



**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FERRARA**

**FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI**

*CORSO DI LAUREA SPECIALISTICA IN FISICA*

**STUDIO TEORICO E SPERIMENTALE DELL'EFFICIENZA  
OTTICA DI CONCENTRATORI SOLARI RIFRATTIVI CON  
METODO DIRETTO E INVERSO**

**Relatore**

*Antonio Parretta*

**Correlatori**

*Raffaele Fucci*

*Carminc Cancro*

**Controrelatore**

*Francesco Pedrielli*

**Laureando**

*Francesco Aldegheri*

*Anno Accademico 2009/2010*



## Indice generale

<b>INTRODUZIONE</b> .....	5
<b>CAPITOLO 1 OTTICA GEOMETRICA</b>	
1.1 Grandezze radiometriche e fotometriche.....	7
1.2 Ray Tracing.....	9
1.3 OPL e principio di Fermat.....	12
1.4 Étendue di un sistema ottico.....	14
1.4.1 Conservazione dell'étendue.....	16
1.4.2 Étendue come quantità geometrica.....	22
1.4.3 Étendue nello spazio delle fasi (o étendue generalizzato).....	25
<b>CAPITOLO 2 CONCENTRAZIONE SOLARE</b>	
2.1 Rapporto di concentrazione.....	29
2.1.1 Formulazione termodinamica del rapporto massimo teorico di concentrazione..	31
2.1.2 Formulazione ottica del rapporto massimo teorico di concentrazione.....	35
2.2 Sistemi IO.....	36
2.2.1 Proprietà basilari dei sistemi IO.....	37
2.2.2 Lo specchio parabolico.....	39
2.2.3 Proprietà per l'idealità di un sistema IO a concentrazione.....	43
2.2.4 Aberrazioni dei sistemi IO.....	45
2.2.5 Effetti delle aberrazioni sui sistemi IO.....	49
2.2.6 L'esempio del telescopio VLT .....	51
2.3 Sistemi NIO.....	53
2.3.1 Metodo delle stringhe o Edge Ray principle.....	54
2.3.2 Il Compound Parabolic Concentrator (CPC).....	56
2.4 Invariante di momento ottico (Skew Invariant).....	62
<b>CAPITOLO 3 METODI DI CARATTERIZZAZIONE OTTICA UTILIZZATI</b>	
3.1 Il principio di reversibilità del cammino ottico.....	63
3.2 Il metodo diretto collimato (MDC).....	65
3.2.1 Teoria del Metodo Diretto Collimato.....	66
3.2.2 MDC applicato al concentratore Phocus®.....	71
3.3 Metodo Inverso (MI).....	79

3.3.1 Basi teoriche del Metodo Inverso.....	80
3.3.2 Efficienza di trasmissione relativa ricavata con il metodo inverso.....	82
3.3.3 Efficienza di trasmissione assoluta ricavata con il metodo inverso.....	86
3.3.4 Metodo inverso applicato al concentratore Phocus®.....	88
3.4 Simulazioni con Tracepro®.....	92
<b>CAPITOLO 4 RISULTATI SPERIMENTALI</b>	
4.1 Il concentratore Phocus®.....	97
4.2 Risultati delle simulazioni con Tracepro.....	104
4.3 Risultati del metodo diretto sperimentale.....	109
4.3.1 Prove con filtri colorati.....	113
4.4 Risultati Metodo inverso sperimentale.....	115
4.4.1 Efficienza assoluta ricavata con il metodo inverso.....	120
<b>CONCLUSIONI</b> .....	123
<b>BIBLIOGRAFIA</b> .....	125
<b>RINGRAZIAMENTI</b> .....	127

## INTRODUZIONE

A partire dalla prima rivoluzione industriale uno dei problemi fondamentali che l'umanità si è trovata a dover risolvere è la reperibilità di fonti energetiche che ne permettessero lo sviluppo e la crescita. Affinché una nazione potesse progredire nel processo di modernizzazione il fabbisogno energetico delle proprie infrastrutture doveva essere soddisfatto; nel corso degli anni sono state sfruttate svariate fonti energetiche, come carbone fossile, petrolio, energia nucleare, ma tutte queste tecnologie si sono dimostrate inadeguate a causa della loro limitatezza. Ai nostri giorni, inoltre, la raggiunta consapevolezza da parte dell'umanità che il proprio comportamento influenzi lo stato di salute del nostro pianeta ha portato alla ribalta la questione dello sviluppo sostenibile, ovvero di una crescita che non danneggi l'ambiente che ci circonda. È diventata quindi necessaria la ricerca di fonti energetiche alternative che possano soddisfare la crescente domanda mondiale di energia mantenendo costi accessibili.

Tra le varie fonti energetiche rinnovabili in esame, l'energia solare (in particolare quella di tipo fotovoltaico) è sicuramente una delle più promettenti, in quanto garantirebbe un tempo di sfruttamento praticamente infinito e non sarebbero necessarie tecnologie troppo complicate per il suo utilizzo. Allo stato attuale la tecnologia di tipo fotovoltaico contribuisce solo in piccola parte alla produzione di energia mondiale a causa dei costi ancora troppo elevati; a questo scopo sono state intraprese strade diverse per ottenere una soluzione al problema.

Un primo modo riguarda la riduzione dei costi per la produzione dei materiali necessari alla fabbricazione dei pannelli fotovoltaici, in particolare i processi con i quali si ottiene il silicio cristallino, o al più la ricerca di materiali alternativi a quelli attuali (materiali organici, materiali nanostrutturati).

Una seconda strada riguarda l'utilizzo di sistemi a concentrazione che, a parità d'area di modulo affacciata al sole, possano sostituire il costoso materiale convertitore (silicio e altri materiali, appunto) con più economico materiale concentratore (lenti, specchi). Questa seconda via permetterebbe inoltre di incrementare l'efficienza (>30-40%) del sistema di

sfruttamento dell'energia solare; in questo caso l'attenzione si sposta dal pannello fotovoltaico all'ottica della concentrazione.

La ricerca sui sistemi a concentrazione ha portato allo sviluppo di svariati tipi di concentratori che si differenziano tra loro in base a forma, materiali o tipo di ottica utilizzati. Esistono quindi concentratori riflessivi e rifrattivi, di tipo imaging (IO) e di tipo non-imaging (NIO), sistemi ottici elementari o con la presenza di concentratori secondari.

In questa tesi verrà trattato in particolare il caso dei concentratori rifrattivi a lente prismatica e a lente ibrida utilizzati nel concentratore Phocus® sviluppato dall'Enea, con la presenza o meno di un concentratore secondario studiato per aumentarne l'efficienza. Lo studio è stato effettuato sia in modo teorico tramite simulazioni effettuate per mezzo del programma Tracepro® sia sperimentalmente nel laboratorio di ottica presso la facoltà di fisica dell'università di Ferrara con i metodi diretto e il più innovativo metodo inverso.

Nei primi due capitoli verranno trattate le basi teoriche sulle quali si basa questo lavoro, ovvero le teorie dell'ottica geometrica e sulla concentrazione solare.

Nel terzo capitolo verranno elencati e descritti i metodi di caratterizzazione teorica e sperimentale, presentando come è avvenuto il set-up delle strumentazioni.

Nel quarto capitolo, dopo la presentazione del modulo a concentrazione rifrattivo Phocus® elencandone le caratteristiche principali, verranno infine presentati i risultati ottenuti dalle simulazioni teoriche e successivamente quelli delle analisi sperimentali.

# CAPITOLO 1

## OTTICA GEOMETRICA

Prima di trattare la concentrazione solare e i sistemi con la quale viene realizzata è opportuno effettuare un riepilogo sull'ottica geometrica. Tale teoria è stata ed è tuttora utilizzata ampiamente nei problemi fisici riguardanti la luce, e pur non essendo completa ha portato a risultati utili alla realizzazione di concentratori solari. Si usa l'idea intuitiva di raggio di luce, definito come il percorso lungo il quale l'energia del raggio viaggia, abbinata alle superfici che riflettono e trasmettono la luce (basti pensare alle ben note leggi della *riflessione* e di *Snell*). Verranno quindi definite le grandezze ottiche trattate e i principi utilizzati nelle analisi effettuate.

### **1.1 Grandezze radiometriche e fotometriche**

Nel campo degli studi sulla luce e le sue applicazioni vengono distinte due discipline: la *fotometria* e la *radiometria*. La fotometria si occupa dello studio dell'energia luminosa, ovvero dell'energia raggiante tenendo conto della risposta della retina umana. La radiometria si occupa invece di tutto lo spettro delle onde elettromagnetiche, comprese quelle invisibili all'uomo. Tale distinzione è necessaria in quanto l'occhio umano è a tutti gli effetti un sensore di luce, e quindi possiede una sua tipica risposta all'esposizione alla radiazione. Una discussione approfondita riguardo le caratteristiche dell'occhio umano esula gli scopi di questa tesi, per cui ci limiteremo a dare una base che permetta di descrivere le differenze tra le due discipline.

Usualmente vengono distinte per l'occhio umano due tipi di visioni: quella fotopica e quella scotopica. La visione fotopica è la visione dovuta unicamente all'attività dei *coni* della retina. Si tratta del tipo di visione che ad un determinato livello di illuminazione, superiore ad un certo minimo, consente di rilevare *differenze cromatiche*. Costituisce il meccanismo principale della visione diurna. La visione scotopica è la visione monocromatica dovuta

all'attività dei *bastoncelli* della retina. Si tratta del tipo di visione che rileva differenze di illuminazione ma non differenze cromatiche (permettendo solo una visione in bianco e nero), e costituisce il meccanismo principale della visione al buio.

In fotometria viene presa come risposta dell'occhio umano alla luce la curva della risposta fotonica (figura 1.1 ).

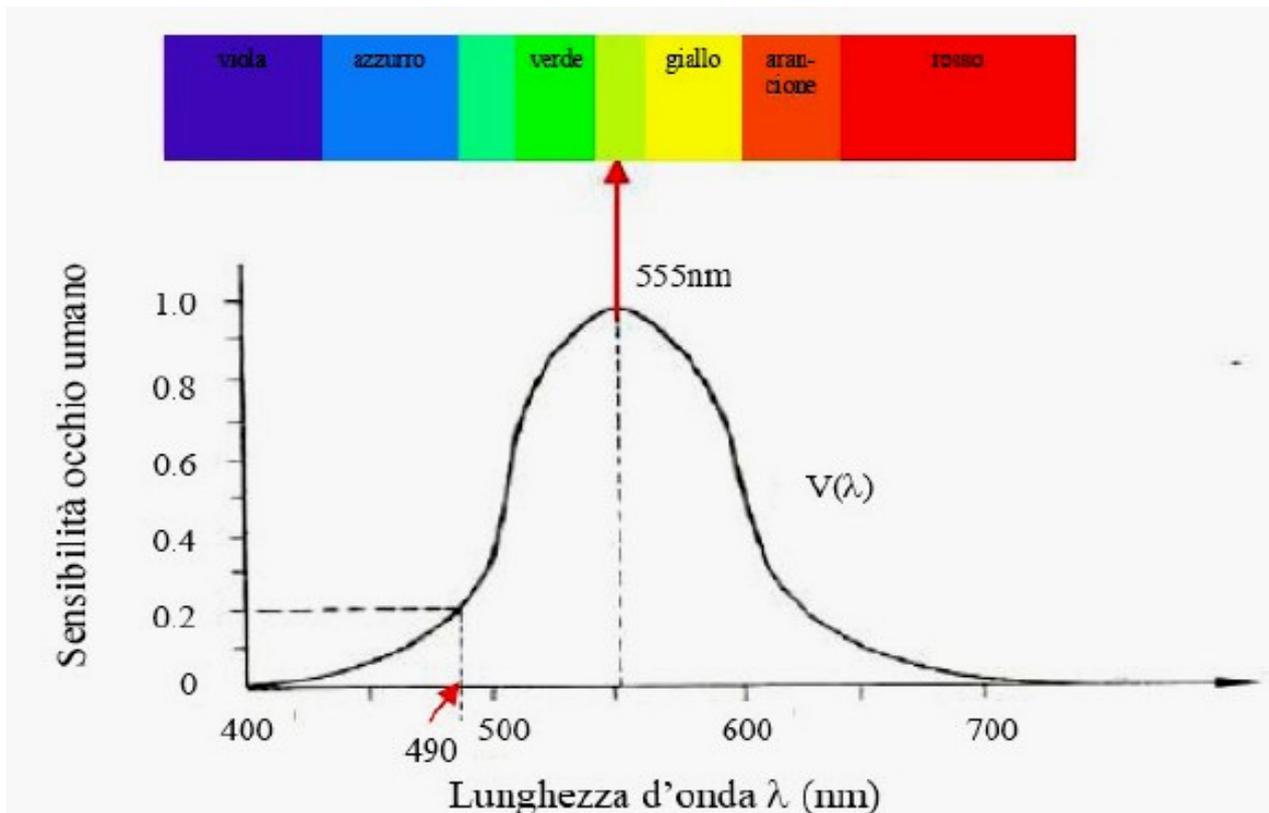


Figura 1.1:  $V(\lambda)$  rappresenta la media delle risposte ottenute da un campione di osservatori ad un determinato livello di illuminazione considerando la visione fotonica. Il massimo si trova attorno i 555nm.

Come è possibile vedere, la risposta dell'occhio umano è diversa da zero solo in un range compreso all'incirca tra i 400nm e i 700 nm.

Riportiamo ora le principali grandezze radiometriche insieme alle corrispettive grandezze fotometriche:

- *Flusso di energia radiante  $\phi$*  :rappresenta la potenza luminosa, ovvero l'energia per unità di tempo. Si misura in *watt* (W). In fotometria esiste il *flusso luminoso* misurato in *lumen* (lm);
- *Intensità di radiazione  $I$*  : indica il flusso per unità di angolo solido  $\Omega$  e l'unità di misura è il watt/sr (sr = steradiante). In fotometria si parla sempre di *intensità*

*luminosa*, misurata in *candele* ( $\text{cd} = \text{lm}/\text{sr}$ );

- *Irradianza E* : indica il flusso per unità di superficie (sia essa una sorgente di radiazione o semplicemente attraversata da essa) e viene misurata in  $\text{watt}/\text{m}^2$ . In fotometria si distinguono i due casi: se si tratta di una superficie illuminata da una sorgente, si parla di *illuminamento* e si misura in *lux* ( $\text{lm}/\text{m}^2$ ); nel caso si consideri una superficie emittente l'unità di misura resta la medesima, ma la quantità prende il nome di *luminosità*;
- *Radianza L*: indica l'intensità di radiazione per unità di area e si misura in  $\text{W}/\text{sr}\cdot\text{m}^2$ . In fotometria le corrisponde la *brillanza* (o *luminanza*), misurata in nit ( $\text{nt} = \text{cd}/\text{m}^2$ ).

Per i nostri scopi è importante anche la risposta dei materiali alla luce. Definiamo quindi la *trasmissione*  $\tau$ , la *riflettanza*  $\rho$  e l'*assorbanza*  $\alpha$ . Sia A la luce incidente su un materiale, B la luce trasmessa e C la luce riflessa, allora;  $\tau = B/A$ ,  $\rho = C/A$  e  $\alpha = (A-B-C)/A$ .

Un concetto molto importante che verrà più volte riportato in questa tesi è il concetto di *lambertianità*. Una sorgente è lambertiana quando ha *radianza costante* in tutte le direzioni. Per di più, la distribuzione direzionale della luce scatterata è indipendente da quella della luce incidente. Guardando una superficie lambertiana è impossibile dire da dove provenga la luce incidente. Una superficie lambertiana ha idealmente una riflettanza del 100%, sperimentalmente si trova che le superfici più riflettenti ( $\rho > 90\%$ ) sono quelle con caratteristiche lambertiane più spiccate. Non esistono quindi superfici perfettamente lambertiane, ma molti materiali ne sono buone approssimazioni su un vasto range di angoli di incidenza e di vista.

## **1.2 Ray Tracing**

Gran parte del lavoro di progetto ed analisi dei concentratori comporta il *raytracing*, ovvero il seguire il percorso dei raggi attraverso un sistema di superfici riflettenti e rifrangenti. Il raytracing è ben noto in molti sistemi a lenti, dove abbiamo forme semplici ed elevato grado di simmetria quali porzioni di sfera, ma nei sistemi a concentrazione il tutto si complica a causa dei molteplici tipi di forme e materiali con i quali si ha a che fare, e quindi sarà conveniente stabilire e sviluppare il metodo dall'inizio.

Nell'ottica geometrica rappresentiamo la densità di potenza attraverso una superficie con la densità di raggi che interseca la superficie e la potenza totale con il numero di raggi. Queste

nozioni seguono dal concetto di linee di forza, usato in elettrostatica. Prendiamo  $N$  raggi distribuiti uniformemente sull'apertura di un concentratore ed incidenti con un angolo  $\theta$ , come mostrato in figura 1.2. Supponiamo che dopo aver tracciato i raggi solo una parte  $N'$  di questi, con  $N' < N$ , emerga dall'apertura di uscita. I rimanenti  $N-N'$  raggi sono persi a causa di processi che spiegheremo oltre. Quindi *la potenza di trasmissione per l'angolo  $\theta$  è data da  $N'/N$* . Questo si può estendere fino a coprire il range di angoli  $\theta$  richiesto. Ovviamente bisogna prendere  $N$  grande per avere in considerazione tutti i percorsi possibili dei raggi all'interno del concentratore.

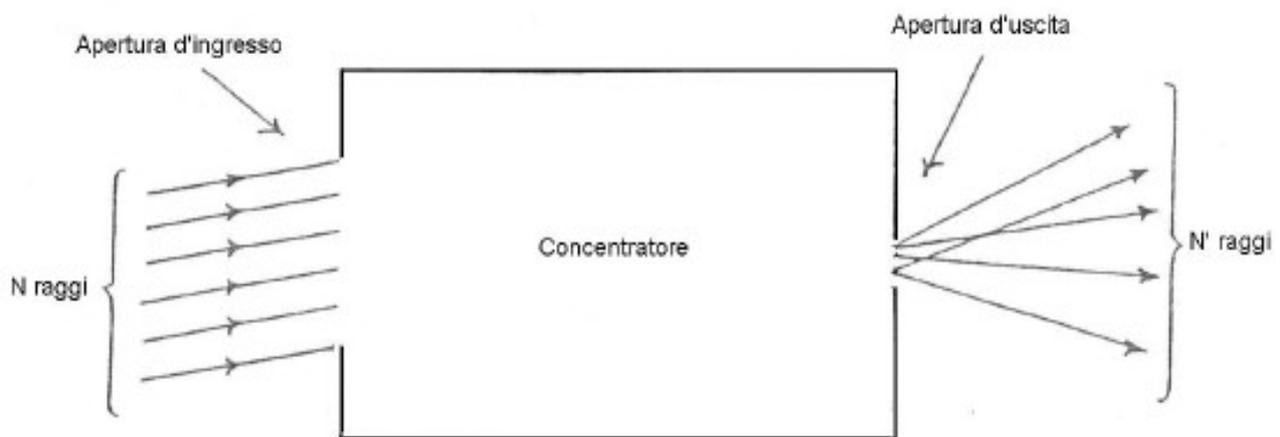


Figura 1.2: determinazione della trasmissione di un concentratore dal ray tracing

Per formulare una procedura di ray tracing adatta ad ogni situazione, è però conveniente mettere le leggi di riflessione e rifrazione in forma vettoriale. La figura 1.3 mostra la geometria con vettori unitari  $\mathbf{r}$  ed  $\mathbf{r}'$  lungo il raggio incidente e riflesso ed il vettore unitario  $\mathbf{n}$  lungo la normale che punta sulla superficie riflettente.

Vettorialmente, quindi, la legge di riflessione può essere scritta come:

$$\vec{r}' = \vec{r} - 2(\vec{n} \cdot \vec{r})\vec{n} \quad (1.1)$$

Così per fare il ray tracing attraverso una superficie riflettente dobbiamo prima trovare il punto d'incidenza, un problema di geometria che include la direzione del raggio in arrivo ed il profilo conosciuto della superficie. Poi dobbiamo trovare la normale al punto d'incidenza, un altro problema di geometria. Infine dobbiamo applicare l'equazione 1.1 per trovare la

direzione del raggio riflesso. Il passo viene ripetuto anche in presenza di riflessioni successive.

