangle$, può essere ricavato confrontando tra loro due curve di efficienza, calcolate a due diversi valori di riflettività. Se Φ_{in} è il flusso, costante, del fascio collimato (onda piana) incidente all'angolo δ , e $\Phi_{out}(R_w, \delta)$ è il flusso misurato all'uscita del CPC, la corrispondente efficienza ottica si può esprimere come (in caso di simmetria cilindrica):

$$\eta(R_w, \delta) = \Phi_{out}(R_w, \delta) / \Phi_{in} = \Phi_{out}(1.0, \delta) \cdot R_w^{\langle N(\delta) \rangle} / \Phi_{in} \quad (4.3)$$

dalla quale la formula generale per il numero medio di riflessioni sulla parete diventa:

$$\langle N(\delta) \rangle = \ln \left[\frac{\eta(R_w, \delta)}{\eta(R_w', \delta)} \right] / \ln \left[\frac{R_w}{R_w'} \right] \quad (4.4)$$

Le quantità $N_{out}(\delta)$ e $\langle N(\delta) \rangle$, quest'ultima calcolata usando i dati di riflettività $R_w = 1.0$ e 0.95 , sono riportate in Fig. 4.2(b). Esse sono naturalmente indipendenti dalla scelta della coppia di valori R_w e R_w' . Nella prima parte della curva di $\langle N(\delta) \rangle$ ($0 < \delta \leq \delta_{acc}$), dove il numero di raggi in uscita è pressoché costante, l'efficienza è influenzata dal numero medio di riflessioni, ed infatti le curve di efficienza con $R_w < 1$ hanno un andamento a dosso opposto a quello a cunetta manifestato da $\langle N(\delta) \rangle$. In corrispondenza di δ_{acc} , $\langle N(\delta) \rangle$ mostra un massimo relativo e dopo diminuisce rapidamente. Per $\delta > \delta_{acc}$, nonostante la riduzione di $\langle N(\delta) \rangle$, l'efficienza mostra in tutti i casi una forte riduzione a causa della riduzione drastica della quantità $N_{out}(\delta)$, come mostrato nello stesso diagramma di Fig. 4.2(b). Le simulazioni delle curve di efficienza col metodo diretto sono state effettuate usando il software "TracePro® software for opto-mechanical modeling" e hanno comportato una elaborazione per ogni valore di δ , per un totale di circa venti elaborazioni per curva.

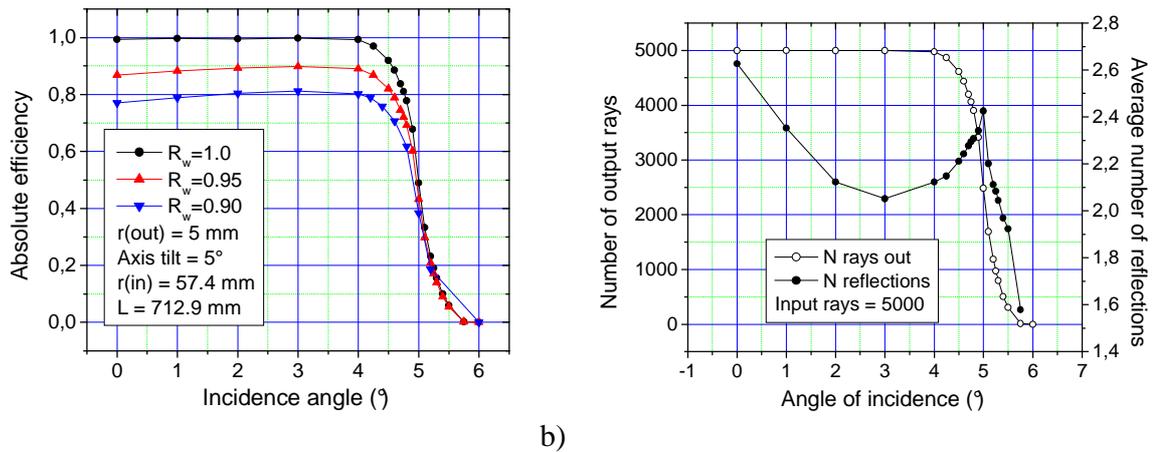


Figura 4.2. (a) Efficienza ottica, o trasmittanza, ottenuta per raytracing di un 3D-CPC ideale con 5° di angolo di accettazione, $\delta_{\text{acc}}(50\%)$, per tre valori di riflettività di parete. (b) Numero medio di riflessioni effettuate sulla parete del CPC dai raggi raccolti. [6]

4.1.2 Metodo diretto a fascio laser

Un metodo diretto indoor già testato nel laboratorio laser del Dipartimento di Fisica di Ferrara consiste nell'utilizzo di un laser come "fascio" d'ingresso per la caratterizzazione. La superficie d'ingresso del concentratore viene suddivisa in una griglia di punti, poi su ogni punto viene mandato il raggio laser a vari angoli d'incidenza con la normale della superficie. Vediamolo in dettaglio il metodo diretto a laser applicato ad un concentratore CPC tagliato e squadrato.



Figura 4.3. Set-up sperimentale Metodo diretto con fascio laser

Il set-up sperimentale consiste in un laser montato su una coppia di slitte per inviare il raggio con angolo desiderato sul collettore da analizzare. Il laser in utilizzo è un Melles Griot 05-LHP321 rosso con una lunghezza d'onda di 633 nm con una potenza di 5 mW. E' posizionato su di una slitta verticale, in modo da avere la possibilità di escursioni in altezza di rotazioni (fig. 4.3). Questa poi è dotata di un sistema di rotazione lungo l'asse verticale, con possibilità di fissaggio della posizione.

Il sistema è poi montato su un'altra slitta, questa volta orizzontale, in modo da avere libertà di movimento su tutte le due dimensioni necessarie.