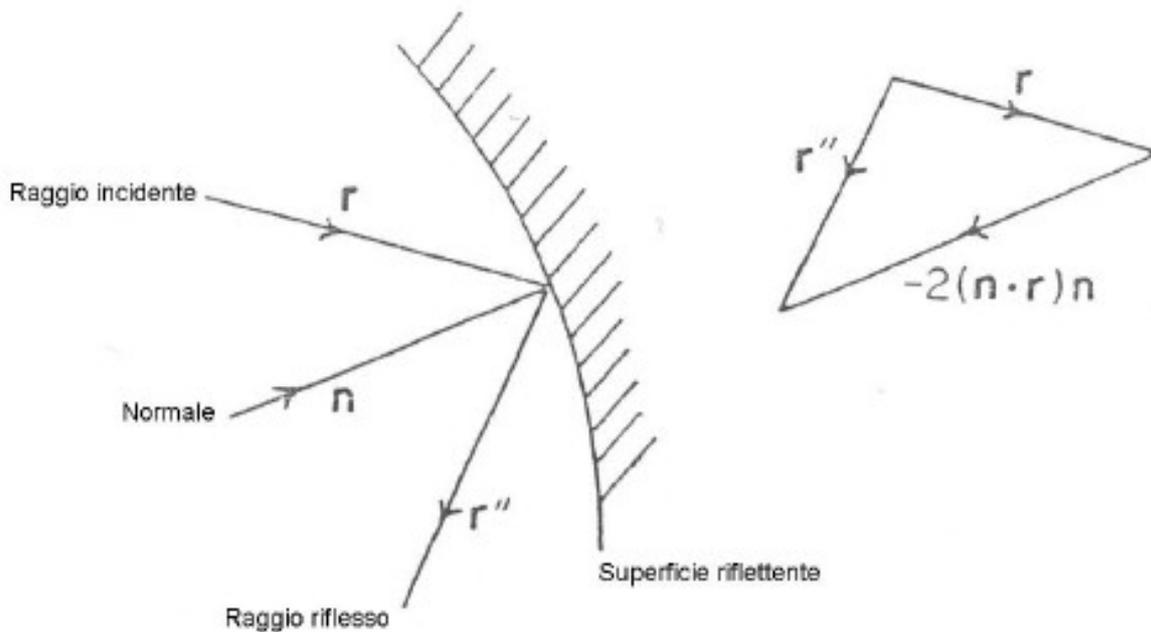


Figura 1.3: formulazione vettoriale della legge di riflessione,  $r$ ,  $r''$  e  $n$  sono vettori unitari.

Nel caso di una superficie rifrangente il procedimento è simile, prima però dobbiamo riformulare la legge di Snell in forma vettoriale. La forma usuale è:

$$n' \sin(I') = n \sin(I) \quad (1.2)$$

dove  $I$  e  $I'$  sono gli angoli di incidenza e di rifrazione mentre  $n$  e  $n'$  sono gli indici di rifrazione dei mezzi considerati. L'indice di rifrazione è un numero adimensionale dipendente dalla lunghezza d'onda pari al rapporto tra la velocità della luce nel vuoto,

indicata con  $c$ , e la velocità della luce in un mezzo ovvero  $n(\lambda) = \frac{c}{v(\lambda)}$ .

Sapendo che il prodotto vettoriale di due vettori unitari è il seno dell'angolo tra loro ricavo la forma vettoriale della legge:

$$n' \vec{r}' \times \vec{n} = n \vec{r} \times \vec{n} \quad (1.3)$$

che può essere riscritta in forma più utile al ray tracing:

$$n' \vec{r}' = n \vec{r} + (n' \vec{r}' \cdot \vec{n} - n \vec{r} \cdot \vec{n}) \vec{n} \quad (1.4)$$

La figura 1.4 mostra la schematizzazione effettuata.

Infine secondo l'espressione 1.2 si può constatare che, se della radiazione viaggia da un mezzo ad indice di rifrazione  $n$  verso un bordo con un altro indice di rifrazione  $n' < n$ , essendo impossibile avere  $\sin(I')$  maggiore dell'unità, essa è costretta ad essere completamente riflessa al bordo. Questo è il fenomeno della *riflessione totale*, e si osserverà in seguito che è un effetto utile da considerare per la progettazione di concentratori.

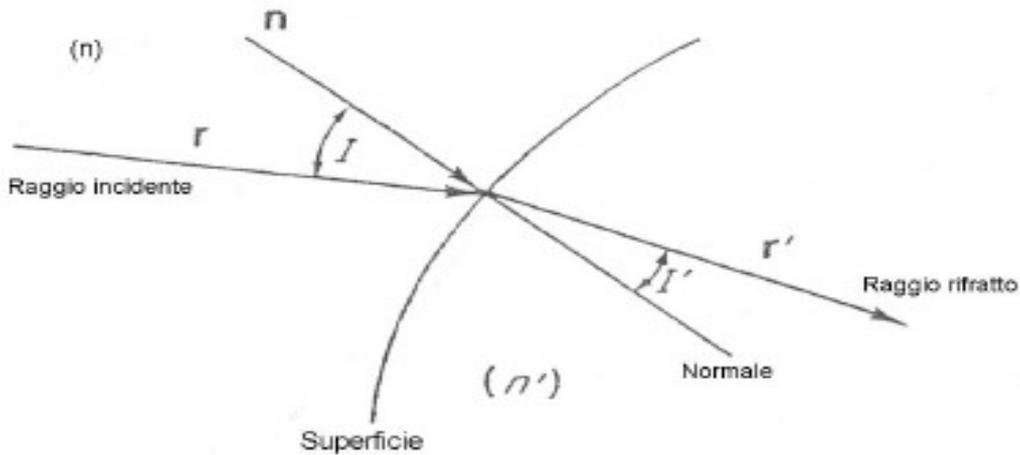


Figura 1.4: formulazione vettoriale della rifrazione

### 1.3 OPL e principio di Fermat

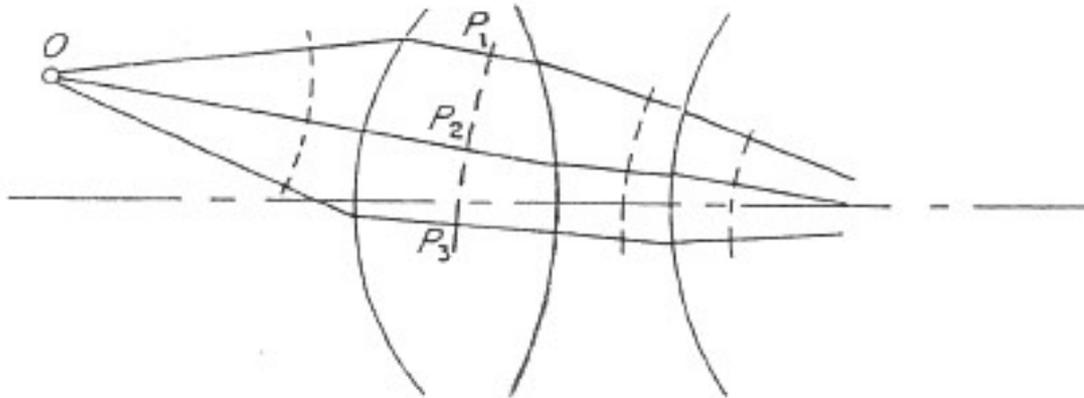
Esiste anche un modo alternativo per delineare i concetti fondamentali dell'ottica geometrica e le performance dei sistemi ottici. Come detto, la velocità di un raggio luminoso in un mezzo ad indice di rifrazione  $n$  è pari a  $c/n$ ; supponiamo che la distanza percorsa dal raggio considerato sia  $s$  in un tempo  $t = s \cdot n/c$ . La quantità  $S = n \cdot s$  è detta *lunghezza di cammino ottico* (dall'inglese OPL, ovvero Optical Path Length) corrispondente alla lunghezza  $s$ . Più in generale l'OPL viene scritto come:

$$S = \int n(s) ds \quad (1.5)$$

per una generica curva parametrizzata  $s(\sigma) = (x_1(\sigma), x_2(\sigma), x_3(\sigma))$  avente indice di rifrazione dipendente dalla posizione.

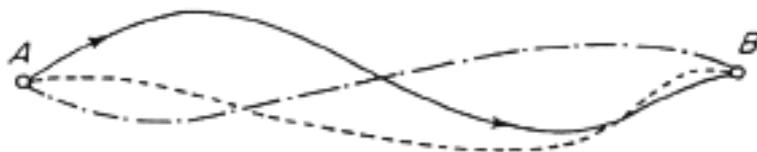
Supponiamo di avere una sorgente  $O$  che emette luce in un sistema ottico come in figura 1.5. Tracciamo alcuni raggi attraverso il sistema considerato e etichettiamo, lungo ognuno di essi, con  $P_1, P_2 \dots P_i$  quei punti che si trovano alla stessa lunghezza di cammino ottico rispetto al punto  $O$  dove c'è la sorgente. Tale procedura può essere ripetuta anche nel caso in

cui la radiazione passa attraverso un mezzo. I punti possono essere uniti tra loro fino a formare una superficie a fase costante per l'onda luminosa che si sta propagando (teoria ondulatoria della luce) chiamata *fronte d'onda geometrico* o semplicemente *fronte d'onda*.



*Figura 1.5:* Rappresentazione dei raggi luminosi e dei fronti d'onda geometrici (nelle linee segmentate)

Ora è possibile introdurre il Principio di Fermat, non così intuitivo come la legge della riflessione e quella della rifrazione fondamentale per l'ottica; si basa proprio sul concetto di cammino ottico. Per mezzo di questo principio si può predire il percorso fisicamente possibile per un raggio luminoso attraverso un mezzo ottico. Si immagini allora di disporre di un sistema ottico costituito da lenti e da specchi posizionati in un mezzo il cui indice di rifrazione si assume vari con continuità. Si vuole individuare il percorso della luce tra due punti *A* e *B*, come mostra la Figura 1.6.



*Figura 1.6:* Principio di Fermat: Si assume che il mezzo attraversato dalla radiazione abbia un indice di rifrazione che vari con continuità. Il percorso disegnato con la linea piena ha una lunghezza di cammino ottico stazionaria tra *A* e *B*, perciò è un percorso fisicamente possibile per un raggio.

Tra questi due punti è possibile un numero infinito di percorsi differenti per la luce, ma il Principio di Fermat stabilisce che *il percorso fisicamente possibile tra tutti è quello per il*

quale la lunghezza di cammino ottico lungo esso tra  $A$  e  $B$  è un estremo, dove per estremo si può anche dire minimo, termine usato nella stesura originale del Principio di Fermat. Sia  $S_1$  l'OPL effettivamente percorso dalla luce (ad esempio la linea piena in figura 1.6) ed  $S_2$  un possibile OPL diverso *avente gli stessi estremi  $A$  e  $B$*  (in figura 1.6 uno degli altri due percorsi segnati): in forma matematica tale principio può quindi essere espresso da:

$$\delta S = S_2 - S_1 = \delta \int_A^B n(s) ds = 0 \quad (1.6)$$

dove  $\delta S = S_2 - S_1$  indica la variazione rispetto l'OPL effettivamente percorso dalla luce.

A partire da esso si deriva tutto dell'ottica geometrica, come la legge della riflessione, della rifrazione e non solo, poiché il fatto che i fronti d'onda geometrici sono ortogonali ai raggi luminosi è proprio una conseguenza del Principio di Fermat.

### **1.4 Ètendue di un sistema ottico**

La luce viaggiando in un sistema ottico occupa una certa area e possiede una determinata estensione angolare. Immaginiamo una sorgente sferica di raggio  $r$  che emetta luce in ogni direzione come in figura 1.7. Man mano che la luce si espande verrà illuminata la superficie interna di una sfera pari a  $A_1 = 4\pi d_1^2$  e sottendendo un angolo  $\theta_1$  pari a  $\sin(\theta_1) = r/d_1$ .

Possiamo sostituire  $d_1$  nell'espressione di  $A_1$  ottenere  $A_1 \sin^2(\theta_1) = 4\pi r^2 = A_s$  dove  $A_s$  indica l'area superficiale della sorgente.

Tale ragionamento può essere ripetuto successivamente, in quanto la luce non si fermerà alla superficie  $A_1$ . Se osserviamo la figura 1.8, notiamo che ora possiamo scrivere

$$A_2 \sin^2(\theta_2) = A_s \text{ e poiché l'area della sorgente non cambia ricaviamo che}$$

$$A_1 \sin^2(\theta_1) = A_2 \sin^2(\theta_2) \text{ ; in qualche modo la quantità } A_i \sin^2 \theta_i \text{ sembra conservarsi. Inoltre}$$

nel caso in cui la luce passando da  $A_1$  a  $A_2$  attraversi due differenti materiali, il nostro ragionamento risulterebbe comunque corretto con la semplice aggiunta dell'indice di rifrazione e la quantità conservata sarebbe  $A_i n_i^2 \sin^2 \theta_i$  poiché, analogamente a prima, avremmo  $A_1 n_1^2 \sin^2(\theta_1) = A_2 n_2^2 \sin^2(\theta_2)$  come si può semplicemente verificare.

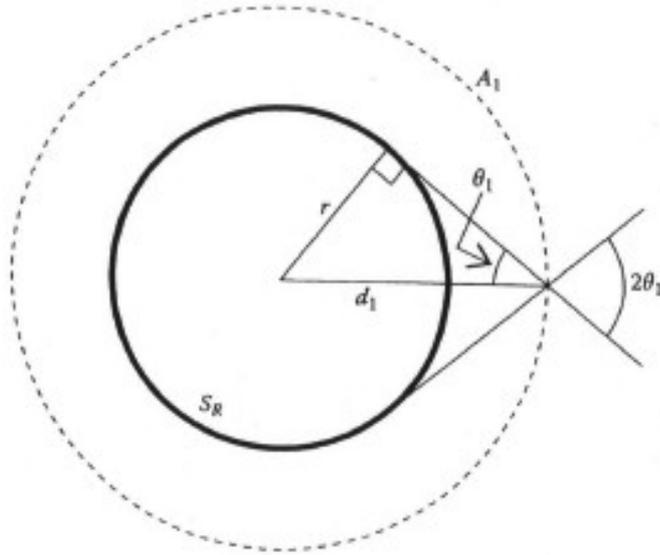


Figura 1.7: sorgente di luce sferica

La quantità  $U = \pi A n^2 \sin^2(\theta)$  prende il nome di *étendue* della radiazione attraversante un'area A all'interno di un cono di semi-angolo  $\pm\theta$  e come dimostreremo è una costante di un sistema ottico. Il fattore  $\pi$  è inserito per convenzione, come vedremo.

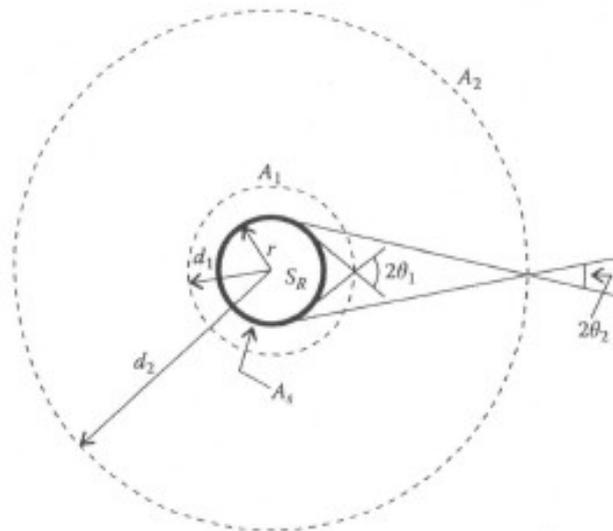


Figura 1.8: Mano a mano che la luce percorre lo spazio viene incrementata l'area illuminata, ma contemporaneamente l'angolo sotteso diminuisce

Tutto il nostro ragionamento è stato fatto considerando il caso di una sorgente sferica tridimensionale ed è quindi applicabile a sistemi ottici 3D. Nel caso la luce si espandesse

solo in un piano, ovvero in un sistema bidimensionale, potremmo applicare il medesimo procedimento, sostituendo ad  $A_s$  la circonferenza della sorgente,  $C_s$ , e al posto di  $A_i$  la circonferenza  $a_i=2\pi d_i$  attraversata dalla luce emessa.

Questo porterebbe a definire  $U=2an\sin(\theta)$  che costituisce la definizione di étendue in un sistema ottico 2D. Il fattore 2 deriva dall'integrazione angolare in geometria 2D; se scriviamo l'étendue in forma differenziale avremo  $dU=nda\cos(\theta)d\theta$  e quindi nel caso in cui un segmento  $a$  fosse illuminato uniformemente tra  $\pm\theta$  avremmo:

$$U=na\int_{-\theta}^{\theta}\cos(\theta)d\theta=2na\sin(\theta) \quad (1.7)$$

### 1.4.1 Conservazione dell'étendue

L'étendue costituisce, come vedremo, un concetto fondamentale negli argomenti trattati in questa tesi. Inoltre tale quantità, pur essendo stata introdotta in ottica, risulta essere stata utilizzata anche in altri campi come meccanica statistica, radiometria e trasferimento del calore.

La conservazione dell'étendue è qui ricavata da considerazione termodinamiche; tale dimostrazione non è rigorosa, tuttavia risulta essere molto intuitiva ed efficace.

Nel paragrafo 1.1 avevamo introdotto il concetto di *radianza*  $L$  (brillanza in fotometria). Se  $dA$  è un elemento di superficie che emette radiazione con un flusso  $d\Phi$  ad un angolo  $\theta$  rispetto al versore ad esso normale, la radianza  $L$  sarà (figura 1.9):

$$L=\frac{d^2\Phi}{dA\cos(\theta)d\Omega} \quad (1.8)$$

Nel caso che l'elemento  $dA$  sia immerso in un mezzo, la 1.8 può essere riscritta come:

$$d^2\Phi=\frac{L}{n^2}n^2dA\cos(\theta)d\Omega=L^*dU \quad (1.9)$$

dove  $L^*=L/n^2$  è chiamata radianza fondamentale e  $dU=n^2dA\cos\theta d\Omega$  è l'étendue 3D in forma differenziale a meno del fattore  $\pi$ .

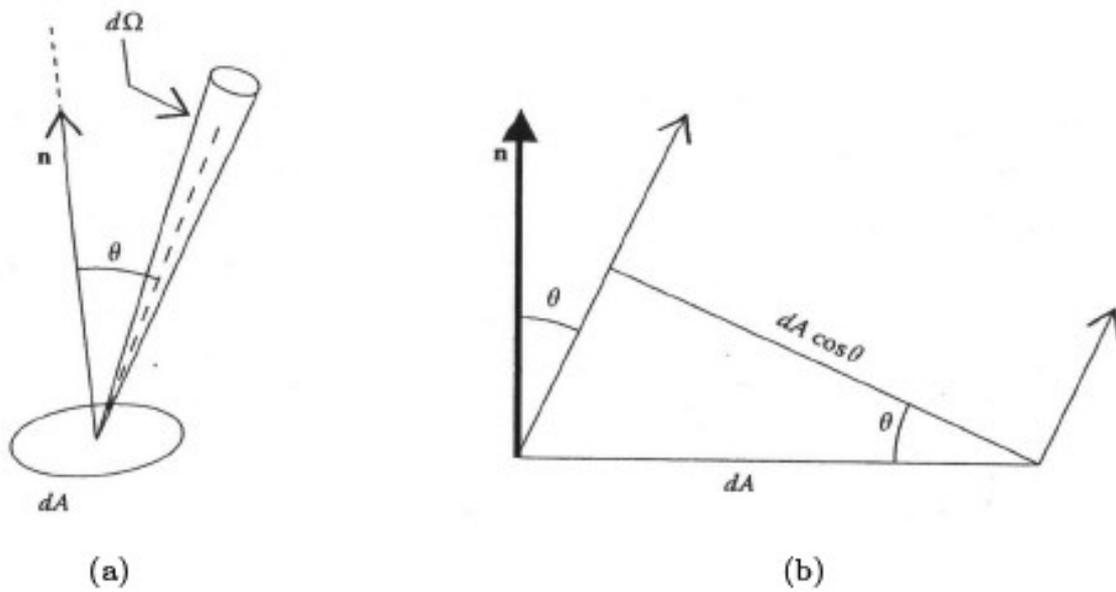


Figura 1.9: schema usato nella definizione di radianza

Ricordiamo ora anche l'intensità  $I$  di radiazione, ovvero il flusso per unità di angolo solido:

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega} = L dA \cos(\theta) \quad (1.10)$$

dove  $dA$  è l'area della superficie emittente e l'angolo solido  $d\Omega$  è preso attorno alla direzione che forma un angolo  $\theta$  rispetto alla normale  $n$  alla superficie, come rappresentato in figura 1.10.

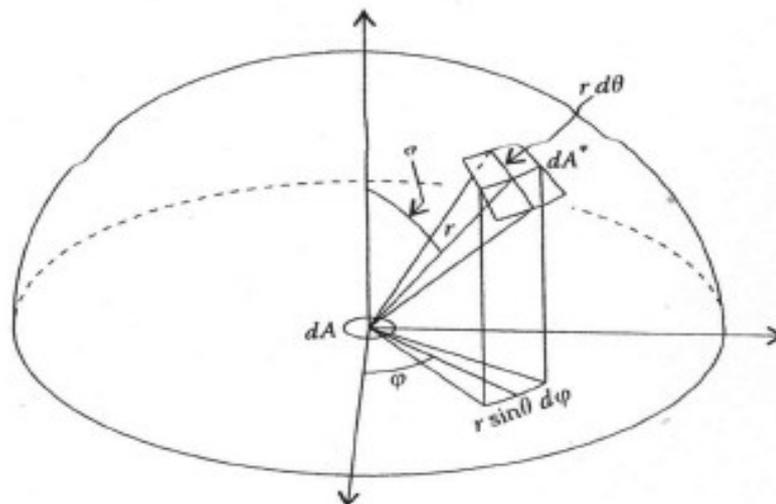


Figura 1.10: angolo solido in coordinate sferiche

Generalmente  $L$  può dipendere dalla direzione in cui viene emessa la radiazione, ma ora consideriamo il caso, accennato in precedenza, nel quale  $L$  è costante (*sorgente lambertiana*): l'intensità  $I$  risulta così essere *direttamente proporzionale* a  $\cos\theta$ .

Possiamo ora ricavare il flusso totale emesso  $d\Phi_{em}$  di un'area  $dA$  immersa in un mezzo avente indice di rifrazione  $n$  su un intero emisfero integrando l'espressione 1.9 su un angolo solido sotteso dall'emisfero stesso. Avremo quindi:

$$d\Phi_{em} = L^* n^2 dA \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta d\varphi = \pi n^2 L^* dA \quad (1.11)$$

dove nell'integrazione si è fatto uso di  $d\Omega = \frac{dA^*}{r^2} = \sin(\theta) d\theta d\varphi$  come si può ricavare dalla figura 1.10.

Ora supponiamo che l'area  $dA$  sia un corpo nero emittente a temperatura  $T$  e che la sua emissione sia lambertiana. Il flusso totale emesso sarà dato dalla *legge di Stephan-Boltzmann*, ovvero:

$$d\Phi_{em} = \sigma T^4 dA \quad (1.12)$$

e dove la costante  $\sigma$  vale, in un mezzo con indice di rifrazione  $n$  e in sistemi tridimensionali:

$$\sigma = n^2 \frac{2\pi}{15} \frac{k^4}{c h^3} = n^2 \sigma_v \quad (1.13)$$

dove  $\sigma_v = 5.670 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$  è la costante di Stephan-Boltzmann (valore di  $\sigma$  nel vuoto, dove  $n = 1$ ),  $c$  è la velocità della luce (nel vuoto),  $h$  la costante di Planck e  $k$  la costante di Boltzmann. Se ci trovassimo in un sistema bidimensionale, allora la 1.13 diverrebbe  $\sigma = n \sigma_v$ .

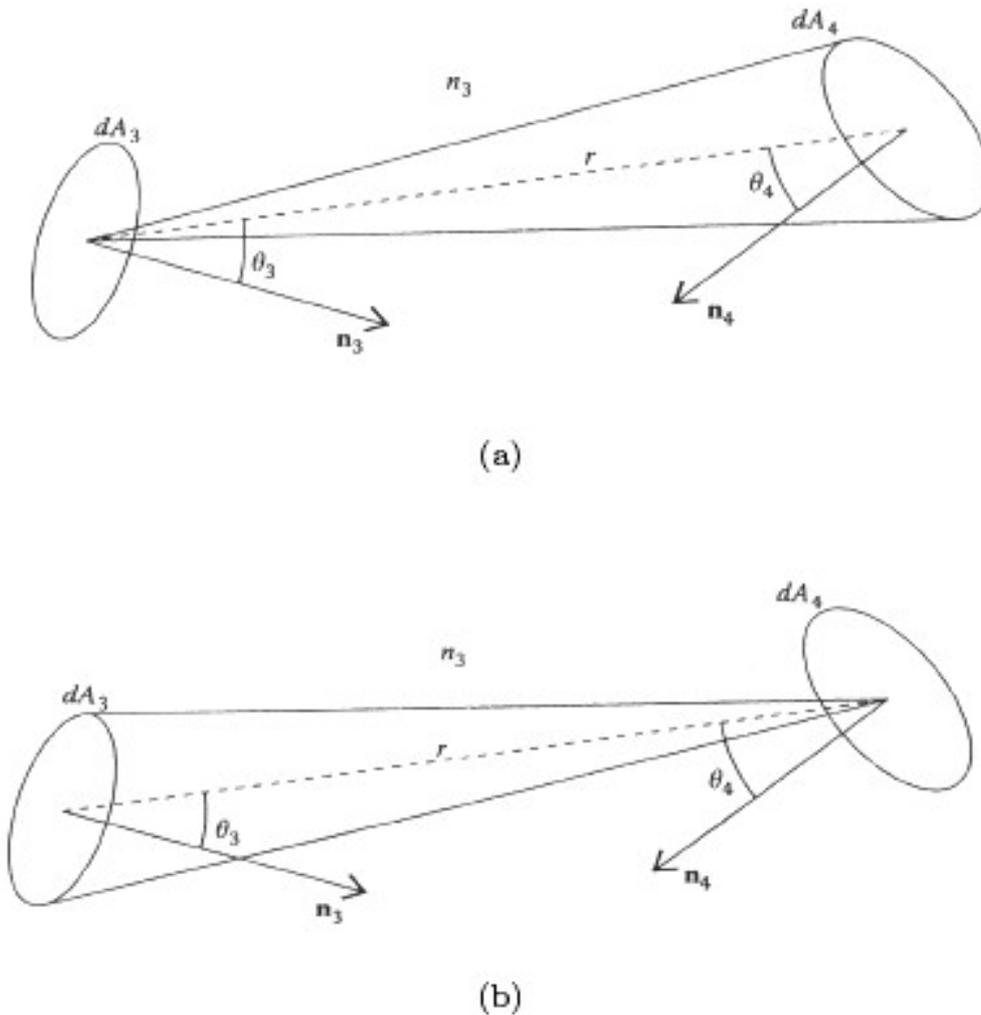


Figura 1.11: due superfici  $dA_3$  e  $dA_4$  emittenti radiazione l'una verso l'altra in un mezzo con indice di rifrazione  $n_3$  e poste a distanza  $r$ .

Ora dalle equazioni 1.10, 1.11 e 1.12 possiamo ricavare che:

$$L^* = \frac{\sigma_v T^4}{\pi} \quad (1.14)$$

per la radianza fondamentale di un corpo nero emittente a temperatura  $T$  immerso in un mezzo con indice di rifrazione  $n$ . Consideriamo ora la situazione rappresentata in figura 1.11 (pagina precedente):  $dA_3$  e  $dA_4$  sono due elementi di superficie separati da una distanza  $r$  e da un mezzo avente indice di rifrazione  $n_3$ .  $\theta_3$  e  $\theta_4$  indicano gli angoli formati dalle normali  $n_3$  e  $n_4$  alle rispettive superfici con la direzione  $r$ .

Se la superficie  $dA_3$  emette radiazione verso  $dA_4$ , l'étendue sarà (figura 1.11a):

$$dU_{34} = n_3^2 dA_3 \cos(\theta_3) d\Omega_{34} = n_3^2 dA_3 \cos(\theta_3) \frac{dA_4 \cos(\theta_4)}{r^2} \quad (1.15)$$

Allo stesso modo, se la superficie  $dA_4$  emette verso  $dA_3$  avremo (figura 1.11b):

$$dU_{43} = n_3^2 dA_4 \cos(\theta_4) d\Omega_{43} = n_3^2 dA_4 \cos(\theta_4) \frac{dA_3 \cos(\theta_3)}{r^2} \quad (1.16)$$

e quindi:

$$dU_{34} = dU_{43} \quad (1.17)$$

Inoltre se il sistema è all'equilibrio avremo che il flusso emesso da  $dA_3$  in direzione di  $dA_4$  uguaglia il flusso emesso da  $dA_4$  in direzione di  $dA_3$ ,  $d\Phi_{34} = d\Phi_{43}$ , quindi:

$$L_3^* = L_4^* \quad (1.18)$$

dove  $L_3^*$  indica la radianza fondamentale della superficie  $dA_3$  emessa in direzione della superficie  $dA_4$  e viceversa.

Consideriamo ora una seconda situazione come rappresentato in figura 1.12.  $dA_3$  è un corpo nero emittente a temperatura  $T_3$  posto all'interno di un mezzo con indice di rifrazione  $n_3$ . Tra le aree  $dA_4$  e  $dA_5$  è sistemata un'ottica  $O_p$  con il compito di direzionare la radiazione incidente su  $dA_4$  verso  $dA_5$ . Anche  $dA_5$  è un corpo nero e la sua temperatura  $T_5$  dipende dalla radiazione che riesce a scambiare con la superficie  $dA_3$ . Inoltre  $dA_5$  emetterà a sua volta radiazione perciò si può considerare che l'ottica  $O_p$  tra  $dA_4$  e  $dA_5$  spedisca la luce di nuovo verso  $dA_3$ .

Il secondo principio della termodinamica afferma che un processo in cui si abbia il solo trasferimento di calore da un corpo ad un altro che si trova a temperatura più alta è impossibile (postulato di Clausius). Per come è stato supposto il sistema, e per ciò che stabilisce il secondo principio della termodinamica, quindi, il valore massimo della temperatura di  $dA_5$  deve uguagliare la temperatura di  $dA_3$ , ovvero  $T_{5\max} = T_3$ . Quindi è stabilito anche il massimo valore della radianza fondamentale  $L_5^*$  di  $dA_5$ , poichè essa è strettamente connessa alla temperatura secondo l'equazione 1.13. Se tutto il sistema è all'equilibrio a  $T_3 = T_5$  lo saranno anche le radianze fondamentali, associate alle rispettive temperature e quindi:

$$L_3^* = L_4^* = L_5^* \quad (1.19)$$

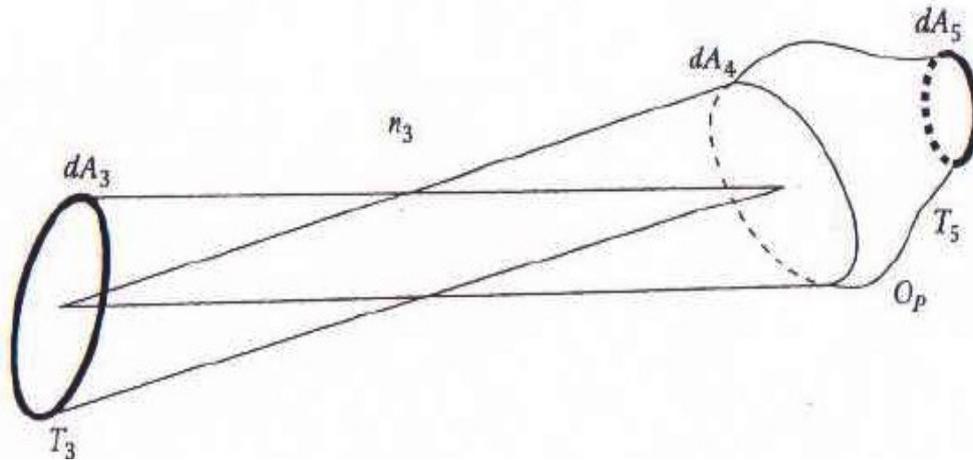


Figura 1.12: corpo nero  $dA_3$  emette radiazione all'ingresso  $dA_4$  di un'ottica  $O_p$  alla cui uscita è posto il corpo nero  $dA_5$

Trattiamo ora un ultimo caso, rappresentato in figura 1.13. Tale configurazione riassume tutte quelle precedenti. Sia  $dA_1$  un corpo nero alla temperatura  $T_1$  che emette luce attraverso il mezzo ad indice di rifrazione  $n_2$  in cui è immerso. La luce emessa, viene catturata da  $dA_2$  che è l'apertura d'ingresso di un'ottica, e una volta attraversata l'ottica stessa, se ne esce dall'apertura d'uscita  $dA_3$ . La luce viaggia poi da  $dA_3$  verso  $dA_4$  in un mezzo ad indice di rifrazione  $n_3$  per poi giungere ad un corpo nero  $dA_5$  attraversando un'altra ottica  $O_p$ . Secondo ciò che è stato mostrato alla seconda situazione, si conclude che vale  $L^*_1 = L^*_2$ , e poichè per il secondo principio della termodinamica si stabilisce che la temperatura massima per il corpo nero  $dA_5$  non può che essere  $T_5 = T_1$ , si ha pure l'uguaglianza tra queste radianze  $L^*_1 = L^*_5$ . Nel complesso, ricordando 1.18, si ottiene:

$$L^*_1 = L^*_2 = L^*_3 = L^*_4 = L^*_5 \quad (1.20)$$

che ci mostra come la radianza fondamentale si conservi attraverso tutto il sistema.

Si può quindi affermare che se attraverso un sistema si conserva il flusso, poichè la radianza fondamentale è a sua volta conservata anche attraverso l'ottica, allora anche l'étendue è conservata attraverso l'ottica. Si può cioè scrivere:

$$dU_{21} = dU_{34} \quad (1.21)$$

la quale stabilisce che l'étendue della luce che entra nell'ottica  $dA_2$  uguaglia l'étendue della luce che esce dall'ottica  $dA_3$ .

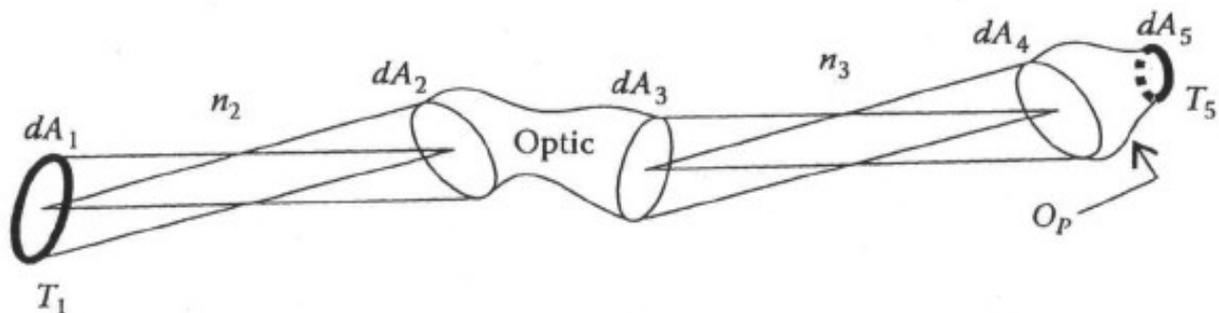


Figura 1.13: un corpo nero  $dA_4$ , alla temperatura  $T_1$  emette luce che entra all'interno di un'ottica attraverso  $dA_2$ . La stessa luce che esce dall'ottica attraverso  $dA_3$  andando verso  $dA_4$ , viene infine ridiretta verso  $dA_5$  per mezzo dell'ottica  $O_P$ . All'equilibrio termico,  $T_5 = T_1$

### 1.4.2 Étendue come quantità geometrica

Diamo ora una spiegazione più accurata per chiarire il significato fisico dell'étendue. Consideriamo il caso di un sistema nel vuoto ( $n = 1$ ): l'étendue in questo caso assume la forma  $dU = dA \cos \theta d\Omega$  ed è una quantità puramente geometrica (figura 1.14).

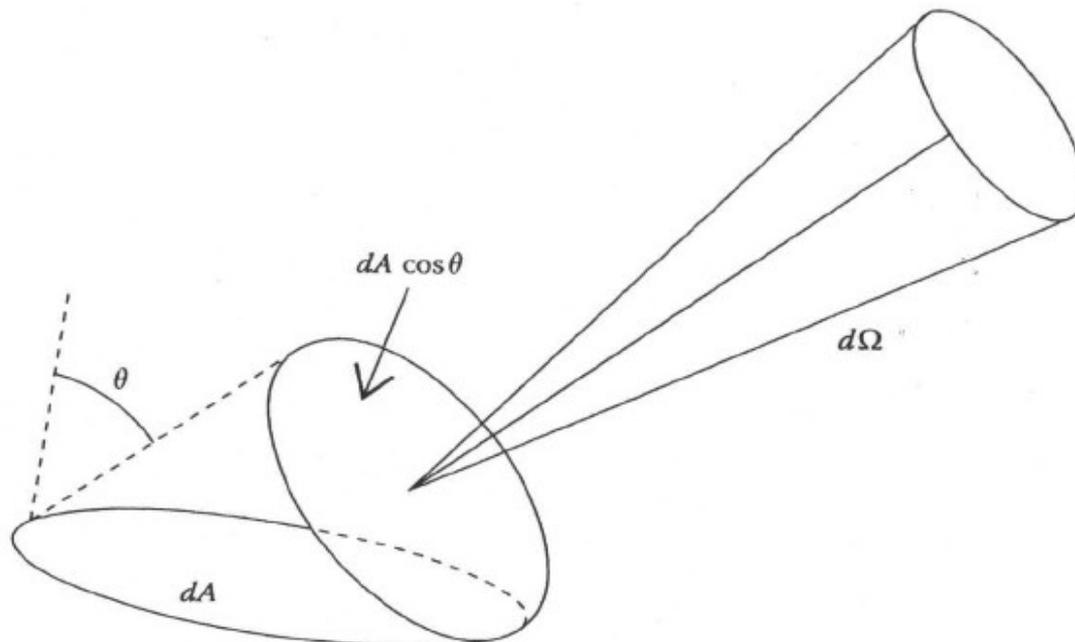


Figura 1.14: L'étendue come quantità geometrica che quantifica lo spazio disponibile per il passaggio della luce

Per spiegare l'espressione dell'étendue, si immagini la luce che attraversa un'area  $dA$ , e poi si ritrova in una stanza. La stanza viene descritta per mezzo di una coordinata spaziale che altro non è che la superficie, e da una coordinata angolare che è rappresentata dall'angolo solido. La quantità  $dA \cos\theta$  indica la proiezione dell'area  $dA$  lungo una direzione  $\theta$  rispetto la sua normale lungo la quale si propaga la luce. Ecco perché l'étendue non è altro che il prodotto dello spazio disponibile nella stanza  $dA \cos\theta$  con la sua estensione angolare  $d\Omega$  che è il ben noto angolo solido.

Al fine di chiarire il significato della conservazione dell'étendue, immaginiamo di illuminare l'interno di una scatola con alcune torce tra loro parallele che emettano un fascio di luce avente apertura angolare  $\alpha$ . La scatola possiede un'apertura  $AB$  su un lato, come mostrato in figura 1.15 (in alto), e quindi riceverà un fascio con le dimensioni dell'apertura  $AB$  e un'ampiezza angolare  $\alpha$ .

Illuminiamo ora la scatola in maniera alternativa: incliniamo le due torce esterne in modo che siano convergenti, e riduciamo l'apertura della scatola come in figura 1.15 (in basso). In questo caso per avere il medesimo illuminamento della scatola servirà una maggiore ampiezza angolare del fascio, incrementata ora all'angolo  $\beta$ , avendo ridotto l'ampiezza spaziale del fascio da  $AB$  a  $CD$ . Si è quindi visto nuovamente come fornendo più area alla luce, cala la necessità di spazio angolare e viceversa. Questa conservazione area - angolo non è altro che la conservazione dell'étendue.