Il CPC analizzato è stato tagliato fino ad una lunghezza di 35 cm e poi squadrato per favorire il packaging di più concentratori all'interno di un modulo a concentrazione solare. La superficie interna è rivestita da una pellicola 3M riflettente, l'apertura d'ingresso è un quadrato di lato 10 cm e quella d'uscita è un cerchio con diametro 1 cm.

Come prima cosa si è verificata che la polarizzazione del laser è trascurabile ai fini del metodo, e che il metodo ha una buona riproducibilità. E' stata poi presa la misura tramite una cella SunPower HECO 252, posizionata sull'uscita dello strumento e collegata ad un amperometro Keithley 199 a sua volta collegato ad un PC portatile tramite uscita digitale. L'acquisizione dei dati avviene tramite un programma elaborato con LabView. Questa tecnica permette anche di determinare il numero di riflessioni di ogni raggio a partire dall'equazione (4.4).

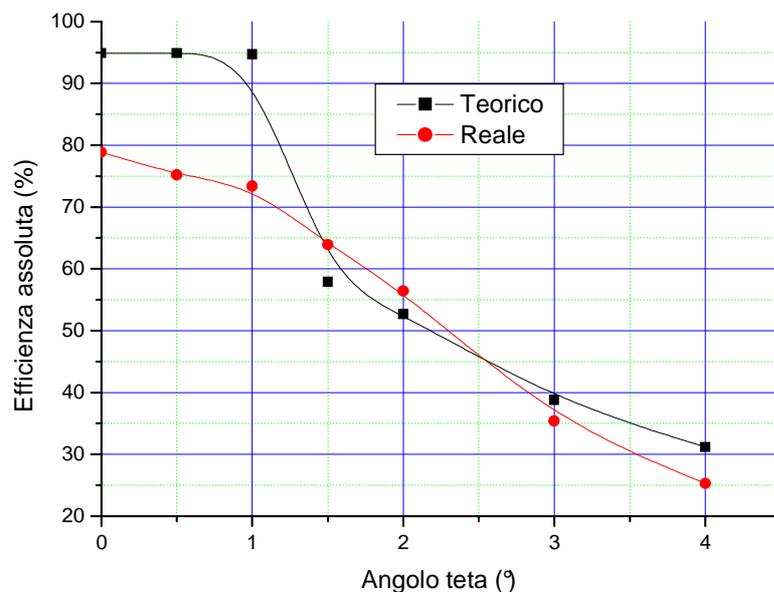


Figura 4.4: Curve Efficienza-angolo per un cpc troncato e squadrato.

Coma si vede dalla figura 4.4, dal confronto tra dati sperimentali (metodo inverso) e dati teorici ottenuti con simulazioni al computer (con riflettività di parete $R_w = 0,95$), appare lo stesso andamento, con un andamento teorico molto più marcato nei passaggi da alta a bassa efficienza. Valutando però a quale angolo le due curve raggiungono il 50% si ottengono valori distanti meno di un quarto di grado. Molte delle differenze tra le due curve sono dovute a difetti sperimentali come la presenza di bolle d'aria sotto il rivestimento interno del CPC, e difetti di lavorazione che hanno determinato un profilo della superficie diverso da quello previsto in corrispondenza dell'apertura d'uscita, oltre all'utilizzo di un diffusore di luce non proprio lambertiano. Di questo diffusore è stato fatto uno studio riportato al paragrafo 4.3.4. [4, 12, 15]

4.2 Caratterizzazione con metodo inverso

L'argomento di questa tesi è l'utilizzo del metodo inverso per caratterizzare i concentratori. Il nome inverso deriva dal fatto che utilizza un fascio di luce incidente sull'apertura d'uscita del concentratore, dove di solito viene posizionata la cella solare. E l'analisi va fatta sul fascio di luce che esce dalla superficie d'ingresso del concentratore. Quindi in questo metodo i raggi hanno verso opposto a quello classico del metodo diretto. Una richiesta fondamentale di questo metodo è che la sorgente di luce situata al posto della cella solare, sia lambertiana.

4.2.1 Principi del metodo di illuminazione inversa

La Fig. 4.5.1 mostra lo schema di principio del metodo inverso. Diversamente da come è stato fatto per il metodo diretto, il metodo inverso verrà illustrato applicandolo sia a concentratori solari di tipo nonimaging, che a concentratori di tipo imaging, in particolare a lenti di Fresnel. L'apertura di uscita (oa) del CPC è chiusa con un riflettore Lambertiano ad alta riflettività (tipicamente 98–99%), chiamato anche “target”. Un fascio collimato di luce (ib), allineato con l'asse ottico del CPC, è predisposto in modo da illuminare l'intera superficie del target affacciata all'interno del concentratore. La luce incidente è retrodiffusa verso tutte le direzioni, subisce una serie di riflessioni all'interno del CPC ed esce quindi all'esterno dalla parte dell'apertura d'ingresso. Il fascio in uscita (ob) è poi proiettato su uno schermo piano (sc) per l'osservazione visiva e per la registrazione dell'immagine prodotta per mezzo di una camera digitale o di una CCD. Poiché, per definizione di diffusore Lambertiano, i raggi sono emessi verso destra dal

diffusore in tutte le possibili direzioni a radianza costante, ne deduciamo che l'insieme di questi raggi (ob) deve corrispondere all'insieme di tutti quei raggi che, diretti in senso opposto, sarebbero in grado di raggiungere il target, e quindi che sono potenzialmente collezionabili durante l'illuminazione col metodo diretto. Il metodo inverso, perciò, fornisce un insieme di raggi (ob) contenenti tutte le informazioni relative alle proprietà di collezione della luce da parte del CPC, compresa l'informazione dell'angolo di accettazione.