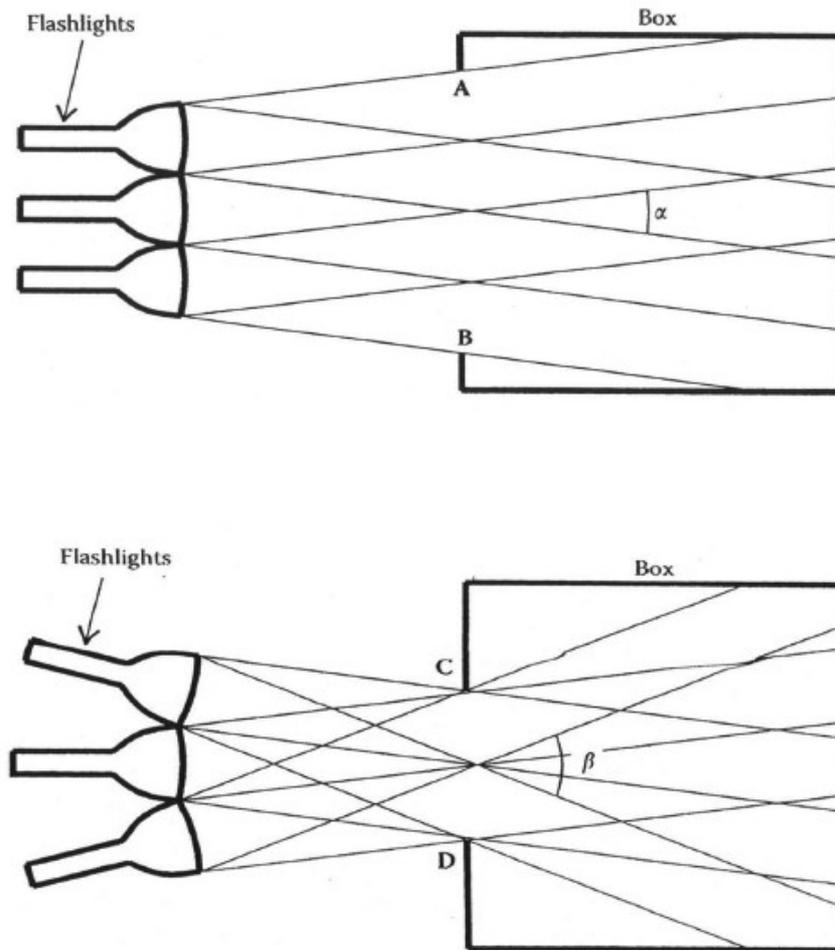


Figura 1.15: torce che illuminano l'interno di una scatola con aperture sulla scatola e ad angoli differenti

Nel caso in cui il mezzo attraversato dalla luce non sia più il vuoto ( $n \neq 1$ ) l'étendue non è più una quantità esclusivamente geometrica, in quanto bisogna ricordare il fattore  $n^2$  nella definizione. Questo tuttavia non modifica di molto la situazione: semplicemente in questo caso è possibile raccogliere  $n^2$  più volte luce rispetto al vuoto. Osserviamo la figura 1.16: la luce diffusa all'interno di un mezzo ad indice di rifrazione  $n$  rifrange verso l'aria. La luce che è contenuta all'interno dell'angolo critico  $\pm\alpha_c$  rifrange verso l'aria espandendosi su tutto lo spazio angolare tra  $\pm\pi/2$ . Il fascio  $b_1$  che si trova oltre l'angolo critico è soggetto a riflessione interna totale, perciò continua il suo percorso nel mezzo ad indice di rifrazione  $n$ , come il fascio  $b_2$ . Questo significa che lo spazio disponibile per la luce in aria è più piccolo, sia in termini di superficie che di angolo, e alcuni raggi nel mezzo ad indice di rifrazione  $n$  vengono rigettati a causa di riflessione interna all'interfaccia.

Ora mandando la luce dall'aria verso il mezzo ad indice di rifrazione  $n$ , si può osservare come la luce rifratta in questo mezzo rimanga confinata all'interno di un angolo critico, ovvero non occupa tutto lo spazio angolare disponibile. Tutte queste considerazioni sono importanti per fissare l'idea che se il flusso di luce è costante, lo spazio attraversato dalla luce stessa si adatta in superficie e dimensione angolare in modo tale che l'étendue rimanga costante. E' proprio questo concetto fisico che è alla base della concentrazione di radiazione.

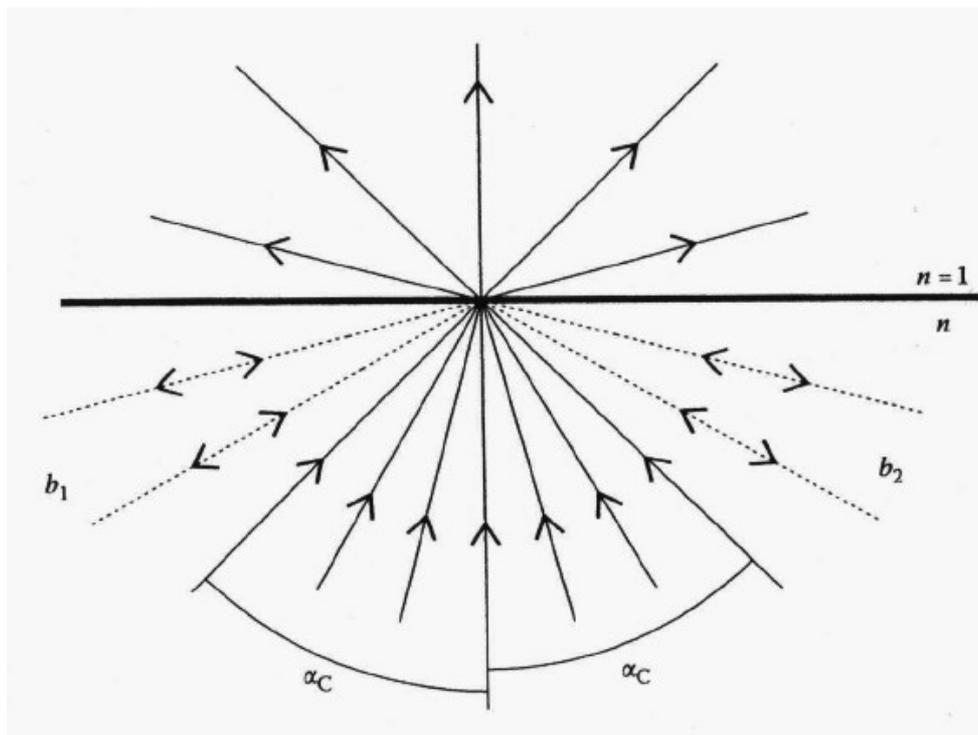


Figura 1.16: variazione étendue da un mezzo con indice di rifrazione  $n$  all'aria ( $n \sim 1$ ) e viceversa

### 1.4.3 Étendue nello spazio delle fasi (o étendue generalizzato)

Il significato dell'étendue può essere spiegato anche in maniera differente e più elegante. Nella determinazione del percorso da far compiere alla luce in un preciso sistema ottico bisogna tener conto anche della velocità con la quale la radiazione viaggia nel mezzo considerato; tale indicazione è data dall'indice di rifrazione, come già precedentemente specificato. È ora quindi utile introdurre una nuova quantità, il *momento ottico*  $p$  (figura 1.17): essa è un *vettore* tangente in ogni punto alla direzione del raggio di luce e avente modulo pari all'indice di rifrazione del mezzo attraversato dalla radiazione, ovvero  $\|p\|=n$ .

Se consideriamo le componenti di  $\vec{p}$  nello spazio delle coordinate (figura 1.17), avremo:

$$\vec{p} = (p_1, p_2, p_3) = (n \cos \theta_1, n \cos \theta_2, n \cos \theta_3) = n (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta) \quad (1.22)$$

Il momento ottico può essere rappresentato a sua volta anche in uno spazio dei momenti, o degli impulsi, come un vettore di modulo fissato (pari ad  $n$ ) che al variare della propria direzione descrive un circonferenza di raggio  $n$  (figura 1.17 nel caso bidimensionale con  $\vec{p} = (p, q)$  ).

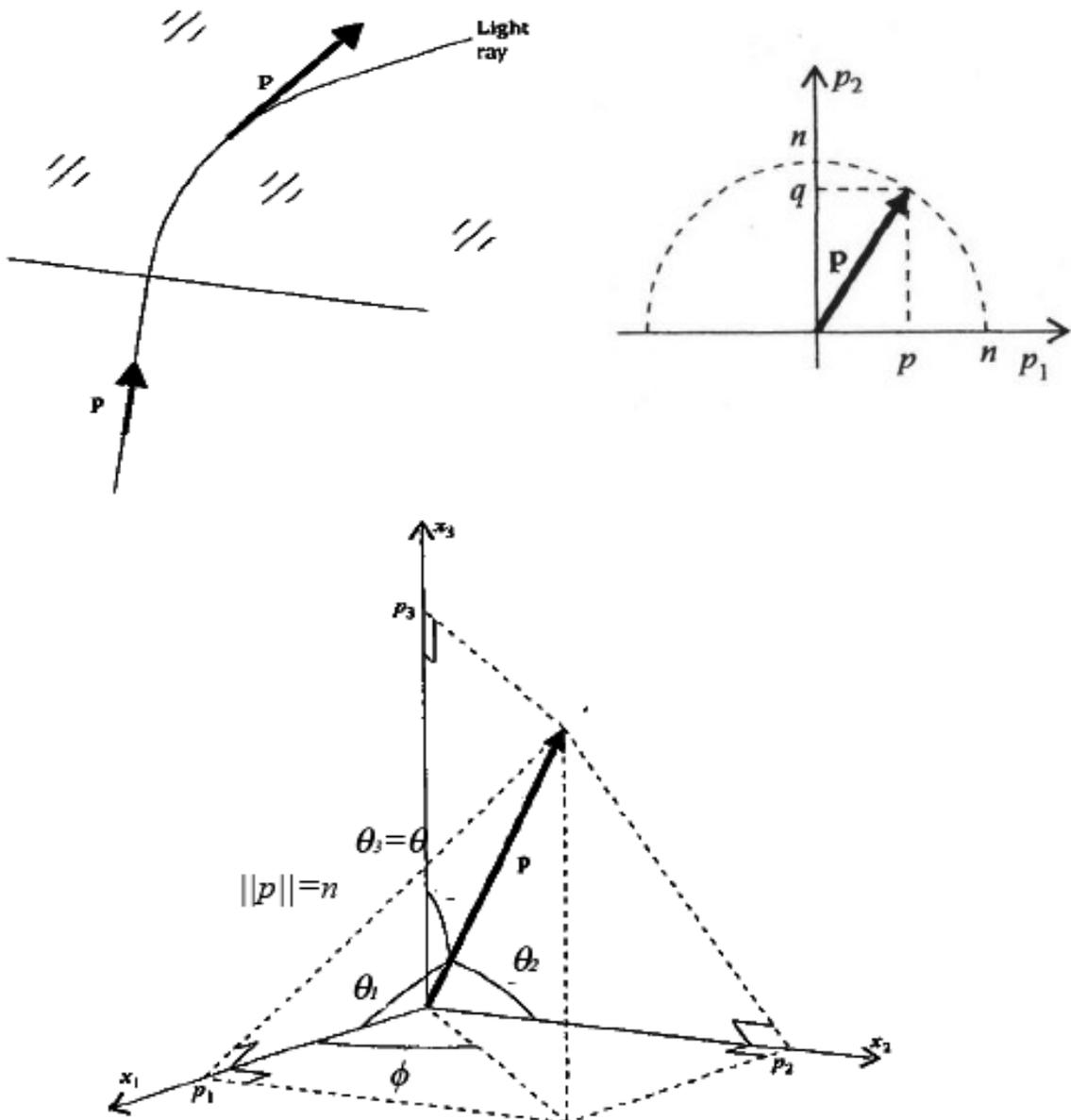


Figura 1.17: In alto a sinistra, momento ottico tangente alla direzione del raggio di luce. In alto a destra, momento ottico nello spazio degli impulsi bidimensionale. In basso, componenti del momento ottico nello spazio delle coordinate.

Nello spazio delle coordinate possiamo rappresentare solo la posizione del raggio di luce; se consideriamo anche il momento ottico possiamo conoscere anche la velocità della radiazione in ogni punto da essa attraversato, e quindi ottenere in maniera univoca la sua traiettoria. Lo spazio di componenti  $(x_i, p_i)_{i=1,2,3}$  che racchiude tutte queste informazioni è detto *spazio delle fasi*.

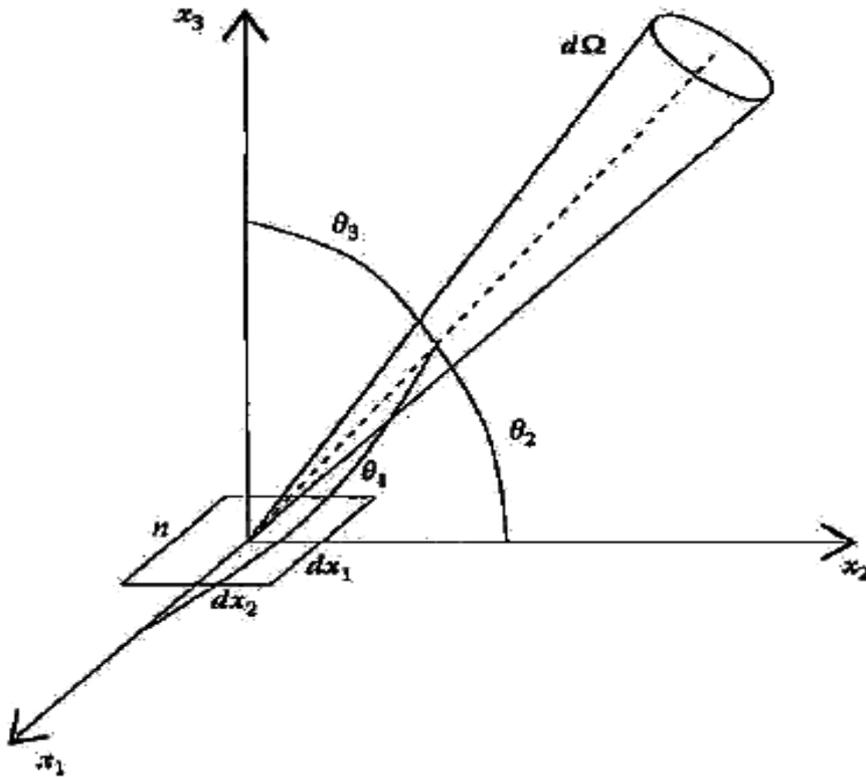


Figura 1.18: schema utilizzato per la definizione dell'étendue nello spazio delle fasi

Consideriamo ora la situazione rappresentata in figura 1.18: l'elemento di area  $dA$  è scelto in modo che appartenga al piano  $x_1x_2$  (o piano  $xy$ ) e con il vettore ad esso normale in direzione dell'asse  $x_3$  positivo. In questo caso, poiché  $dA = dx_1 dx_2$  l'étendue avrà la forma:

$$dU = n^2 dx_1 dx_2 \cos \theta d \Omega \quad (1.23)$$

Tuttavia possiamo scrivere:

$$dp_1 dp_2 = \frac{\partial(p_1, p_2)}{\partial(\theta, \phi)} d \theta d \phi = \left( \frac{\partial p_1}{\partial \theta} \frac{\partial p_2}{\partial \phi} - \frac{\partial p_1}{\partial \phi} \frac{\partial p_2}{\partial \theta} \right) d \theta d \phi \quad (1.24)$$

che ricordando 1.22 porta a:

$$dp_1 dp_2 = n^2 \cos \theta \sin \theta d \theta d \phi = n^2 \cos \theta d \Omega \quad (1.25)$$

e quindi:

$$dU = dx_1 dx_2 dp_1 dp_2 \quad (1.26)$$

Il calcolo dell'étendue si è quindi ridotto ad una *integrazione nello spazio delle fasi*: supponiamo che lungo gli assi  $x_1$  e  $x_2$  la superficie della sorgente sia compresa tra gli estremi  $[x_{1m}, x_{1M}]$  e  $[x_{2m}, x_{2M}]$ . La direzione dei raggi di luce emessi da tale superficie sia compresa in ogni punto  $x$  della sorgente all'interno di due direzioni estreme date dai raggi  $r_A$  ed  $r_B$  (in figura 1.19 esempio lungo l'asse  $x_1$ ); ognuno di questi raggi avrà un proprio momento ottico (con il medesimo modulo) compreso nell'intervallo tra  $\vec{p}_A(x) = (p_{A1}, p_{A2}, p_{A3})$  e  $\vec{p}_B(x) = (p_{B1}, p_{B2}, p_{B3})$ , ovvero compreso tra i valori dei due raggi estremi. Quindi:

$$U = \int_{x_{1m}}^{x_{1M}} dx_1 \int_{x_{2m}}^{x_{2M}} dx_2 \int_{p_{B1}}^{p_{A1}} dp_1 \int_{p_{B2}}^{p_{A2}} dp_2 \quad (1.27)$$

Inoltre essendo  $\|p\|=n$  la componente  $p_3$  è determinata in quanto:

$$p_3 = \sqrt{n^2 - p_1^2 - p_2^2} \quad (1.28)$$

Infine la conservazione dell'étendue può ora essere intesa, secondo 1.26, come la conservazione di un elemento di volume nello spazio delle fasi. Se  $dU$  e  $dU'$  indicano l'étendue calcolata in due mezzi aventi indice di rifrazione differenti attraversati dal medesimo fascio luminoso, allora:

$$dU = dx_1 dx_2 dp_1 dp_2 = dx'_1 dx'_2 dp'_1 dp'_2 = dU' \quad (1.29).$$

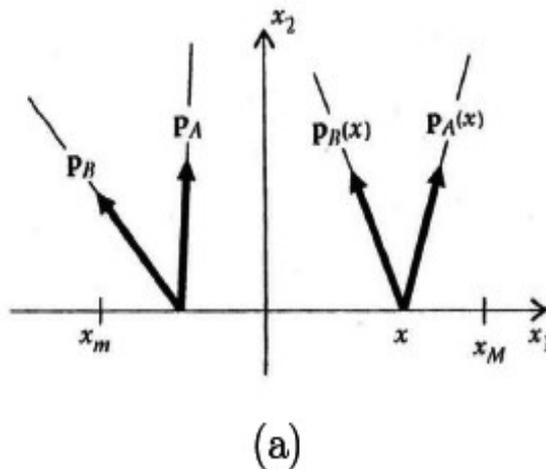


Figura 1.19: momento ottico dei raggi uscenti dalla sorgente compreso tra i valori  $p_A$  e  $p_B$  lungo l'asse  $x_1$

## CAPITOLO 2

### CONCENTRAZIONE SOLARE

I concentratori fotovoltaici (PV) usano elementi come lenti o specchi per concentrare la luce solare sulle celle PV. Lo scopo è una riduzione dell'area richiesta per raggiungere una determinata quantità di potenza prodotta dalle celle in modo da ridurre significativamente il costo dell'elettricità prodotta. Tale approccio permette inoltre di utilizzare celle PV con prestazioni più elevate, arrivando ad ottenere moduli a concentrazione che possono avere un'efficienza di conversione dell'energia superiore al 20%.

Il concetto di base è semplice ed viene affrontato da molto tempo, ma la pratica risulta essere più complessa. Le principali barriere tecniche sono il “packaging” delle celle, l'elevato flusso di calore che si sviluppa sulla cella e l'elevata densità di corrente, oltre al bisogno di un sistema di puntamento. Inoltre al momento il costo dei sistemi a concentrazione è ancora troppo alto per competere con le altre fonti energetiche. La differenza di costi comunque si sta assottigliando, il continuo aumento del costo del petrolio assieme al continuo aumento dell'efficienza degli impianti a concentrazione volgono a vantaggio di questi ultimi.

#### **2.1 Rapporto di concentrazione**

Il punto di partenza per descrivere un concentratore solare è definire la quantità che ne quantifica il potere di concentrazione, ovvero il *rapporto di concentrazione*  $C$ . Si supponga che un arbitrario concentratore sia modellato come una scatola (figura 2.1); questa scatola è costituita da un'apertura d'ingresso planare di area  $A$  e da un'apertura d'uscita di area  $A' < A$ , che è larga abbastanza da permettere a tutti i raggi trasmessi di emergere. Il rapporto di concentrazione *geometrico* è quindi definito come:

$$C_{geo} = \frac{A}{A'} \quad (2.1)$$

Per la definizione appena fatta è stato assunto che la compressione del fascio, una volta

entrato nel concentratore, avvenga in entrambe le dimensioni trasverse rispetto alla direzione del fascio stesso come avviene nei sistemi 3D. Tale precisazione è dovuta a causa dell'esistenza di concentratori capaci di comprimere un fascio luminoso lungo una singola dimensione trasversa rispetto la direzione del fascio (concentratori 2D). Se considerassimo un concentratore di questo tipo, il rapporto di concentrazione geometrico sarebbe:

$$C_{geo} = \frac{a}{a'} \quad (2.2)$$

dove  $a$  e  $a'$  indicano la larghezza di una sezione delle aperture di ingresso e di uscita del concentratore. Per questo motivo i concentratori 2D vengono anche definiti *lineari*.

Si noti inoltre che il rapporto di concentrazione geometrico è definito solo tramite caratteristiche geometriche del concentratore.

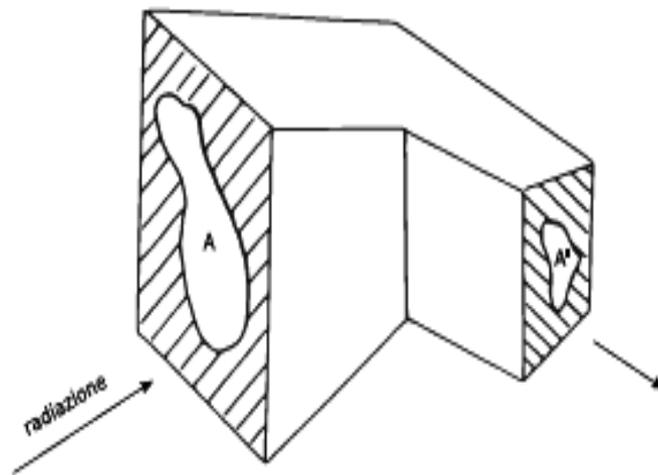


Figura 2.1: diagramma schematico di un concentratore, la radiazione in ingresso attraverso la superficie A esce dalla superficie A'

È possibile definire anche un rapporto di concentrazione *ottico*  $C_{opt}$  definito tramite caratteristiche energetiche, ossia:

$$C_{opt} = \frac{E_{out}}{E_{ing}} \quad (2.3)$$

dove  $E_{out}$  e  $E_{ing}$  indicano l'irradianza (in  $W/m^2$ ) all'uscita e all'ingresso del concentratore rispettivamente. In genere  $C_{opt}$  risulta minore di  $C_{geo}$  e le due quantità sono tra loro correlate dall'efficienza di trasmissione  $\eta(\theta)$  del concentratore tramite la relazione, che verrà

dimostrata al capitolo 3:

$$C_{opt} = \eta(\theta) C_{geo} \quad (2.4)$$

L'efficienza di trasmissione dipende dall'angolo di incidenza dei raggi all'apertura di ingresso; essa può assumere valori compresi nell'intervallo  $[0,1]$ . Il caso  $\eta = 1$  corrisponde al concentratore *ideale*, nel quale tutta la radiazione all'ingresso viene trasmessa all'apertura di uscita senza perdite.

### 2.1.1 Formulazione termodinamica del rapporto massimo teorico di concentrazione

Una domanda che ci si potrebbe porre a questo punto, dopo le definizioni introdotte, è "esiste un limite massimo ( $C_{max}$ ) del valore di rapporto di concentrazione di un determinato sistema ottico?". La risposta è sì e tale limite verrà ora ricavato con semplici considerazioni di tipo termodinamico.

Trattiamo inizialmente i concentratori 2D (lineari); l'immagine in figura 2.2 (in alto) riporta un sistema ottico che consiste in un corpo nero  $S_R$  di forma cilindrica di lunghezza infinita e di raggio  $r$  alla temperatura  $T$  che emette luce nello spazio circostante (supposto vuoto e a temperatura  $0$  K). La radiazione emessa viaggia nel mezzo fino a raggiungere un concentratore 2D avente apertura di ingresso anch'essa di forma cilindrica di raggio  $d > r$  e immerso in un materiale avente indice di rifrazione  $n$ . Il corpo nero è una sorgente lambertiana, e il flusso totale emesso da una sua sezione sarà:

$$d\Phi = \sigma_v T^4 dA \quad (2.5)$$

dove  $\frac{\sigma}{n} = \sigma_v$  (con  $n = 1$  nel vuoto) indica la costante di Stephan-Boltzmann nei sistemi bidimensionali (come detto nel paragrafo 1.4.1). Il flusso emesso per unità di lunghezza  $l$  sarà invece:

$$d\Phi = 2\pi r \sigma_v T^4 dl \quad (2.6)$$

essendo  $A = 2\pi r$  l'area della sezione del corpo nero. In figura 2.2 (in basso) la situazione è riproposta da un'altra angolazione; il concentratore ha un'apertura di ingresso di larghezza  $a_1$  e una d'uscita di larghezza  $a_2$ .

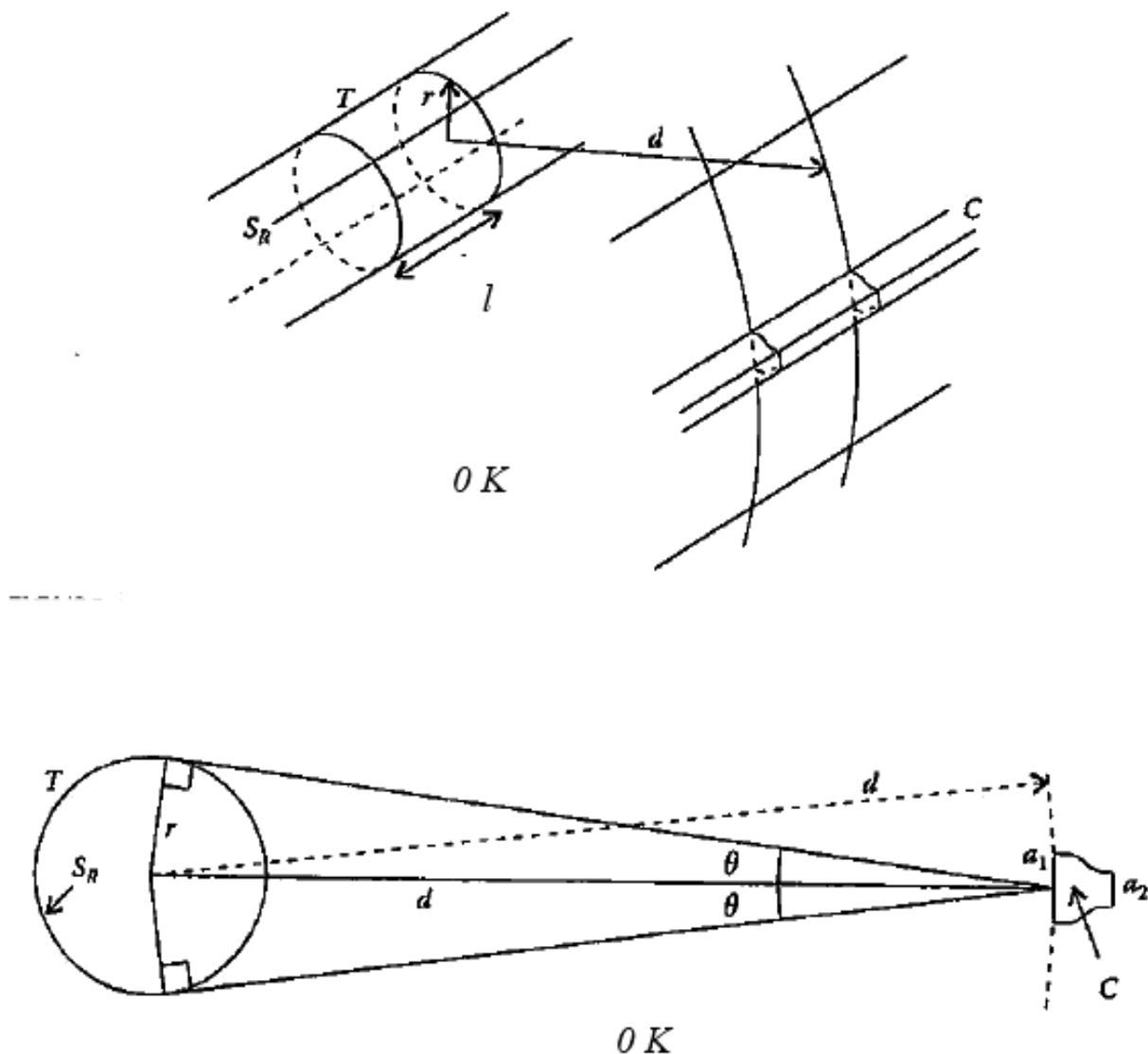


Figura 2.2: schema usato per ricavare il rapporto massimo teorico di concentrazione per un sistema 2D

Al concentratore arriva radiazione solo dal corpo nero, in quanto lo spazio circostante è supposto a  $0\text{ K}$ . Poiché il concentratore ha apertura d'ingresso di *dimensioni finite*, la frazione di flusso per unità di lunghezza che potrà concentrare sarà limitata a:

$$\Phi_1 = \sigma_v T^4 \frac{(2\pi r)}{(2\pi d)} a_1 \quad (2.7)$$

Questa potenza ottica dovrà essere ora concentrata senza perdite all'uscita del concentratore. Supponiamo che all'uscita  $a_2$  sia posto un altro corpo nero; esso assorbirà tutta la radiazione che viene direzionata dal concentratore sulla sua superficie. Per il secondo principio della termodinamica, inoltre, sappiamo che la temperatura  $T_2$  di questo secondo corpo nero sarà  $T_2 \leq T$ . Al massimo, quindi, le temperature dei due corpi neri si eguaglieranno, e il corpo

nero all'uscita del concentratore emetterà a sua volta un flusso per unità di lunghezza pari a:

$$d\Phi_2 = \sigma a_2 T^4 dl \quad (2.8)$$

Notiamo che qui abbiamo  $\sigma$ , e non  $\sigma_v$ , poiché  $n \neq 0$  nel concentratore per ipotesi.

Il concentratore trasmetterà alla propria uscita solo quei raggi che giungeranno al suo ingresso inclinati rispetto all'asse ottico al massimo di un angolo  $\pm\theta$ , di valore fissato in quanto consideriamo l'apertura d'ingresso del concentratore praticamente piana ( $d$  molto

grande), con  $\sin\theta = \frac{r}{d}$ .

Affinché il sistema sia in equilibrio è necessario che  $d\Phi_1 = d\Phi_2$ ; di conseguenza si avrà:

$$C_{max}^{2D} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{n}{(\sin\theta)} \quad (2.9)$$

Poiché, come detto, il concentratore non può accettare raggi inclinati ad angoli maggiori di  $\pm\theta$  ed essendo  $a_1$  e  $a_2$  le dimensioni dell'apertura di ingresso e di uscita dal concentratore, 2.9 indica il rapporto di concentrazione massimo teorico per un concentratore lineare. Nel caso più generico in cui anche il corpo nero emettitore sia immerso in un mezzo avente indice di rifrazione  $n_s$ , la 2.9 diventa:

$$C_{max}^{2D} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{n}{(n_s \sin\theta)} \quad (2.10)$$

Riguardo i concentratori 3D il ragionamento da fare è il medesimo e lo schema utilizzato è riportato in figura 2.3. A differenza di prima, il corpo nero emettitore  $S_R$  (a temperatura  $T$ ) è supposto di forma sferica come pure l'apertura di ingresso  $A_1$  del concentratore posto a distanza  $d$  dalla sorgente. Lo spazio circostante è vuoto e a 0 K; il concentratore è immerso in un materiale ad indice di rifrazione  $n$  e all'apertura d'uscita  $A_2$  è posto un secondo corpo nero alla temperatura  $T_2 \leq T$ . Il flusso emesso da  $S_R$  nello spazio circostante è:

$$\Phi = 4\pi r^2 \sigma_v T^4 \quad (2.11)$$

Ricordiamo ora che, essendo in un sistema tridimensionale,  $\sigma_v = \frac{\sigma}{n^2}$  come in 1.13.

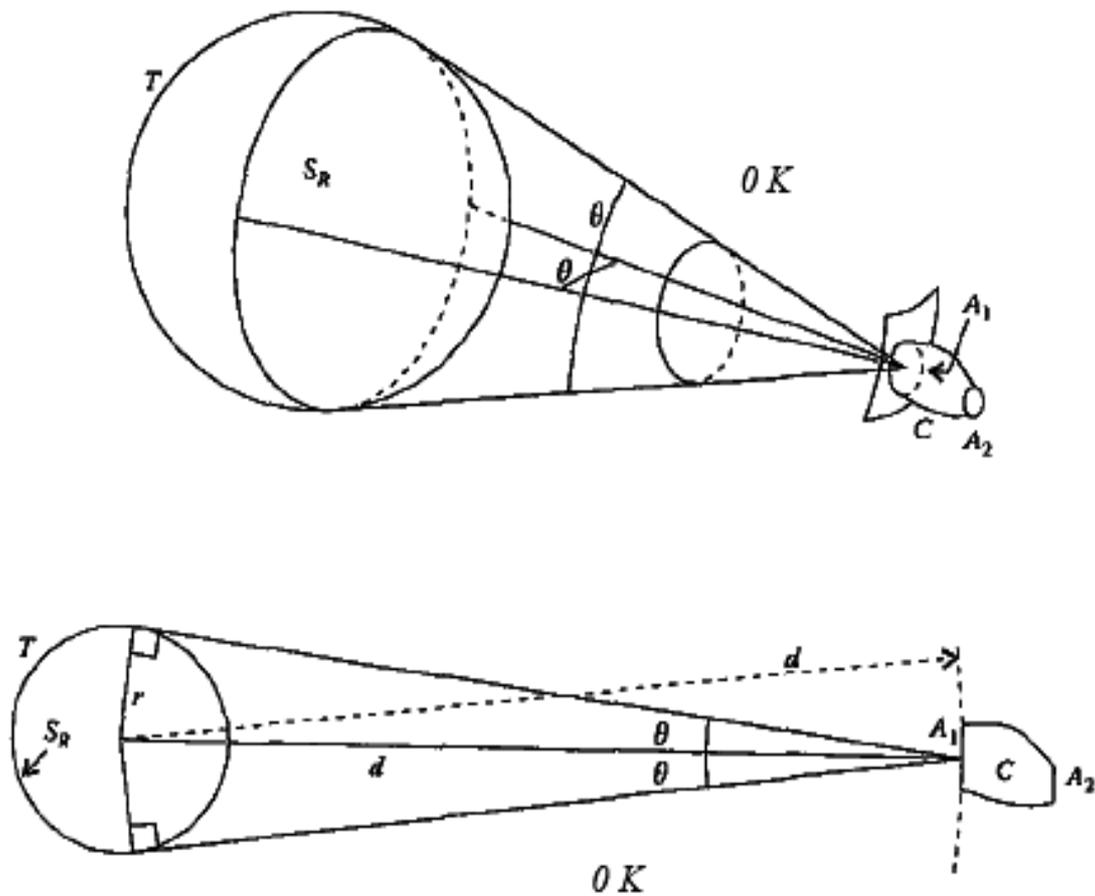


Figura 2.3: schema usato per ricavare il rapporto massimo teorico di concentrazione per un sistema 3D

Non tutto il flusso viene raccolto dal concentratore di dimensioni finite. La frazione concentrata sarà pari a:

$$\Phi_{A_1} = \frac{(4\pi r^2 \sigma_v T^4)}{(4\pi d^2)} A_1 \quad (2.12)$$

Questo flusso verrà direzionato all'uscita  $A_2$  del concentratore, dove è posto un secondo corpo nero che avrà temperatura al massimo pari a  $T$ . Esso emetterà a sua volta radiazione secondo:

$$\Phi_2 = \sigma A_2 T^4 \quad (2.13)$$

All'equilibrio,  $\Phi_1 = \Phi_2$  e quindi:

$$C_{max}^{3D} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{n^2}{(\sin \theta)^2} \quad (2.14)$$

L'espressione 2.14 indica, per un concentratore avente aperture di ingresso e di uscita di area  $A_1$  e  $A_2$  rispettivamente, il rapporto massimo teorico di concentrazione per un concentratore

3D. Come prima, se il corpo nero emettitore è immerso in un mezzo con indice di rifrazione  $n_s$ , la 2.14 diventerà:

$$C_{max}^{3D} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{n^2}{(n_s \sin \theta)^2} \quad (2.15)$$

## 2.1.2 Formulazione ottica del rapporto massimo teorico di concentrazione

Il rapporto massimo teorico di concentrazione di un sistema ottico è determinabile anche partendo da principi ottici, nel nostro caso a partire dall'étendue (generalizzata allo spazio delle fasi come nel paragrafo 1.4.3). Come accennato in precedenza, la conservazione dell'étendue è rappresentabile nello spazio delle fasi come la conservazione di un elemento di volume (espressione 1.29); sfruttiamo ora tale concetto per i nostri scopi.

Lo schema è simile a quello utilizzato nel paragrafo 1.4.3 per ricavare la formulazione dell'étendue nello spazio delle fasi; supponiamo di avere una superficie  $A_1$  di forma quadrata (di lato  $a$ ) appartenente al piano  $x_1x_2$  che costituisce l'apertura di ingresso di un concentratore. I raggi vengono ricevuti all'interno di un cono formante un semi-angolo  $\pm\theta$  con la normale alla superficie e lo spazio che circonda il concentratore ha indice di rifrazione pari ad  $n$ , mentre il nostro strumento ha indice di rifrazione  $n'$ . In questo caso, il calcolo dell'étendue sulla superficie  $A_1$  si riduce semplicemente a:

$$U = \int_{-a}^a dx_1 \int_{-a}^a dx_2 \int_{-\theta}^{\theta} \cos \varphi_1 d\varphi_1 \int_{-\theta}^{\theta} \cos \varphi_2 d\varphi_2 = 16 a^2 n^2 \sin^2 \theta \quad (2.16)$$

dove abbiamo fatto uso di 1.22 nell'integrazione rispetto  $d\varphi_1$  e  $d\varphi_2$ .

Immaginiamo ora che tutta la radiazione all'ingresso  $A_1$  sia direzionata senza perdite alla superficie di uscita  $A_2$  del concentratore, supposta anch'essa di forma quadrata (di lato  $a'$ ), e uscente all'interno di un cono di semi-angolo  $\pm\theta'$  rispetto la normale ad  $A_2$ . Possiamo quindi calcolare l'étendue su  $A_2$ , ottenendo:

$$U' = \int_{(-a')}^{(a')} dx'_1 \int_{(-a')}^{(a')} dx'_2 \int_{(-\theta')}^{(\theta')} \cos \varphi'_1 d\varphi'_1 \int_{(-\theta')}^{(\theta')} \cos \varphi'_2 d\varphi'_2 = 16 a'^2 n'^2 \sin^2 \theta' \quad (2.17)$$

Poiché  $U = U'$  per la conservazione dell'etendue, allora da 2.16 e 2.17:

$$\frac{a^2}{(a')^2} = \frac{((n')^2 \sin^2 \theta')}{(n^2 \sin^2 \theta)} \quad (2.18).$$

Ma  $A_1 = a^2$ ,  $A_2 = a'^2$  e  $\theta' = \pm\pi/2$  al massimo per considerazioni geometriche, quindi 2.18 diventa come 2.15.

Il medesimo procedimento è applicandole per i concentratori 2D, ma la quantità che si conserva sarà semplicemente  $dU = dx_1 dp_1$  come è possibile verificare con procedimento analogo a quello utilizzato nel paragrafo 1.4.3. Il risultato per il massimo di concentrazione sarà il medesimo di 2.10.

## 2.2 Sistemi IO

I concentratori si possono dividere in molte classi, a seconda del metodo ottico usato per concentrare la luce, il numero di assi lungo i quali avviene la concentrazione e così via. Come prima distinzione, dividiamo i sistemi a concentrazione in due classi: i concentratori di tipo imaging (IO, ovvero imaging optics) e quelli di tipo non imaging (NIO, ovvero non imaging optics).

Nei sistemi IO, come da definizione, si forma sull'obiettivo l'immagine della sorgente di luce. L'oggetto sorgente è considerato come un set di punti ognuno dei quali emette luce in ogni direzione: la luce emessa viene in parte catturata dall'ottica del sistema e concentrata su un determinato punto dell'immagine.

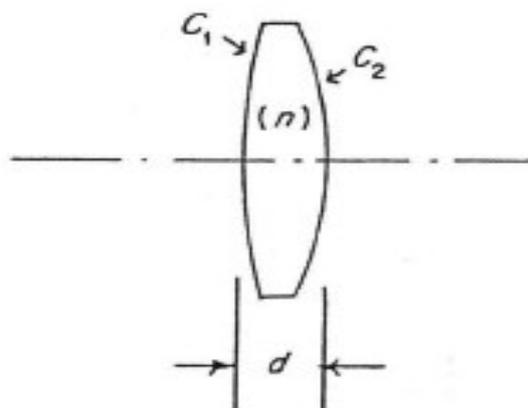


Figura 2.4: schema per l'approssimazione parassiale

Importante, in questi sistemi, è l'*approssimazione parassiale* o *gaussiana* o *delle lenti sottili*. Si consideri una lente come quella nella figura 2.4. La lente ha le curvatures  $c_1$  e  $c_2$  (non sono altro che i reciproci dei raggi di curvatura), spessore centrale  $d$  e indice di rifrazione  $n$ ; l'approssimazione appena introdotta consiste nel considerare piccolo e quindi trascurabile lo spessore delle lenti  $d$ .

Sia  $f$  la lunghezza focale della lente, indicante il punto nel quale convergono tutti i raggi che son giunti sulla lente paralleli gli uni agli altri a partire da una sorgente emissiva a distanza infinita. Possiamo quindi scrivere, in approssimazione parassiale:

$$\frac{1}{f} = (n-1)(c_1 - c_2) \quad (2.19)$$

### 2.2.1 Proprietà basilari dei sistemi IO

Il ray tracing fornisce praticamente tutte le informazioni riguardo l'ottica geometrica di un sistema ottico, sia esso NIO o IO. Questa procedura non è però sufficiente nel caso in cui si vogliono costruire nuovi sistemi con proprietà adatte per certi propositi. Il concetto di rapporto di concentrazione appena introdotto, che specifica le prestazioni generali di un sistema ottico, può anche essere usato per descriverne le proprietà.