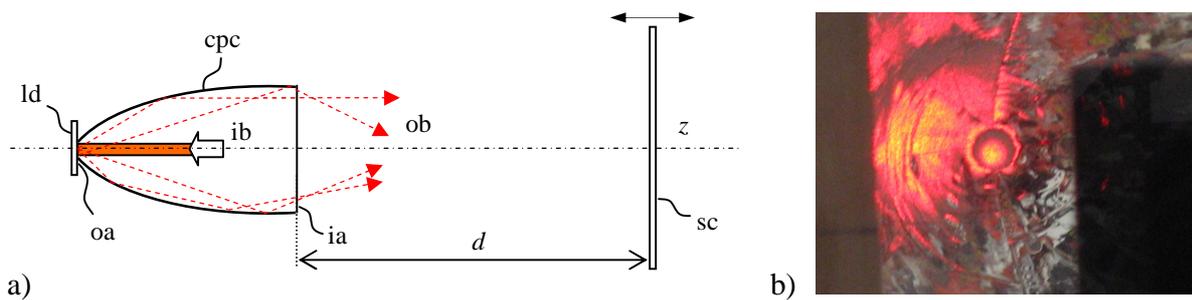


Figura 4.5.1: (a) Schema di principio del metodo di illuminazione inversa. (b) Foto dell'interno di un CPC che mostra il diffusore illuminato sull'apertura di uscita.

La dimostrazione analitica esatta di quanto affermato verrà data nel prossimo paragrafo. In questo ci limitiamo a fornire una prima prova di validità del metodo fatta attraverso simulazioni con TracePro®, che dimostrano che il metodo diretto e il metodo inverso sono equivalenti, in quanto portano allo stesso risultato, ovvero alla curva di efficienza ottica relativa del concentratore risolta nell'angolo d'incidenza. Il vantaggio del metodo inverso è di richiedere una sola elaborazione, ovvero quella dell'intensità luminosa prodotta sullo schermo (sc) la quale, seppur richiede un tempo mediamente più lungo di elaborazione rispetto al tracciamento di una singola curva d'efficienza col metodo diretto, contiene tutte le informazioni relative sia all'angolo di incidenza che all'angolo di azimuth. Lo stesso contenuto d'informazioni col metodo diretto richiederebbe un numero d'elaborazioni estremamente maggiori. Dal punto di vista sperimentale, invece, il vantaggio del metodo inverso su quello diretto è notevole come risparmio di tempo. Il metodo inverso infatti richiede solamente la registrazione di un'immagine, mentre quello diretto richiede la misura del flusso ad ogni angolo di incidenza e ad ogni angolo di azimuth. Il metodo inverso è inoltre estremamente più vantaggioso dal punto di vista della semplicità dell'apparato sperimentale.

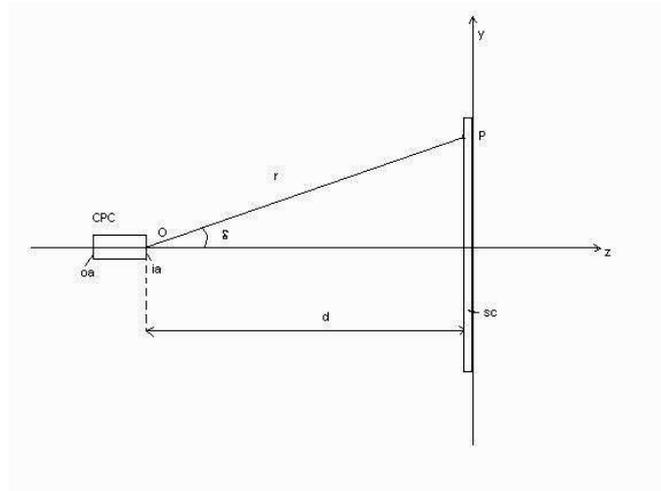


Figura 4.5.2: Schematizzazione della misura dell'intensità incidente sullo schermo (sc) nel metodo inverso. Se la distanza d è molto maggiore delle dimensioni lineari di (ia) , allora il punto $P(x,y)$ individua univocamente un angolo d'incidenza δ e un angolo di azimuth ρ . L'angolo δ è misurato a partire dal centro O dell'apertura d'ingresso (ia) .

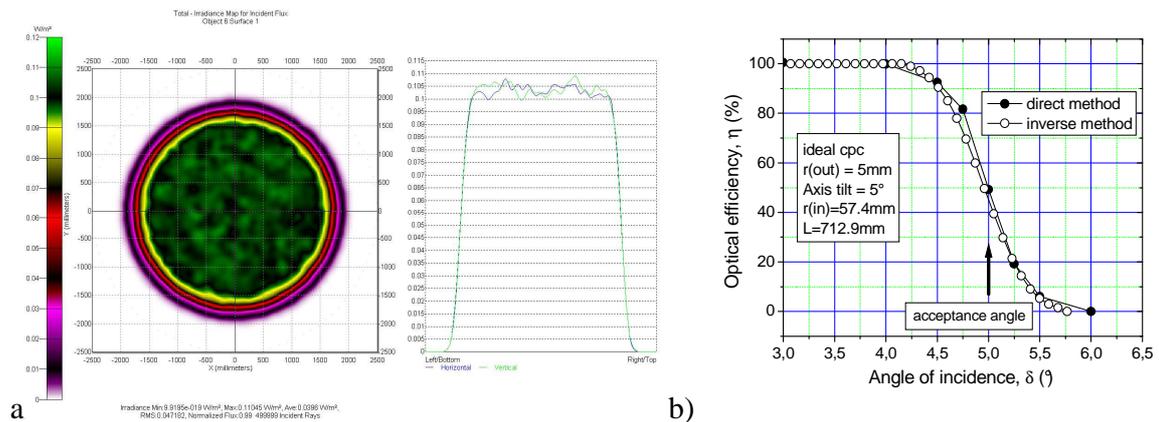


Figura 4.6. (a) Mappa d'irradianza simulata, ottenuta su uno schermo circolare di 440-cm di diametro, distante 2000 cm dal CPC (sinistra), e profilo x/y medio della stessa mappa (destra). (b) Efficienza ottica assoluta (equivalente a quella relativa) del CPC ideale in funzione dell'angolo d'incidenza, calcolata seguendo sia il metodo diretto che inverso d'illuminazione.