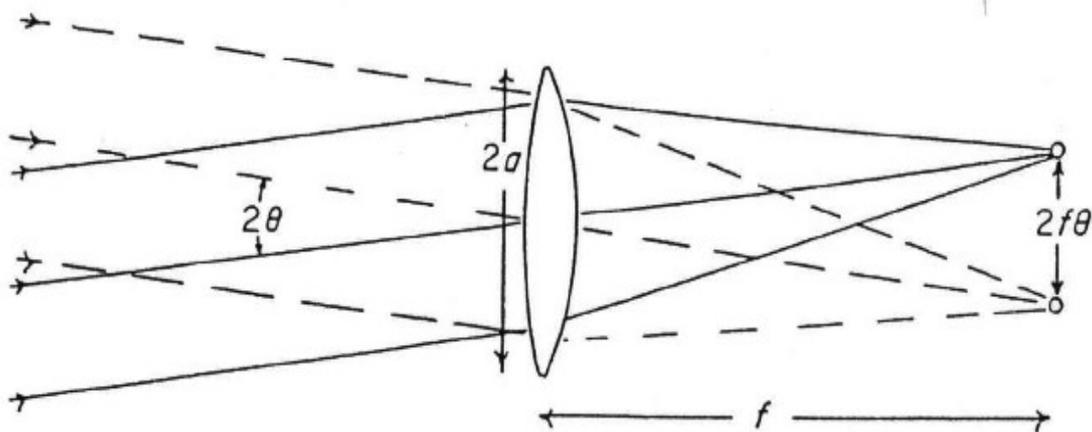


Figura 2.5: rappresentazione schematica di un sistema ottico con lente

Per introdurre alcuni di questi concetti si consideri una lente convergente sottile (approssimazione parassiale) la quale è caratterizzata da un diametro  $2a$  e da una lunghezza focale  $f$ . In esperimenti è stato osservato che se i raggi provengono da una sorgente di dimensione finita posta a grande distanza dalla lente, questi raggi convergeranno in separati punti focali formando un'immagine.

Se la sorgente sottende un angolo  $2\theta$  piccolo rispetto l'asse della lente, e quindi  $\sin\theta \sim \theta$ , è stato mostrato che la dimensione dell'immagine che si forma nel suo fuoco è  $2f\theta$ , come si può vedere nella figura 2.5. Sulla base di quanto è stato detto fin ora si possono già intuire alcuni dei concetti fondamentali per la teoria dei concentratori: il diametro  $2a$  del fascio di luce uscente dalla lente e l'angolo  $2\theta$  sotteso dal fascio (rispetto asse del sistema ottico). Il prodotto di queste due quantità elevato al quadrato e moltiplicato per l'indice di rifrazione del mezzo considerato anch'esso elevato al quadrato,  $n^2 a^2 \theta^2$ , non è altro che l'étendue di un sistema 3D nell'approssimazione di fascio con piccola divergenza angolare. E' un invariante attraverso il sistema ottico nel caso si assuma che non ci siano ostruzioni al fascio di luce e che si possano trascurare perdite dovute ai materiali, quali l'assorbimento o lo scattering.

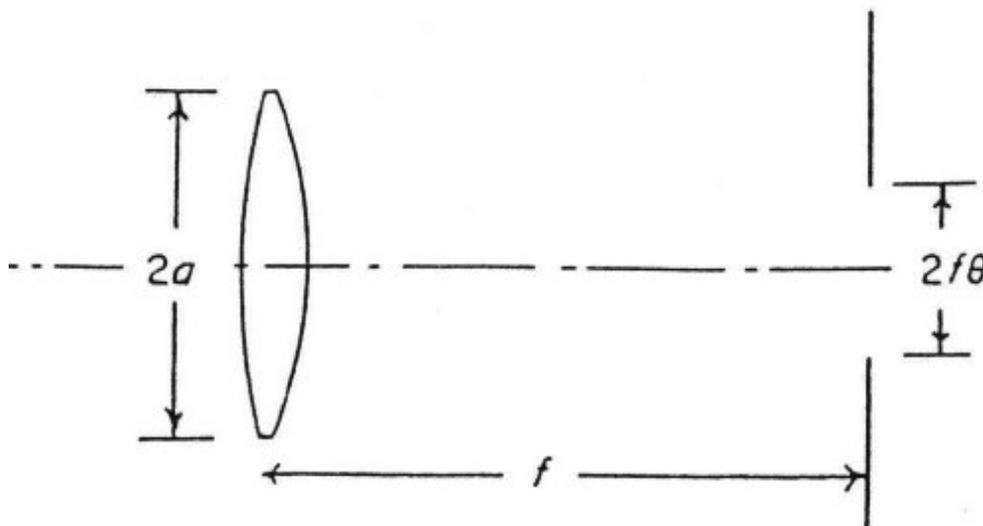


Figura 2.6: schema per l'interpretazione dell'étendue in un sistema ottico con lente

Per interpretare fisicamente l'étendue in un sistema 3D con lente, si consideri che il sistema

ottico funzioni come un concentratore con un determinato  $C_{geo}^{3D} = \frac{(2a)^2}{(2f\theta)^2}$ , cioè deve far

convergere attraverso un'apertura d'uscita di diametro  $2f\theta$  solo quei raggi che sono entrati dall'apertura d'ingresso di diametro  $2a$  all'interno di un estensione angolare pari a  $\pm\theta$ . Si supponga ora che un flusso  $\Phi$  incida con una radianza  $L$  sulla lente provenendo da sinistra, come nella figura 2.6; il flusso totale accettato dalla lente è pari, seguendo 1.8, a

$\Phi = \pi^2 L^* n^2 a^2 \theta^2$  e quindi la quantità  $n^2 a^2 \theta^2$  rappresenta la frazione di flusso che la può

attraversare (nell'assunzione che la formazione d'immagine sia corretta e che l'apertura d'uscita attraverso la quale passano i raggi abbia diametro  $2f\theta$ ). A livello pratico, quindi, un sistema con diametro fissato e caratterizzato da un certo valore del rapporto di concentrazione  $C_{\text{geo}}$  guadagna in concentrazione man mano che si riduce il più possibile la lunghezza focale  $f$ .

## 2.2.2 Lo specchio parabolico

Nel paragrafo precedente abbiamo fatto uso di un sistema con una lente per presentare le basilari caratteristiche di un sistema IO; tali definizioni valgono anche per un sistema IO costituito ad esempio da specchi (gli specchi vengono spesso usati in ottica per eliminare l'aberrazione cromatica, come spiegheremo in seguito). Come esempio di sistema imaging di questo tipo presentiamo il caso dello specchio parabolico; la scelta del caso particolare dello specchio parabolico è stata fatta, oltre che a scopo esplicativo, poiché tale strumento verrà poi utilizzato nella caratterizzazione sperimentale effettuata in questa tesi.

Come è noto, una parabola è il luogo dei punti equidistanti da un punto detto fuoco e da una retta detta direttrice, mentre la retta perpendicolare alla direttrice e passante per il fuoco è detto asse della parabola. Se la parabola viene fatta ruotare attorno al proprio asse, la superficie che essa delinea è detta paraboloidi di rotazione. Uno specchio con tale forma viene detto specchio parabolico. Considerando questa simmetria assiale, le proprietà di uno specchio parabolico, nella maggior parte dei casi, possono essere discusse limitandosi ad un piano passante per il suo asse.

Consideriamo la figura 2.7; consideriamo un raggio parallelo all'asse ottico che incida sullo specchio parabolico in un punto  $P(x_0, y_0)$  e il cui il prolungamento oltre tale punto intercetta la direttrice della parabola in un punto H. I raggi paralleli all'asse ottico provenienti da distanza infinita verranno direzionati su un punto, come nei sistemi a lenti; supponiamo quindi che il raggio riflesso nel punto P attraversi l'asse dello specchio nel punto F. È stato visto sperimentalmente che per ogni raggio parallelo all'asse, la distanza PH coincide con la distanza FP; quindi tutti i raggi paralleli all'asse riflessi da uno specchio parabolico passano per il punto F che corrisponde al *fuoco della parabola*.

Per dimostrare tale proprietà di uno specchio parabolico dobbiamo fare riferimento alla legge di riflessione vista nel paragrafo 1.2, ovvero disegnare la perpendicolare alla parabola

nel punto P e disegnare il raggio incidente e quello riflesso con il medesimo angolo rispetto tale normale. Di conseguenza, se dimostriamo che la retta PN bisettrice dell'angolo formato tra PF e il raggio incidente è *normale* alla parabola nel punto P, allora avremmo ottenuto i nostri scopi.

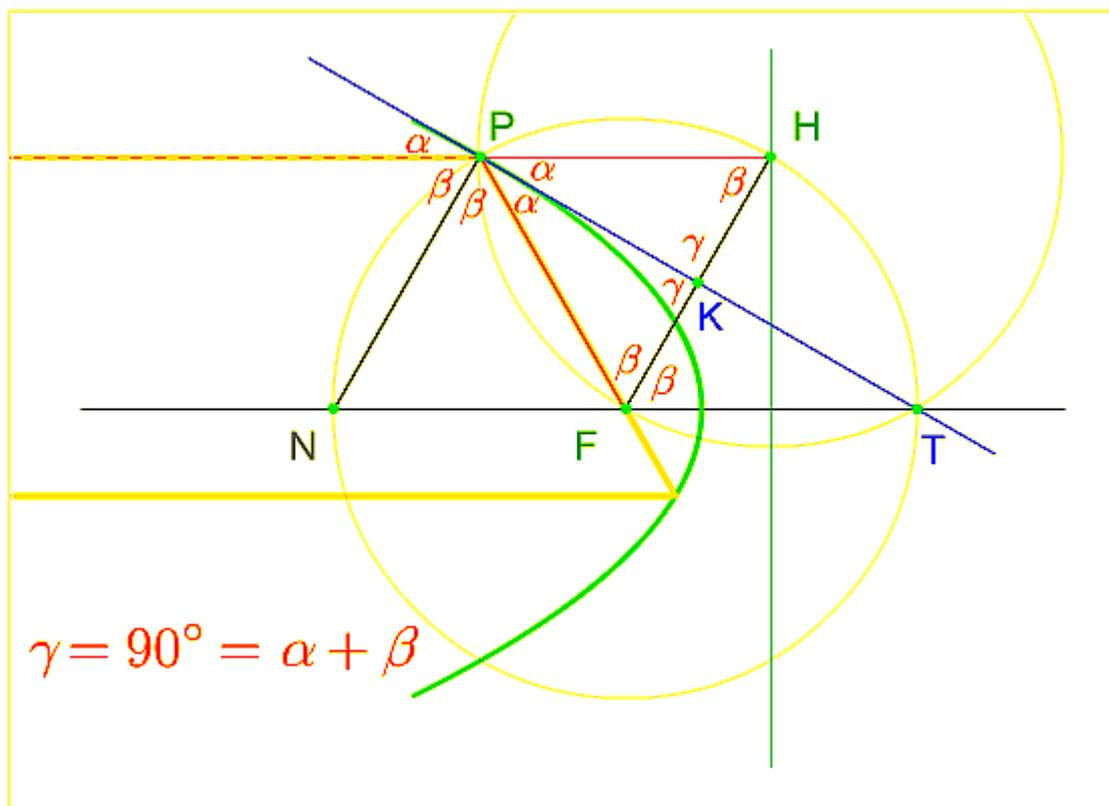


Figura 2.7: illustrazione della riflessione di un raggio di luce da parte di uno specchio parabolico

Rappresentiamo la sezione parabolica dello specchio in un diagramma cartesiano come quello in figura 2.8. Poniamo il vertice  $V$  nell'origine degli assi cartesiani e l'asse  $x$  parallelo alla direttrice  $d$ ; supponiamo, inoltre, che la distanza fuoco-direttrice valga  $a$  e che il fuoco  $F(0, a/2)$  abbia ordinata positiva. In tale configurazione l'equazione della parabola sarà :

$$y = \frac{x^2}{2a} \quad (2.20)$$

Sappiamo che il coefficiente angolare  $m$  della retta tangente in un punto ad una determinata curva è dato dalla derivata della curva calcolata nel punto considerato:

$$m = \frac{(\partial y)}{(\partial x)} = \frac{x}{a} \quad (2.21)$$

e quindi la retta tangente in  $P(x_0, y_0)$  alla parabola avrà coefficiente angolare pari a  $x_0/a$ . La

normale alla curva in P dovrà quindi avere coefficiente angolare  $m'$  pari a:

$$m' = \frac{1}{m} = \frac{a}{x_0} \quad (2.22)$$

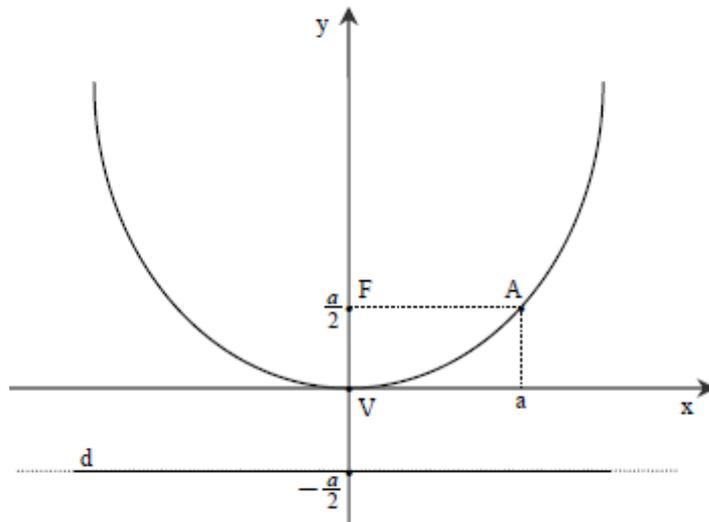


Figura 2.8: parabola in un piano cartesiano

Tornando a riferirci per semplicità alla figura 2.7, poiché il triangolo PFH è isoscele ( $PF = HP$  per le proprietà della parabola), allora la tangente PK sarà perpendicolare a HF; inoltre per le proprietà dei triangoli isosceli, gli angoli formati da PF e PH con HF saranno uguali (li denotiamo con  $\beta$ ). Notiamo ora che il triangolo PKF è rettangolo e di conseguenza anche l'angolo tra PN e PF è pari a  $\beta$ . Possiamo affermare quindi che PN è parallela a HF (per le proprietà degli angoli formati dalle rette parallele PN e HF attraversate dalla trasversale PF): poiché PN è la bisettrice dell'angolo formato tra il raggio incidente e PF, allora anche l'angolo tra il raggio incidente in P e il segmento PN è pari a  $\beta$ . Se quindi la retta passante per F e H (come detto parallela a PN) fosse perpendicolare a PK, avremmo quindi dimostrato come i raggi incidenti su uno specchio parabolico paralleli all'asse vengano direzionati verso il fuoco della parabola.

Il coefficiente angolare  $m''$  di una retta passante per due punti è dato semplicemente da:

$$m'' = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} \quad (2.23)$$

che nel nostro caso diventa, seguendo la figura 2.8 e sostituendo  $H = (x_2, y_2) = (x_0, -a/2)$  e

$$F=(x_1, y_1)=(0, a/2) \quad , \quad m''=\frac{a}{x_0}=m' \quad .$$

Uno specchio parabolico crea nel suo fuoco un'immagine reale di una sorgente posta a distanza infinita. L'immagine è reale poiché un osservatore percepisce i raggi riflessi come se effettivamente venissero emessi da una sorgente posta in F. Quindi uno specchio parabolico ha la proprietà di essere stigmatico (non affetto da astigmatismo, termine che verrà spiegato nel prossimo paragrafo) almeno per sorgenti poste a distanza infinita o, per il principio della reversibilità dei cammini ottici, *nel suo fuoco*. Tale proprietà è proprio quella che sarà poi utilizzata nella caratterizzazione sperimentale al fine di direzionare il fascio luminoso emesso dalla sorgente di luce (un LED bianco) sul concentratore da caratterizzare. Concludiamo notando che se i raggi incidenti sullo specchio sono paralleli all'asse i raggi riflessi convergono nel fuoco, viceversa se una sorgente puntiforme luminosa è collocata nel fuoco del paraboloide, i raggi riflessi sono paralleli al proprio asse.

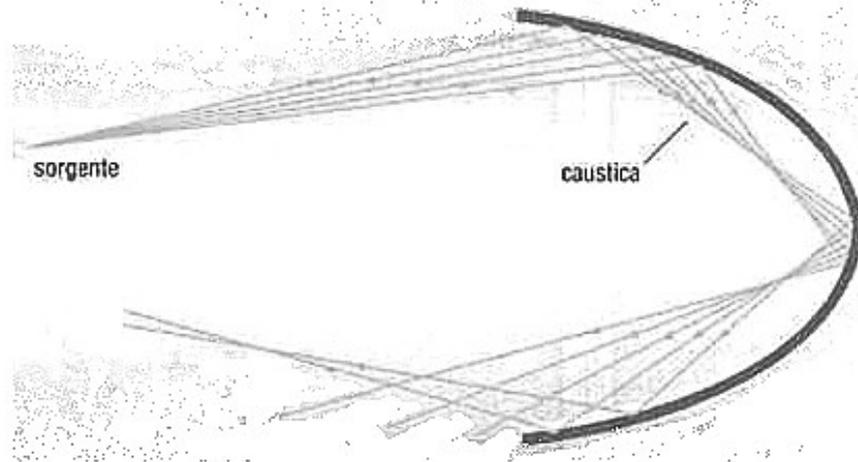


Figura 2.9: caustica in uno specchio parabolico

Se la sorgente è vicina allo specchio, i raggi giungeranno sullo specchio parabolico con inclinazioni diverse e dopo la prima riflessione, in generale non si incrociano in un singolo punto. Essi danno origine, a una zona luminosa detta caustica (figura 2.9). Questo inconveniente si manifesta in modo meno apprezzabile se i raggi hanno piccola inclinazione rispetto all'asse (raggi parassiali) e lo specchio ha un raggio di curvatura piccolo. Per limitare la riflessione ai raggi parassiali, è necessario che la sorgente sia vicina all'asse e che lo specchio sia di piccola apertura.

### 2.2.3 Proprietà per l'idealità di un sistema IO a concentrazione

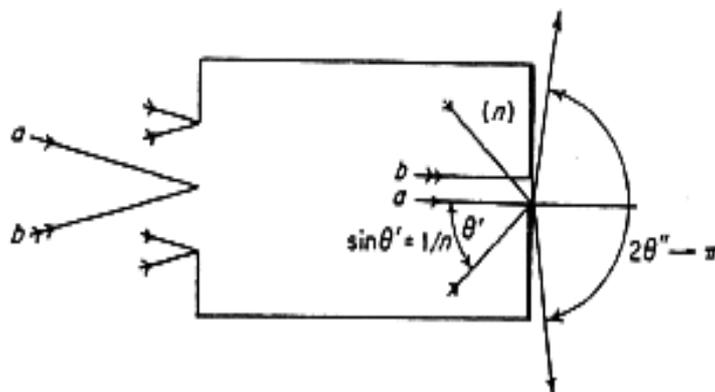


Figura 2.10: schema di un semplice sistema a concentrazione IO

In figura 2.10 possiamo vedere il più semplice esempio di sistema a concentrazione IO. Nel caso l'indice di rifrazione del mezzo finale sia l'aria ( $n \sim 1$ ), l'angolo di uscita dei raggi dal concentratore può essere al massimo  $\pi/2$ . Un sistema di questo tipo può essere costruito con la superficie all'uscita in vetro o un altro materiale con un indice di rifrazione  $n > 1$ ; l'angolo  $\theta'$  con il quale tali raggi arrivano a questa superficie dall'interno, prima di emergere dal concentratore effettivamente ad angoli compresi entro  $\theta'' = \pm \pi/2$ , deve soddisfare la relazione:

$$\sin \theta' = \frac{1}{n} \quad (2.24)$$

Per molti materiali in genere l'angolo  $\theta'$  sarebbe circa  $40^\circ$ . Quando l'equazione 2.24 non è soddisfatta, bisogna far fronte al problema della *riflessione interna* dei raggi (oltre ad altre problematiche come l'assorbimento dei raggi e il loro scattering da parte dei materiali del concentratore). Per sopperire al problema delle riflessioni interne si può, ad esempio, porre in contatto ottico con la superficie dell'apertura di uscita (indice di rifrazione  $n > 1$ ) l'assorbitore del flusso radiante. Se un concentratore termina in un mezzo ad indice di rifrazione  $n$ , si ha un guadagno nel rapporto di concentrazione teorico massimo di un fattore  $n$  o  $n^2$  a seconda che il concentratore sia di tipo 2D o 3D come visto in precedenza.

Si spiegano ora quali sono le grandezze fisiche più adatte per la descrizione dei sistemi ottici, in particolare quelli a formazione d'immagine. Per dare una misura delle performance di un sistema ottico IO si utilizza la quantità  $NA$  o *apertura numerica* al posto della

lunghezza focale, poiché quest'ultima non è indicata per sistemi in cui i raggi formano (rispetto l'asse ottico) grandi angoli che approssimano  $\pi/2$ .

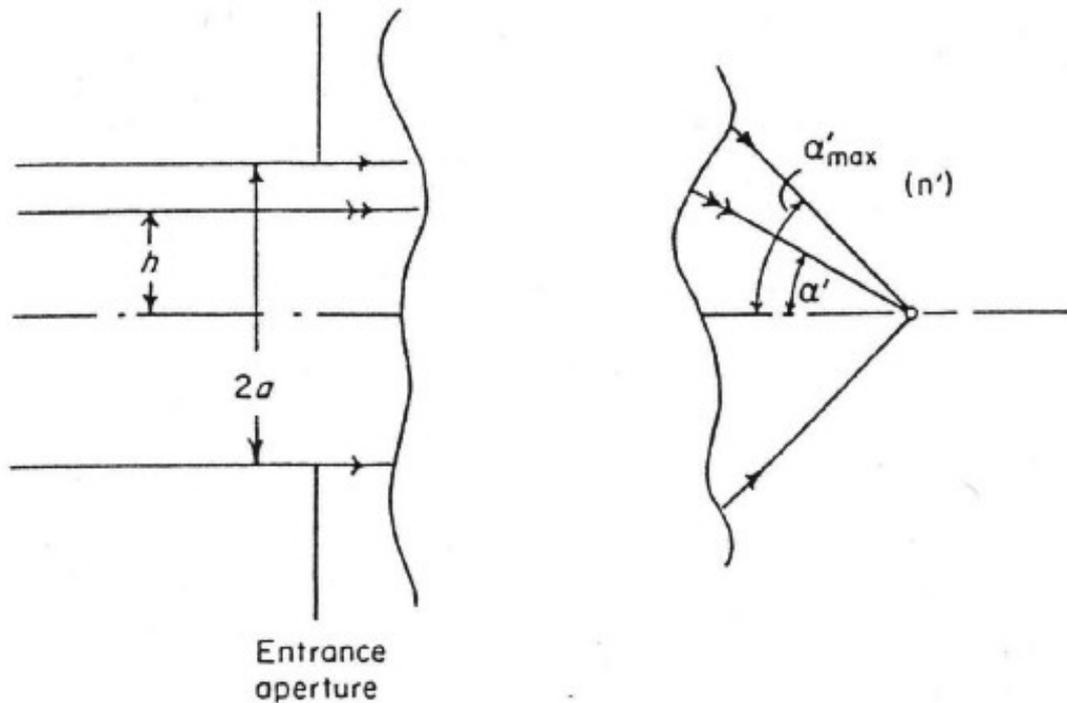


Figura 2.11: definizione dell'apertura numerica in un sistema IO

In figura 2.11 è raffigurato un sistema con apertura di ingresso  $2a$  il quale forma un'immagine dell'oggetto puntiforme, in asse, posto all'infinito; il semi-angolo del cono dei raggi estremi emergenti è  $\alpha'_{max}$ .

In termini di queste quantità, NA è allora definito nel modo seguente

$$NA = n' \sin(\alpha'_{max}) \quad (2.25)$$

dove  $n'$  è l'indice di rifrazione del mezzo nello spazio dell'immagine. Abbe mostrò che i punti per un oggetto fuori asse (off-axis) possono ugualmente formare un'immagine se tutti i raggi soddisfano:

$$h = n' \sin(\alpha') \cdot const. \quad (2.26)$$

dove  $h$  è la distanza di ciascun raggio incidente dall'asse ottico, mentre  $\alpha'$  è l'angolo formato dalla direzione dei raggi emergenti con l'asse ottico nel mezzo  $n'$ . La 2.26 è la nota *condizione del seno* di E. Abbe per una buona formazione d'immagine; non assicura una formazione perfetta dell'immagine per tutti i punti dell'oggetto fuori-asse, ma assicura che le aberrazioni (in questo caso vari tipi di coma, che vedremo in seguito), siano nulle.

Un sistema ottico privo di aberrazioni sferiche e coma è detto *aplanatico*. Con questo nuovo concetto (affiancato all'equazione 2.26) si può dire che la formazione aplanatica di un'immagine è una condizione necessaria e non sufficiente affinché un concentratore IO abbia rapporto di concentrazione massimo ( $C_{max}$ ) o sia ideale.

La costante nella condizione del seno di Abbe ha il significato di una lunghezza focale dal lato dell'apertura d'ingresso del concentratore nella figura 2.11, e la si indica semplicemente con  $f$ . Da  $h = n' \sin(\alpha) \cdot f$  si ricava la semi-apertura d'ingresso del sistema ottico, ovvero:

$$a = f NA \quad (2.27)$$

e sostituendo 2.27 nell'espressione 2.10:

$$\frac{a}{a'} = \frac{NA}{(n \sin \theta_{max})} \quad (2.28)$$

Possiamo quindi scrivere:

$$a' = f \sin \theta_{max} \quad (2.29)$$

dove  $\theta_{max}$  è il semi-angolo massimo dei raggi ingresso dal concentratore. L'espressione 2.29 mostra che, per un sistema IO con rapporto di concentrazione teorico massimo, il raggio dell'apertura di uscita è proporzionale a  $\sin \theta_{max}$ .

## 2.2.4 Aberrazioni dei sistemi IO

Secondo quanto detto alla fine del paragrafo 2.2.1, basterebbe diminuire a sufficienza la lunghezza focale  $f$  per ottenere un rapporto di concentrazione geometrica indefinitamente grande in un sistema IO dato. Nella realtà abbiamo visto che esiste un limite superiore teorico al rapporto di concentrazione spiegato sia in termini termodinamici che in termini ottici; ci si potrebbe chiedere quindi se i sistemi IO possano raggiungere tale rapporto di concentrazione massimo. La risposta è negativa, in quanto per molti di essi non è applicabile l'approssimazione parassiale e quindi sono soggetti ad *aberrazioni ottiche* di varia natura. Il termine aberrazione di un sistema ottico indica ogni tipo di deformazione dell'immagine prodotta dal sistema rispetto all'oggetto.

Nell'approssimazione parassiale per definire la distanza focale si sono considerati i raggi di luce incidenti sulla lente come paralleli tra loro e provenienti da distanza infinita. Nella realtà, i raggi non provengono da una sorgente all'infinito e quei raggi che incidono su una lente convessa in punti lontani dall'asse (*raggi marginali*) non convergono nel fuoco ma in

punti vicini al piano dell'immagine, come si può vedere nella figura 2.12. Questo effetto è noto come *aberrazione sferica*.

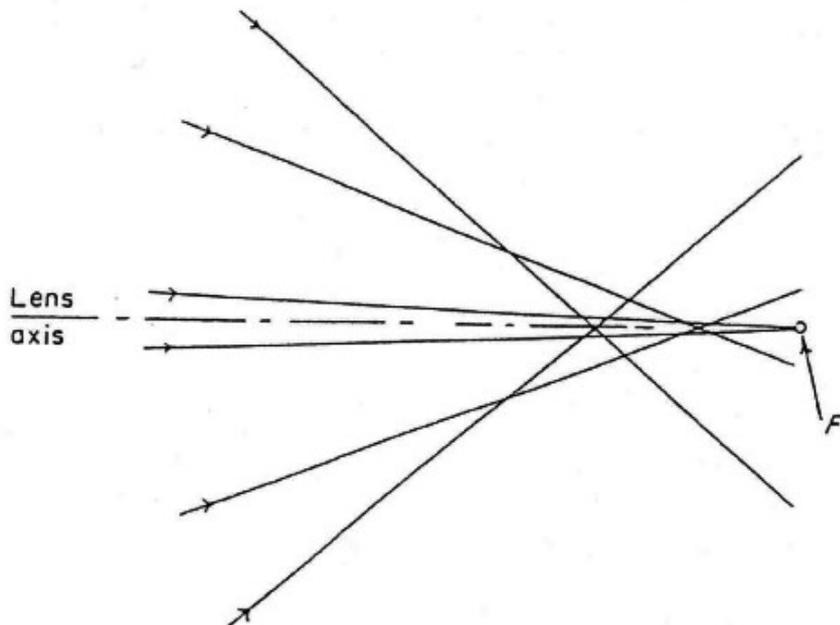
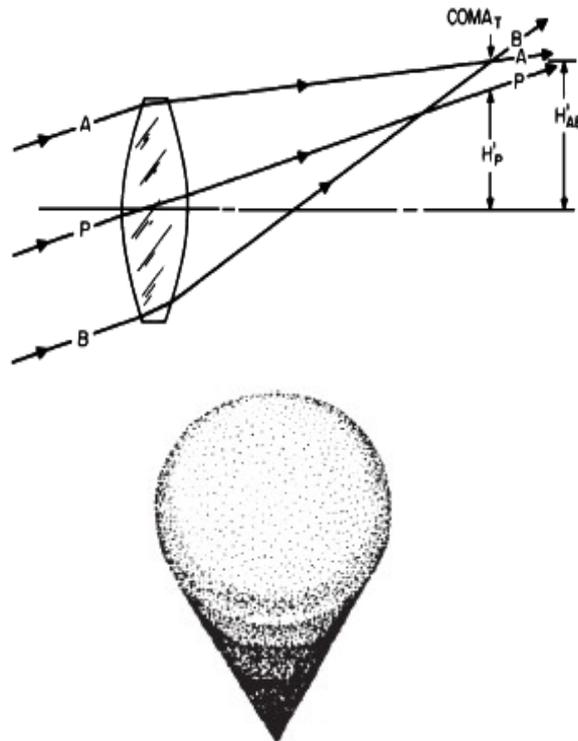


Figura 2.12: immagine dell'aberrazione sferica

Un altro tipo di aberrazione è quella *cromatica*, dovuta al fatto che in generale l'indice di rifrazione di un mezzo è dipendente dalla lunghezza d'onda del raggio incidente, ovvero come precedentemente accennato  $n=n(\lambda)$ . Ciò significa che raggi appartenenti allo stesso fascio ma con lunghezze d'onda differenti verranno rifratti in punti diversi, influenzando la qualità dell'immagine. Un metodo efficace per eliminare tale aberrazione è l'utilizzo, nel sistema ottico, di specchi invece che di lenti, in quanto raggi di lunghezza d'onda diversa vengono comunque *riflessi* allo stesso modo.

L'aberrazione di *coma* si ha quando la sorgente (supponiamo in questo caso puntiforme) di radiazione si trova al di fuori dell'asse ottico del sistema; in questa situazione, i raggi che passano per le zone marginali della lente e quelli passanti per il centro verranno focalizzati in punti diversi. L'immagine avrà di conseguenza una forma allungata (simile alla scia di una cometa, da cui il nome) come si può vedere in figura 2.13.



*Figura 2.13:* In alto, schema dell'aberrazione di coma. I raggi che attraversano le zone marginali della lente hanno fuochi diversi da quelli che passano per il centro. In basso, immagine affetta da aberrazione di coma di un sorgente puntiforme

L'aberrazione di *astigmatismo* è un'aberrazione ottica che si presenta lontano dall'asse ottico. Un sistema che è afflitto da quest'aberrazione produce due fuochi: uno sul piano sagittale ed uno su quello tangenziale (figura 2.14). In questo modo i raggi che vengono emessi da un punto sul piano oggetto vengono focalizzati in due linee tra loro ortogonali. Se consideriamo l'immagine di una sorgente puntiforme formata da un fascio di raggi obliqui avremo che nel piano tangenziale l'immagine sarà una linea; questa linea, chiamata immagine tangenziale è perpendicolare al piano tangenziale, cioè giace nel piano sagittale. Al contrario, l'immagine formata dai raggi nel piano sagittale sarà lungo il piano tangenziale. L'astigmatismo avviene quando le immagini formate nel piano tangenziale e sagittale non coincidono e di conseguenza l'immagine della sorgente puntiforme non è un punto, ma prende la forma di due linee separate, come si può vedere nella figura 2.9 che rappresenta il caso di una lente.

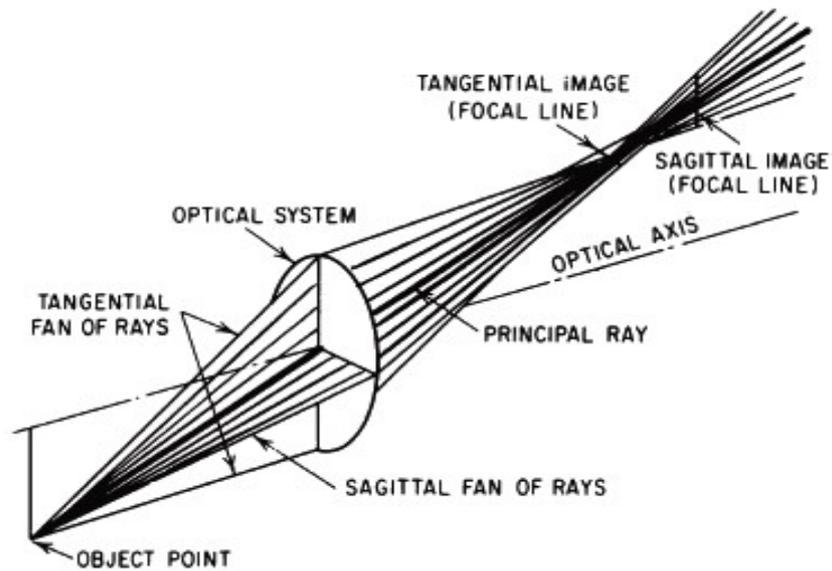


Figura 2.14: aberrazione di astigmatismo per una lente

Infine l'ultimo tipo di aberrazione che ora riportiamo è l'aberrazione di *distorsione*. Questa aberrazione ottica si verifica quando i punti del piano oggetto corrispondenti ad una certa figura sono relazionati ad immagini che differiscono dalla figura iniziale dell'oggetto.

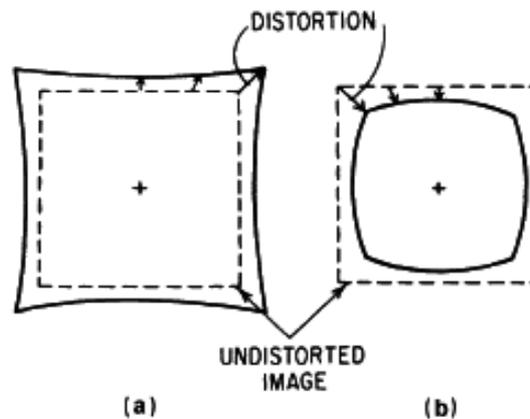
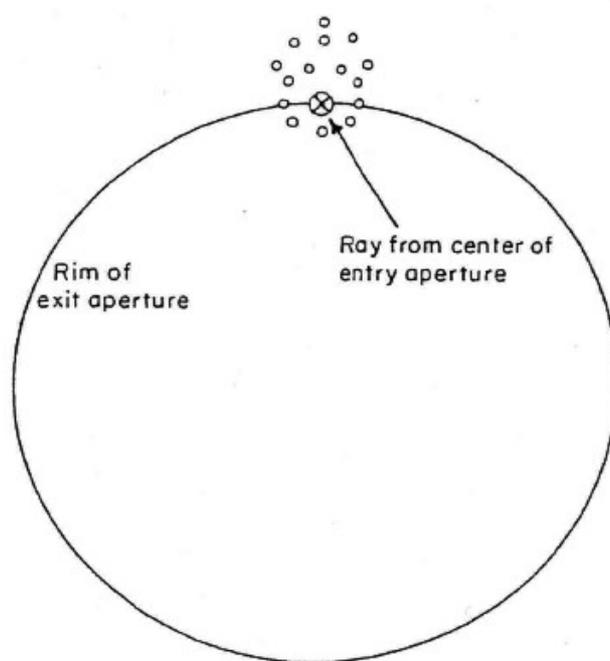


Figura 2.15: aberrazione di distorsione

Questo fenomeno è dovuto in buona parte al fatto che spesso le superfici esterne delle lenti o degli altri elementi utilizzati nei sistemi ottici, come specchi o prismi, sono curvi ed è l'aberrazione più facilmente riconoscibile in quanto deforma l'immagine nel suo complesso. Quando si forma l'immagine di un punto fuori asse, questa può essere lontana o vicina all'asse ottico; l'immagine di un oggetto esteso che subisce questa aberrazione è detta essere distorta. In figura 2.15 possiamo vederne alcuni esempi.

## 2.2.5 Effetti delle aberrazioni sui sistemi IO

Supponiamo per un momento che sia possibile eliminare ognuna delle aberrazioni appena spiegate a parte quelle dovute ad un fuori-asse (ovvero le aberrazioni di coma) nel sistema visualizzato precedentemente in figura 2.6. Alcuni raggi del fascio all'angolo estremo  $\theta$  cadranno fuori dall'apertura d'uscita di diametro  $2f\theta$ . Per capire il significato di ciò, si supponga ora di rappresentare l'aberrazione attraverso un diagramma di punti, i quali non sono altro che le intersezioni dei raggi del fascio con il piano dell'immagine che contiene l'apertura d'uscita del concentratore. Un tale diagramma per  $\theta_{\max}$  potrebbe apparire come nella figura 2.16.



*Figura 2.16:* Un diagramma a punti per i raggi del fascio che entrano in un sistema IO all'angolo massimo  $\theta_{\max}$ . La concentrazione per questo sistema è inferiore al limite teorico massimo poichè alcuni raggi non incidono sul bordo dell'apertura d'uscita a causa delle aberrazioni.

Il diagramma in figura 2.16 mostra come i raggi che passano attraverso il centro della lente all'angolo estremo  $\theta$  giungano proprio sul bordo dell'apertura d'uscita del concentratore per definizione, perciò una parte considerevole di flusso non lo attraversa; allo stesso tempo, tuttavia, parte del flusso del fascio ad angolo più grande di  $\theta_{\max}$  viene comunque raccolto. Questa situazione può essere riassunta con un grafico sulla porzione di luce raccolta dal

concentratore per diversi angoli fino al valore massimo teorico  $\theta_{\max}$  (vedi figura 2.17, permettendo così una visualizzazione chiara degli effetti delle aberrazioni sul rapporto di concentrazione. Un concentratore ideale seguirebbe l'andamento a gradino dell'efficienza di collezione in funzione dell'angolo, cioè la curva con la linea piena, poiché raccoglierebbe solo il flusso contenuto all'interno dell'angolo  $\theta_{\max}$  e non quello al di fuori di questo angolo.

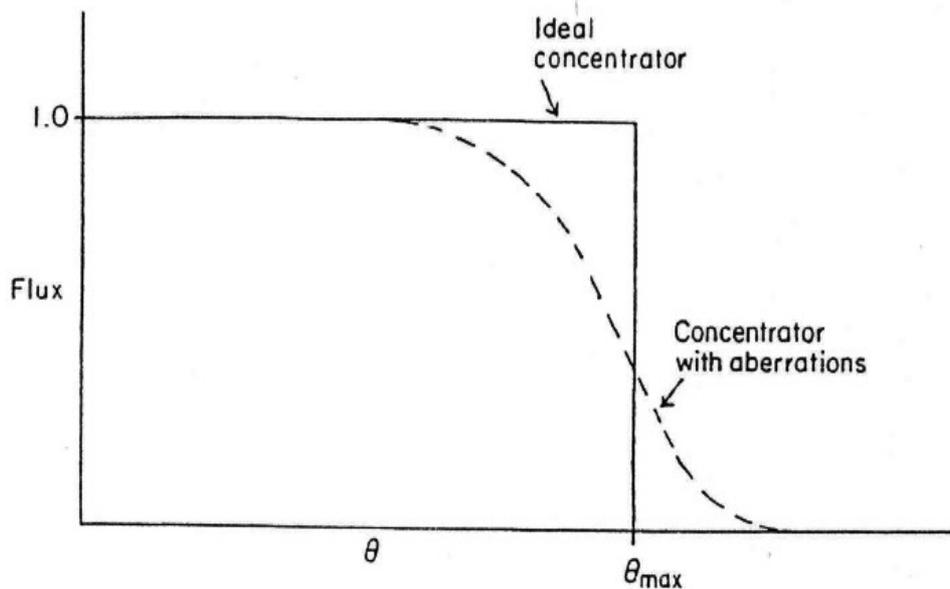


Figura 2.17: Grafico dell'efficienza di collezione in funzione dell'angolo  $\theta$ . L'ordinata indica il rapporto tra il flusso che emerge dall'apertura d'uscita del concentratore e quello che entra dall'apertura d'ingresso ad un angolo  $\theta$ .

Al contrario un concentratore IO reale possiede una curva di efficienza come quella rappresentata dalla linea tratteggiata a causa delle aberrazioni, con la conseguenza che il rapporto di concentrazione reale sarà inferiore a quello teoricamente raggiungibile dal medesimo concentratore.