Per una prima dimostrazione di quanto sopra, abbiamo modellato un CPC ideale equivalente a quello illustrato nel paragrafo 4.5, e con $R_w = 1.0$, secondo il metodo inverso illustrato schematicamente in Fig. 4.5.2. Ponendo uno schermo piano (sc) molto lontano dal CPC, ovvero ad una distanza molto maggiore delle dimensioni lineari dell'apertura d'ingresso, abbiamo ottenuto un'immagine corrispondente alla distribuzione dell'irradianza del fascio (ob) sullo

schermo, come si vede in Fig. 4.6(a). Questa distribuzione è naturalmente simmetrica rispetto all'asse z , così come il CPC che abbiamo considerato. Sempre in Fig. 4.6(a) è mostrato il profilo medio dell'irradianza lungo le direzioni x/y , ricavato dalla mappa corrispondente. Questo profilo è stato poi normalizzato all'incidenza di 0° e trasformato in radianza relativa in funzione dell'angolo d'incidenza sullo schermo secondo la procedura che segue. Se $E(d, \rho)$ è l'irradianza in W/cm^2 prodotta sul punto $P(x,y)$ posto a distanza ρ dall'asse z sullo schermo (vedi Fig. 4.5.2), il quale a sua volta è posto a distanza d dal CPC (supposto a simmetria cilindrica), allora la radianza lungo la direzione δ può essere espressa come:

$$L(\delta) = L(d, \rho) = E(d, \rho) \cdot \frac{r^2}{A_{in} \cos^2 \delta} = E(d, \rho) \cdot \frac{d^2}{A_{in} \cos^4 \delta} = E(d, \rho) \cdot \frac{d^2}{A_{in} \cos^4 \left[\text{tg}^{-1} \left(\frac{\rho}{d} \right) \right]} \quad (4.5.1)$$

Con A_{in} = area d'ingresso del concentratore e

$$\rho = (x^2 + y^2)^{1/2} \quad (4.5.2)$$

Il profilo di $E(d, \rho)$, normalizzato per $\delta = 0$, $E(d, 0) = I(0)/d^2$, fornisce la radianza relativa $L_{rel}(\delta)$:

$$L_{rel}(\delta) = \frac{L(\delta)}{L(0)} = \frac{L(d, x)}{L(0)} = \frac{E(d, \rho)}{E(d, 0)} \cdot \frac{1}{\cos^4 \left[\text{tg}^{-1} \left(\frac{x}{d} \right) \right]} = E_{rel}(d, x) \cdot \frac{1}{\cos^4 \left[\text{tg}^{-1} \left(\frac{x}{d} \right) \right]} \quad (4.6)$$

La radianza relativa $L_{rel}(\delta)$, come dimostreremo in dettaglio nel prossimo capitolo, corrisponde all'efficienza relativa del concentratore $\eta_{rel}(\delta) = \eta(\delta) / \eta(0)$. Nel caso specifico, essendo $\eta(0) = 1.0$, l'efficienza relativa corrisponde a quella assoluta. Il profilo di $L_{rel}(\delta)$, e quindi di $\eta_{rel}(\delta)$, ottenuto col metodo inverso è sovrapposto in Fig. 4.6(b) a quello ottenuto col metodo diretto. Il confronto mostra che i due metodi sono equivalenti e che da essi si ottiene la stessa curva di efficienza e quindi anche lo stesso angolo di accettazione. Col metodo inverso misuriamo, infatti, $\delta_{acc}(50\%) = 5.0 \pm 0.1^\circ$. Questo risultato rilevante dimostra la possibilità di caratterizzare

concentratori di tipo “senza immagine” per mezzo di un semplice schema di simulazione e attraverso una singola elaborazione. In linea di principio il metodo inverso può essere applicato anche ad altri concentratori, sia a lente che a specchio, del tipo “con immagine” o “image forming”, come verrà dimostrato più avanti. Il metodo inverso può essere applicato, oltre che attraverso una simulazione ottica, anche attraverso una misura sperimentale di laboratorio, come mostrato in Fig. 4.7. Si può usare un laser (la) come sorgente di luce per illuminare il target (ld). Per illuminare l'intera superficie del target, si usa un espansore di fascio (be), regolato spazialmente dal diaframma (di). Lo schermo (sc) viene poi movimentato di fronte al concentratore in modo da intercettare la luce retrodiffusa da quest'ultimo. Per ottenere la curva di efficienza, è necessario mantenere lo schermo, forato, a grande distanza dal CPC. L'immagine prodotta sullo schermo può essere poi registrata con una CCD orientata in posizione inclinata. In questo caso, la mappa d'irradianza dovrà essere elaborata per correggere gli effetti di prospettiva e per tener conto delle proprietà diffusive non lambertiane dello schermo (sc). A tal proposito può essere utile utilizzare un codice specifico da noi elaborato allo scopo di caratterizzare fasci di luce concentrata [10].

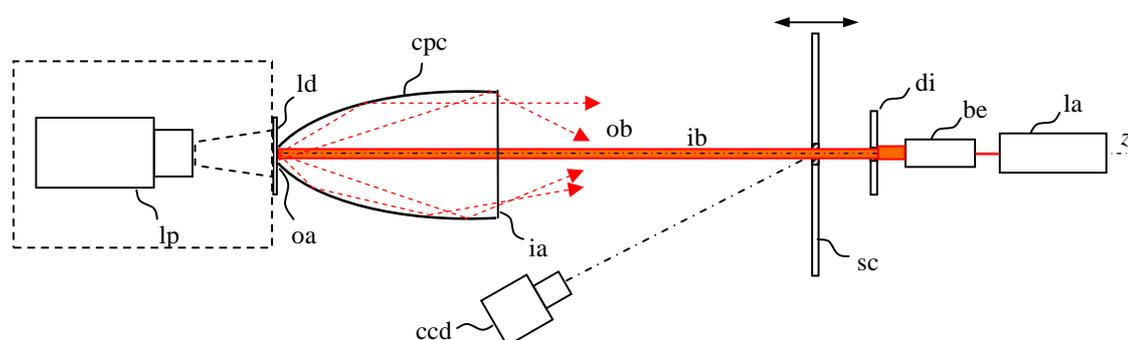


Figura 4.7. Setup sperimentale relativo al metodo inverso. La lampada (lp) nel box può essere usata al posto del laser (la) se è preferita l'illuminazione sulla parte posteriore. In tal caso è sufficiente che la lampada (lp) illumini il diffusore (ld) in maniera uniforme. Con questa configurazione, la CCD può essere allineata con l'asse z sulla parte destra dello schermo.

In uno schema alternativo, impiegando un diffusore Lambertiano semitrasparente, il fascio di luce può essere applicato dalla parte posteriore del CPC, con il vantaggio che, data la libertà di spazio presente con questa configurazione, si può impiegare una lampada che produca un fascio d'intensità uniforme, non necessariamente collimato. In questo caso lo schermo non dovrà essere forato e potrà muoversi liberamente di fronte al CPC. [6, 9, 10, 11, 14, 16]

4.2.2 Teoria del metodo inverso

La Fig. 4.8 mostra schematicamente un concentratore solare (cs) illuminato in modo diretto da un fascio collimato uniforme, ovvero da un'onda piana incidente ad un angolo δ rispetto all'asse ottico z .

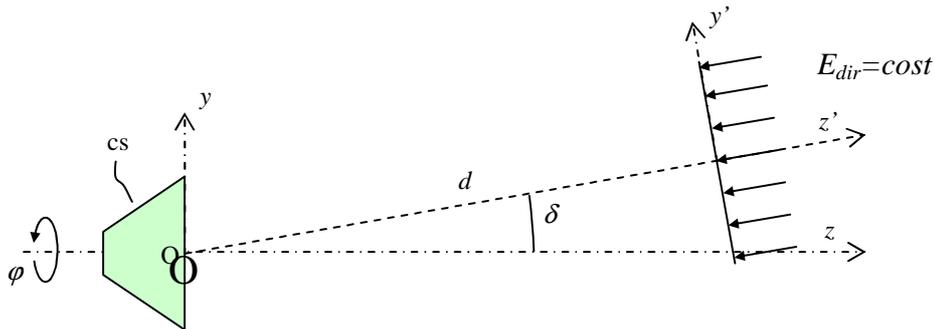


Figura 4.8. Rappresentazione schematica di un concentratore solare (cs) illuminato da un'onda piana.

L'onda piana è caratterizzata da un'irradianza costante E_{dir} sul piano x'/y' del fronte d'onda. Se $\Phi_{in}(\delta)$ è il flusso incidente sul concentratore e $\Phi_{out}(\delta, \varphi)$ è il flusso in uscita dal concentratore, allora definiamo l'efficienza ottica come:

$$\eta(\delta, \varphi) = \Phi_{out}(\delta, \varphi) / \Phi_{in}(\delta) = \Phi_{out}(\delta, \varphi) / E_{dir} \cdot A_{in} \cdot \cos \delta \quad (4.7)$$

dove A_{in} è l'area dell'apertura d'ingresso di (cs). Nell'ipotesi in cui non vi siano perdite ottiche nel concentratore, possiamo raffigurare l'efficienza ottica in maniera molto semplice proiettando l'apertura d'ingresso lungo la direzione (δ, φ) e individuando, sulla superficie proiettata, due diverse regioni, una attraversata dai raggi raccolti e una attraversata dai raggi respinti. Per semplicità, coloriamo diversamente le due regioni, verde e con area A_v quella dei raggi raccolti e nera con area A_n quella dei raggi respinti. Possiamo allora riscrivere l'espressione dell'efficienza ottica come:

$$\eta(\delta, \varphi) = A_v(\delta, \varphi) / (A_n(\delta, \varphi) + A_v(\delta, \varphi)) = A_v(\delta, \varphi) / A_{tot}(\delta) = A_v(\delta, \varphi) / A_{in} \cdot \cos \delta \quad (4.8)$$

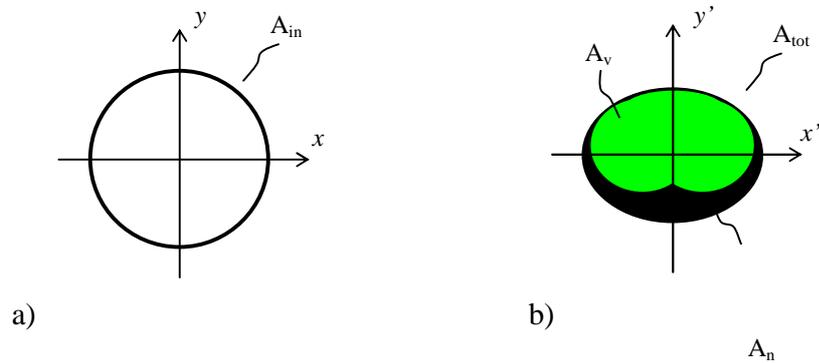


Figura 4.9. In (a) è rappresentata l'apertura d'ingresso del concentratore, in (b) la sua proiezione lungo la direzione (δ, φ) .

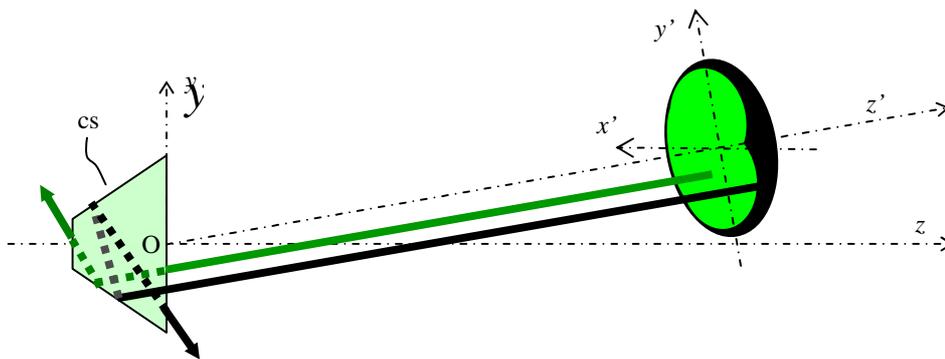


Figura 4.10. I raggi passanti per la regione verde vengono raccolti, quelli passanti per la regione nera vengono respinti. La proiezione dell'area di ingresso del (cs) sul piano x'/y' è mostrata in prospettiva per semplicità.

Se ora immaginiamo di proiettare dei raggi elementari dalle diverse zone della superficie proiettata, avremo due possibilità: i raggi saranno raccolti o respinti a seconda della regione di provenienza (vedi Fig. 4.10). Al contrario, se immaginiamo di invertire il senso dei raggi, troveremo che, qualunque raggio emesso dal ricevitore verso destra verrà raccolto sull'apertura d'ingresso di (cs). Non solo, ma l'insieme dei raggi emessi dal ricevitore verso destra lungo una particolare direzione costituisce l'insieme di tutti quei raggi che, in direzione opposta, ovvero secondo il metodo diretto, sarebbero raccolti dal concentratore. Il flusso emesso verso destra nella direzione (δ, φ) dovrà quindi necessariamente corrispondere al flusso raccolto verso sinistra nella stessa direzione.

Ma il flusso raccolto verso sinistra, normalizzato all'area proiettata dell'apertura d'ingresso secondo la (4.7) o (4.8), è proporzionale all'efficienza ottica del concentratore; di conseguenza, anche il flusso emesso verso destra, normalizzato anch'esso all'area proiettata dell'apertura d'ingresso, è proporzionale all'efficienza ottica del concentratore.

Ma il flusso emesso verso destra nella generica direzione (δ, ρ) , normalizzato all'area proiettata, è proporzionale alla radianza del concentratore verso la stessa direzione. Ne consegue che la radianza del concentratore è proporzionale alla sua efficienza ottica, ovvero la radianza relativa (a $\delta=0^\circ$) del concentratore corrisponde alla sua efficienza ottica relativa (a $\delta=0^\circ$).

Vediamo ora come sarebbero distribuiti spazialmente e angolarmente i raggi sul ricevitore qualora irradiassimo il concentratore con un insieme di onde piane, di cui è riportato un esempio in Fig. 4.8, caratterizzate dalla stessa intensità E_{dir} e distribuite in maniera continua su tutto l'emisfero frontale. Se immaginiamo di invertire il percorso dei raggi e di considerare un qualunque punto P sul ricevitore e una qualsiasi direzione di emissione a partire da esso, dobbiamo convenire che la radianza associata a questa emissione deve essere costante per tutti i punti e per tutte le direzioni in considerazione del fatto che l'emissione deve produrre, sull'emisfero frontale del concentratore, la stessa radianza qualsiasi sia la direzione di uscita del flusso considerato. In maniera equivalente possiamo dire che il flusso emesso da qualsiasi punto P del ricevitore, entro l'angolo solido unitario e per una sezione unitaria della proiezione della superficie emettitrice nella direzione di emissione, deve essere costante. Queste caratteristiche corrispondono a una sorgente con emissione uniforme e radianza costante, ovvero a una sorgente di tipo Lambertiano.

Questo concetto può essere meglio illustrato prendendo in considerazione un fascio elementare di luce di sezione ortogonale dS e flusso $d\Phi$ incidente in direzione δ_{in} all'ingresso del concentratore secondo il metodo diretto, ovvero da destra verso sinistra (vedi Fig. 4.11a). Se il fascio elementare è raccolto in uscita senza perdite (per assorbimento o diffusione) in direzione δ_{out} , allora avremo in uscita (oa) lo stesso flusso elementare $d\Phi$ proiettato lungo la direzione δ_{out} attraverso la sezione ortogonale dS costante. Entro l'angolo solido unitario avremmo quindi un flusso per unità di area proiettata, ovvero una radianza, pari a $d\Phi / dS$. Essendo $d\Phi$ e dS costanti per ogni fascio elementare raccolto, possiamo concludere che l'insieme dei raggi raccolti sull'apertura d'uscita (oa) del concentratore costituisce un flusso uniforme a radianza costante, caratteristico di una sorgente Lambertiana. Se ora immaginiamo di invertire il percorso dei fasci elementari (vedi Fig. 4.11b), l'insieme di essi costituirà, in corrispondenza dell'apertura d'uscita

(oa) e da sinistra verso destra, una sorgente uniforme a radianza costante, ovvero ancora una sorgente Lambertiana. Ancora dalla Fig. 4.11 notiamo che il fascio elementare di flusso $d\Phi$ attraversa l'apertura (oa) producendo un'irradianza (flusso per unità di superficie) pari a:

$$d\Phi/dS' = (d\Phi/dS) \cdot \cos\delta_{out} = \text{cost} \cdot \cos\delta_{out} \quad (4.9)$$

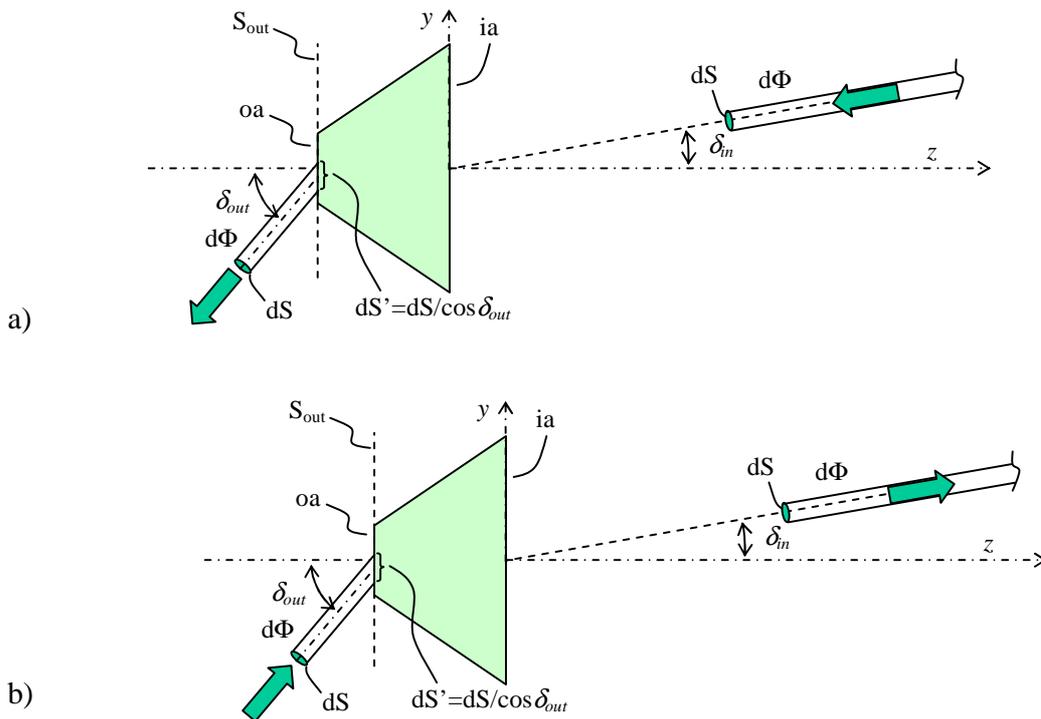


Figura 4.11. Schematizzazione dell'irraggiamento del concentratore con un fascio elementare di luce. (a) Metodo diretto; (b) metodo inverso.

Possiamo esprimere meglio quanto detto sinora a proposito della sorgente lambertiana considerando di nuovo le Figg. 4.11(a) e (b). Il fascio elementare di flusso $d\Phi$ e sezione dS attraversa il piano trasversale S_{out} dell'apertura d'uscita ad un angolo generico δ_{out} e intercetta tale superficie su un'area $dS' = dS/\cos\delta_{out}$. Il flusso emesso dall'unità di superficie di S_{out} , verso sinistra nel metodo diretto o verso destra nel metodo inverso, in direzione δ_{out} e per angolo solido unitario, è pari allora a:

$$I_{uni}(\delta_{out}) = (d\Phi/dS) \cdot \cos\delta_{out} = \text{cost} \cdot \cos\delta_{out} \quad (4.10)$$

Esso corrisponde all'intensità radiante, espressa in W/sr, della sorgente di radiazione relativa all'unità di superficie di S_{out} . La corrispondente radianza $L_{uni}(\delta_{out})$ si ottiene dividendo $I_{uni}(\delta_{out})$ per la proiezione dell'area unitaria verso la direzione δ_{out} , ovvero per $\cos(\delta_{out})$:

$$L_{uni}(\delta_{out}) = I_{uni}(\delta_{out}) / \cos \delta_{out} = d\Phi / dS = \text{cost} \quad (4.11)$$

Le Eq. (4.10) e (4.11) mostrano quindi con chiarezza che l'unità di superficie di S_{out} dell'apertura di uscita del concentratore si comporta, sia in direzione diretta che inversa, come una sorgente per la quale l'intensità radiante varia come il $\cos(\delta_{out})$ e la radianza è costante. Estendendo questo concetto a tutta la superficie dell'apertura di uscita del concentratore, abbiamo per l'intensità radiante:

$$I(\delta_{out}) = (d\Phi/dS) \cdot \cos \delta_{out} = \text{cost} \cdot \cos \delta_{out} \quad (4.12)$$

e per la radianza:

$$L(\delta_{out}) = I(\delta_{out}) / \cos \delta_{out} = d\Phi / dS = \text{cost} \quad (4.13)$$

Questi sono due modi equivalenti per esprimere il carattere di Lambertianità di una sorgente piana.

Consideriamo ora il caso generale in cui vi siano perdite ottiche nel concentratore. Consideriamo ancora un fascetto elementare di luce incidente sull'apertura d'ingresso (ia) lungo la direzione (δ, φ) e di flusso $d\Phi$. Il fascetto uscirà dal concentratore attenuato, con flusso $d\Phi^{dir}$ dato da:

$$d\Phi^{dir}(\delta, \varphi) = \eta(\delta, \varphi) \cdot d\Phi \quad (4.14)$$

Questa situazione corrisponde al metodo diretto. Il fascetto, durante il passaggio nel concentratore, avrà subito, nel caso più generale, riflessioni e rifrazioni alle interfacce presenti. Immaginiamo ora di invertire il percorso dei raggi. Assegniamo al fascetto elementare emesso dall'apertura di uscita (oa) verso destra ancora un flusso elementare $d\Phi$. Essendo che le leggi

della riflessione e della rifrazione non dipendono dal senso di percorrenza del cammino ottico, il fascetto con flusso $d\Phi$ subirà, nel percorso inverso, la stessa attenuazione che nel percorso diretto e uscirà verso destra dall'apertura d'ingresso (ia) con un flusso:

$$d\Phi^{inv}(\delta, \varphi) = \eta(\delta, \varphi) \cdot d\Phi \quad (4.15)$$

Ne consegue che la radianza corrispondente all'emissione in senso inverso nella direzione (δ, φ) sarà proporzionale all'efficienza ottica del concentratore:

$$L^{inv}(\delta, \varphi) = cost \cdot \eta(\delta, \varphi) \quad (4.16)$$

e ancora avremo per la radianza inversa relativa:

$$L_{rel}^{inv}(\delta, \varphi) = \frac{L^{inv}(\delta, \varphi)}{L^{inv}(0)} = \eta_{rel}(\delta, \varphi) = \frac{\eta(\delta, \varphi)}{\eta(0)} \quad (4.17)$$

Se poniamo allora di fronte al concentratore e a grande distanza d da esso, con d molto maggiore delle dimensioni lineari dell'apertura d'ingresso (ia), uno schermo (sc) per la raccolta della luce proiettata, misureremo sullo schermo, nel punto P a distanza \bar{a} dall'origine O, un'irradianza $E^{inv}(d, \bar{a})$ (vedi Fig. 4.12).

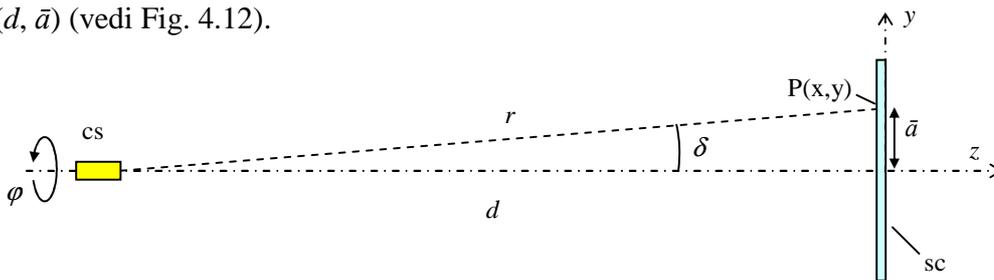


Figura 4.12. Schema dell'irraggiamento inverso prodotto dal concentratore (cs) sullo schermo (sc) posto a grande distanza dal concentratore.

Dall'irradianza $E^{inv}(d, \bar{a})$, espressa in W/m^2 e funzione del punto $P(x,y)$ sullo schermo, dobbiamo risalire alla radianza $L(\delta)$, espressa in W/m^2sr , funzione dell'angolo di emissione da parte del concentratore. Consideriamo l'elemento di superficie sullo schermo, ΔS , centrato sul punto $P(x,y)$. Il flusso che attraversa questa superficie unitaria è pari a $E \cdot \Delta S$ (in W) e quindi corrisponde a una radianza pari a:

$$L(\delta) = \frac{E(P) \cdot \Delta S}{\Delta \Omega \cdot A_{in} \cdot \cos \rho} \quad (4.18)$$

dove $\Delta \Omega$ è l'angolo solido sotteso dalla superficie ΔS sullo schermo, che è uguale a:

$$\Delta \Omega = \frac{\Delta S \cos \delta}{r^2} = \frac{\Delta S \cos \delta}{(d / \cos \delta)^2} = \frac{\Delta S}{d^2} \cos^3 \delta \quad (4.19)$$

Da cui troviamo per la radianza:

$$L(\delta) = \frac{E \cdot \Delta S}{\Delta \Omega \cdot A_{in} \cdot \cos \delta} = \frac{E \cdot \Delta S \cdot d^2}{\Delta S \cos^3 \delta \cdot A_{in} \cdot \cos \delta} = \frac{E \cdot d^2}{A_{in} \cdot \cos^4 \delta} \quad (4.20)$$

Dalla (4.20) ricaviamo infine per la radianza normalizzata per $\theta = 0$:

$$L_{rel}(\delta) = \frac{L(\delta)}{L(0)} = \left(\frac{E(P) \cdot d^2}{A_{in} \cos^4 \delta} \right) / \left(\frac{E(0) \cdot d^2}{A_{in}} \right) = E_{rel} \frac{1}{\cos^4 \delta} \quad (4.21)$$

Quindi è sufficiente moltiplicare l'irradianza sullo schermo per il fattore di correzione $1/\cos^4 \delta$ per ottenere la radianza, anche se questo fattore, per piccoli valori di δ , ha un peso poco rilevante. [6, 9, 10, 11, 14, 16]

4.3 Studio sulle sorgenti lambertiane

Abbiamo già visto le caratteristiche di una sorgente lambertiana e perché è fondamentale nel metodo inverso. La prima parte del lavoro in laboratorio di questa tesi ha riguardato la ricerca di una sorgente luminosa che si avvicinasse il più possibile ad una sorgente lambertiana.

L'oggetto che in letteratura meglio approssima una sorgente lambertiana è la sfera integratrice (vedi appendice C). In laboratorio ne disponevamo di una da 6'' circa di diametro e con tre porte d'ingresso (B1, B2, B3), vedi figura 4.14.