Metodi per ridurre le aberrazioni e i loro effetti sui sistemi IO sono stati studiati per molti anni. Secondo le possibilità teoriche, sarebbe certamente possibile costruire un concentratore IO ideale con rapporto di concentrazione teorico massimo; a questo scopo si sono ipotizzati sistemi ottici con caratteristiche particolari, come ad esempio dotati di perfetta simmetria sferica o di un indice di rifrazione che varia con continuità. In assenza di tali proprietà, sarebbe utilizzabile il seguente stratagemma: se si volessero concentrare due punti di un oggetto sui due punti corrispondenti di un'immagine, sarebbero sufficienti due superfici di una lente (una superficie per ogni punto). Tuttavia se si volessero concentrare

tanti punti di un oggetto nei corrispondenti punti dell'immagine sarebbero necessarie tante superfici (e quindi tante lenti) quante sono i punti. E' chiaro che pur potendo costruire un sistema con un numero molto grande di lenti, questo stratagemma risulterebbe chiaramente di difficile attuazione. E in ogni caso i dispositivi ottici disponibili non producono immagini perfette ma soggette ad aberrazioni. Tutto ciò non significa che sia impossibile costruire un sistema in grado di creare immagini perfette e di concentrare al limite massimo teorico; semplicemente sarebbe molto difficile! Un sistema ad ottica imaging infatti richiede molti gradi di libertà in quanto la formazione dell'immagine impone un gran numero di condizioni che devono essere soddisfatte simultaneamente.

### 2.2.6 L'esempio del telescopio VLT

Dimostriamo ora un esempio per chiarire come i sistemi IO non possano raggiungere il rapporto teorico massimo di concentrazione. A tale scopo, consideriamo il caso del Very Large Telescope (VLT) di 8.2m di diametro al Paranal Observatory in Cile. Lo schema semplificato di tale strumento è riportato in figura 2.18.

Consideriamo il sole come una sorgente di energia radiante a simmetria sferica: il flusso emesso cala con l'inverso del quadrato della distanza  $R$  dal centro attraverso sfere successive di raggio  $4\pi R^2$ . Quindi il flusso sulla terra sarà diminuito rispetto a quello

sulla superficie del sole di un fattore  $\left(\frac{r}{R}\right)^2$ , dove  $r$  è il raggio del sole ed  $R$  la distanza

terra-sole. Da semplice geometria risulta,  $\left(\frac{r}{R}\right)^2 = \sin^2 \theta_s$  dove  $\theta_s$  è l'angolo sotteso dal sole.

Sostituendo tale valore nell'espressione 2.15 e supponendo  $n_s = 1$  il limite di concentrazione

della luce solare sulla superficie terrestre diventerebbe  $\frac{n^2}{(\sin^2 \theta_s)}$ . Questo limite è chiamato

*legge del seno per la concentrazione.*

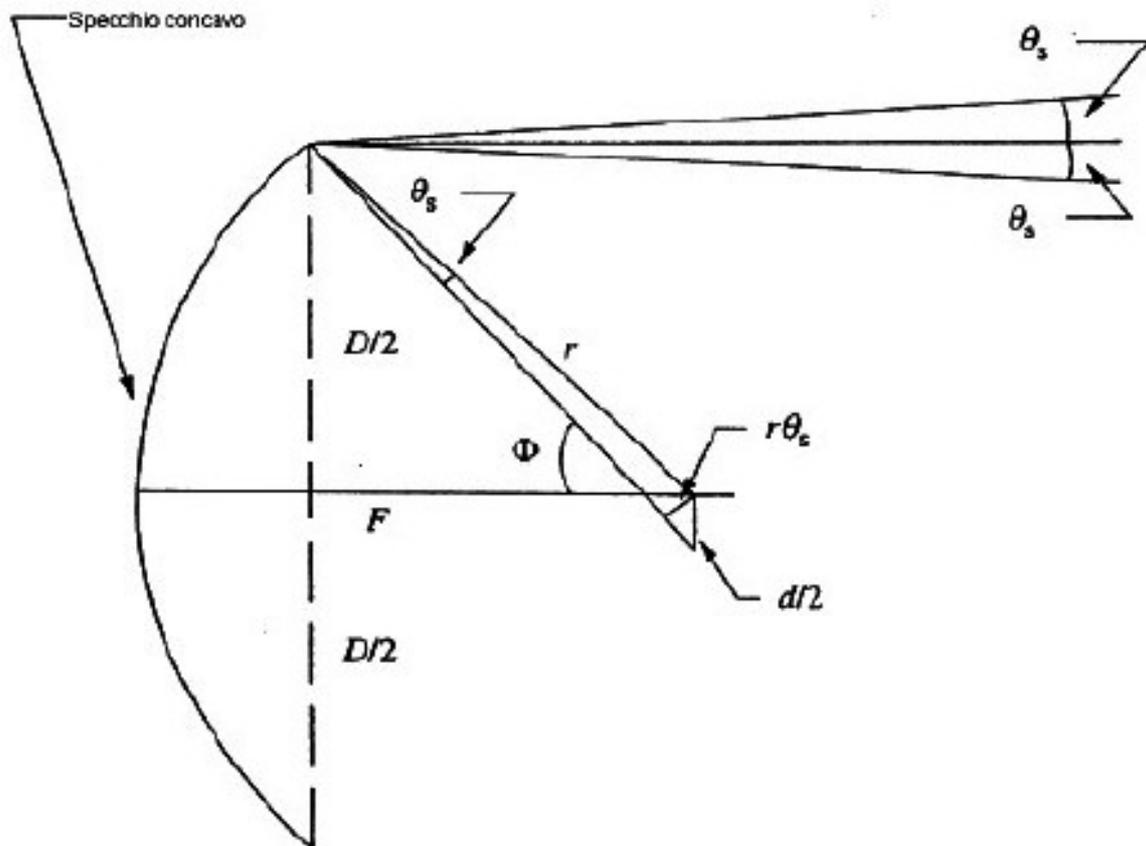


Figura 2.18: Concentratore solare a formazione d'immagine con assorbitore planare.

Supponiamo di puntare VLT verso il sole (solo teoricamente, una simile procedura danneggerebbe gravemente la strumentazione): seguendo l'immagine indicata in figura 2.18, è possibile ricavare che la concentrazione massimo ottenibile dal telescopio VLT è:

$$C_{max}^{VLT} = \frac{(n^2 \sin^2 2\Phi)}{(4\sin^2 \theta)}$$

Dove abbiamo introdotto l'angolo di bordo  $\Phi$  del telescopio. Il caso migliore si ottiene per  $\Phi = 45^\circ$ , che porta ad una concentrazione massima di  $\frac{n^2}{(4\sin^2 \theta)}$  inferiore di 4 volte rispetto al limite dato dalla legge del seno.

## 2.3 Sistemi NIO

La volontà di costruire sistemi a concentrazione che potessero raggiungere i valori di concentrazione massimi teorici è stata alla base dello sviluppo dell'ottica non-imaging: come verificheremo in seguito, infatti, i sistemi basati su quest'ottica possono raggiungere o avvicinare significativamente i rapporti di concentrazione massimi teorici.

Nei sistemi NIO (Non Imaging Optics), come dice la definizione, *non è richiesta la formazione dell'immagine* della sorgente di luce al fine di ottenere una concentrazione del flusso di radiazione. L'oggetto sorgente è considerato ancora come un set di punti sorgenti a loro volta di luce in ogni direzione ma i raggi considerati per i propri scopi sono diversi da quelli considerati nei sistemi IO.

Al fine di chiarire la differenza tra le due ottiche è utile considerare la figura 2.19. A sinistra (figura 2.19a) è riportato lo schema semplificato di un sistema ad ottica imaging: l'oggetto, rappresentato dal segmento EF, emette raggi luminosi che vengono raccolti da un ottica (DC) che a sua volta li dirige nei vari punti dell'immagine AB. Ciò significa che i raggi emessi da un generico punto P appartenente ad EF posto a distanza  $d_o$  dall'asse ottico saranno direzionati sul corrispondente punto Q appartenente all'immagine AB posto a distanza  $d_i$  dal medesimo asse. Come detto nei paragrafi precedenti, l'immagine sarà facilmente soggetta ad aberrazioni di vario tipo che ne comprometteranno la qualità e di conseguenza l'efficienza del sistema.

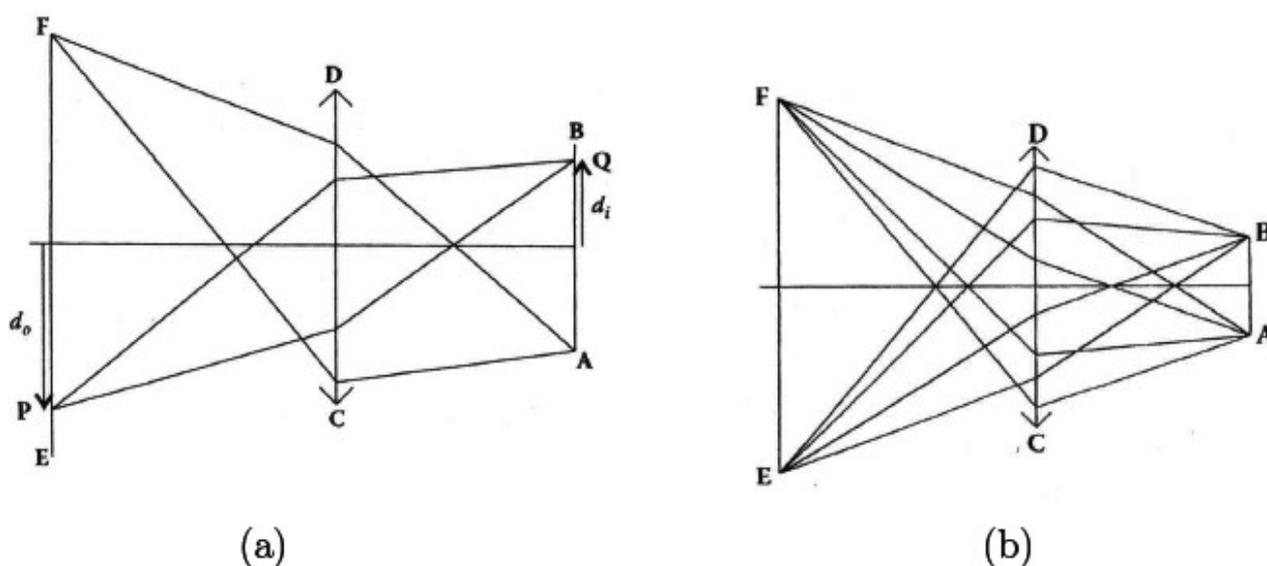


Figura 2.19: confronto schematico tra un sistema ottico IO (a) e un sistema ottico NIO (b)

Tuttavia ora ci potrà chiedere se per un sistema a concentrazione la condizione di formazione dell'immagine della sorgente sia una richiesta necessaria per ottenere una buona efficienza. Nella figura 2.19b è presentato un dispositivo ottico di tipo NIO: in tale sistema per la concentrazione è posta una sola condizione, ovvero che la luce proveniente da F venga concentrata in A, e che quella proveniente da E venga concentrata in B. Tale condizione serve a garantire che tutto il flusso rimanesse emesso da EF *passi attraverso il segmento AB*. Notiamo che quindi, a differenza dei sistemi imaging, qui i raggi considerati per ottenere la concentrazione *sono quelli marginali e non più quelli assiali* (i raggi vicino all'asse ad esempio non vengono focalizzati nel fuoco, ma vengono comunque concentrati). La luce proveniente da un punto generico P dell'oggetto non sarà necessariamente concentrata su un punto lungo AB e quindi in generale nessuna immagine verrà formata. Riassumendo, l'unica condizione che deve essere soddisfatta nei dispositivi NIO a concentrazione è che la radiazione che entra nel dispositivo ottico debba emergere, concentrata, da un'apertura d'uscita; in breve l'ottica NIO analizza la luce in termini di quantità di flussi energetici e non di qualità di un'immagine. È possibile in questo modo eliminare gli effetti delle aberrazioni sull'efficienza del sistema: le aberrazioni di coma e di sfericità, ad esempio, possono ora essere trascurate proprio per il venir meno della richiesta di formazione dell'immagine.

### **2.3.1 Metodo delle stringhe o Edge Ray principle**

Nella sezione precedente, è stata esposta la possibilità che non sia necessaria la formazione di immagine per un sistema il cui scopo sia quello di concentrare energia radiante. Questa affermazione richiede ovviamente di una teoria o di un principio che la supporti, in modo che questo discorso sia estendibile a tutti i sistemi NIO, e per mezzo del quale sia possibile sviluppare un algoritmo per disegnare i loro profili.

Ricordando il principio di Fermat, sappiamo che la lunghezza di cammino ottico (OPL) tra punti dell'oggetto e punti dell'immagine è la stessa per tutti i raggi. Quando questo stesso principio viene applicato a stringhe (insiemi di raggi) piuttosto che ai singoli raggi, si ottiene l'algoritmo, noto con il nome inglese di *edge ray principle* (letteralmente *principio del raggio marginale*, ma è noto anche sotto il nome di *metodo delle stringhe*), per il disegno di sistemi ottici non imaging. Per capire come funziona il metodo delle stringhe si ricorre ad

un esempio nel quale si vuole risolvere il problema di come raggiungere il limite di concentrazione dato dalla legge del seno, nel caso semplice di assorbitore piatto (figura 2.20).

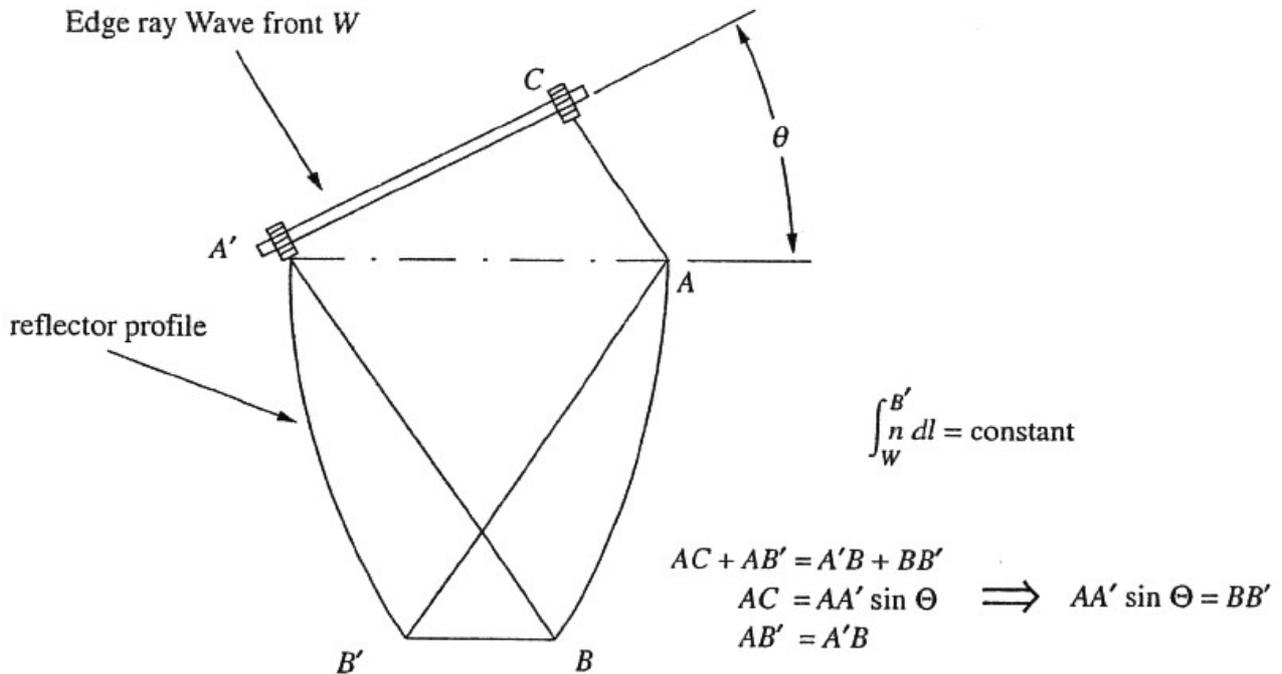


Figura 2.20: metodo delle stringhe per un concentratore con assorbitore piano

Si lega un estremo della corda ad un'asta inclinata di un angolo  $\theta$  rispetto al segmento dell'apertura  $AA'$  e si lega l'altro estremo al bordo dell'apertura d'uscita  $B'$ . Il profilo del riflettore viene tracciato mantenendo fissa la lunghezza man mano che la stringa viene mossa da  $C$  ad  $A'$ . Per mezzo di semplice geometria, è immediato trovare la relazione  $BB' = AA' \sin \theta$ , la quale è associata alla costruzione del CPC 2D (Compound Parabolic Concentrator, ovvero concentratore parabolico composto) o semplicemente CPC. La rotazione di questo profilo attorno all'asse di simmetria fornisce il profilo del CPC 3D. La costruzione delle stringhe è molto versatile, e può essere applicata a qualsiasi assorbitore convesso (o per lo meno non concavo).

### 2.3.2 Il Compound Parabolic Concentrator (CPC)

Per spiegare l'algoritmo dell'Edge Ray presentiamo l'esempio della costruzione del CPC 2D. Si consideri una sorgente di radiazione  $E_1$  ed un ricevitore AB sul quale si vuole concentrare la frazione più alta possibile di luce proveniente dalla sorgente stessa (figura 2.21a). Vogliamo inoltre utilizzare specchi e non lenti per attuare la concentrazione così da non considerare l'aberrazione cromatica.

Immaginiamo di muovere questa sorgente verso sinistra e contemporaneamente di aumentarne le dimensioni in larghezza mantenendo i suoi bordi sempre in contatto con i raggi  $r_1$  e  $r_2$  (figura 2.21b) formanti tra loro un angolo  $2\theta$ . Il campo della radiazione sarà visto dalla superficie AB come radiazione uniforme, ovvero ogni punto del ricevitore vede arrivare la radiazione compresa tra due raggi estremi.

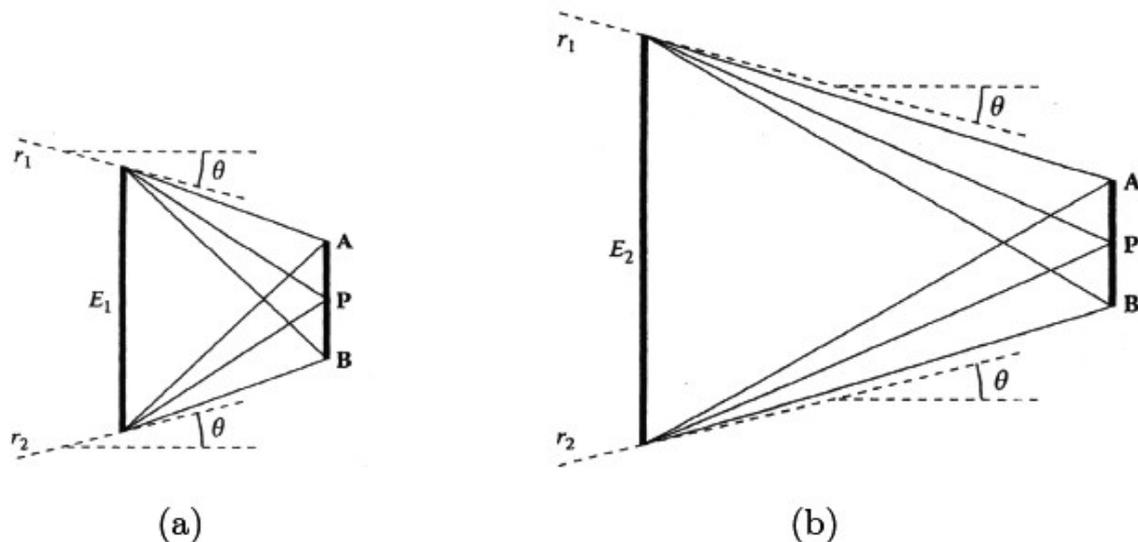


Figura 2.21: Man mano che la sorgente  $E$  si muove verso sinistra e cresce in maniera tale che i suoi bordi continuino a toccare i raggi  $r_1$  e  $r_2$ , le sue dimensioni saranno via via  $E_1$ ,  $E_2$ ...

Consideriamo ora  $AB$  come l'apertura d'uscita del dispositivo che vogliamo creare e facciamo partire il profilo degli specchi da utilizzare nel concentratore dai punti  $A$  e  $B$ ; per iniziare supponiamo di utilizzare semplici specchi piani. Si consideri il problema come simmetrico rispetto l'asse verticale passante per il centro dell'apertura  $AB$ .

Per spedire attraverso  $AB$  la massima quantità di radiazione l'angolo  $\beta$  formato dagli specchi con l'orizzontale deve essere il più piccolo possibile, ovvero l'apertura d'ingresso

$C_1D_1$  (figura 2.22) deve essere la più grande possibile. Il minimo di  $\beta$  è individuato dall'imposizione che il raggio limite  $r_1$  incidendo su  $D_1$  venga spedito verso il punto A. In questo modo, per valori più piccoli di  $\beta$ , i raggi che giungono su  $BD_1$  vengono riflessi verso  $AC_1$  e da qui lontano da AB.

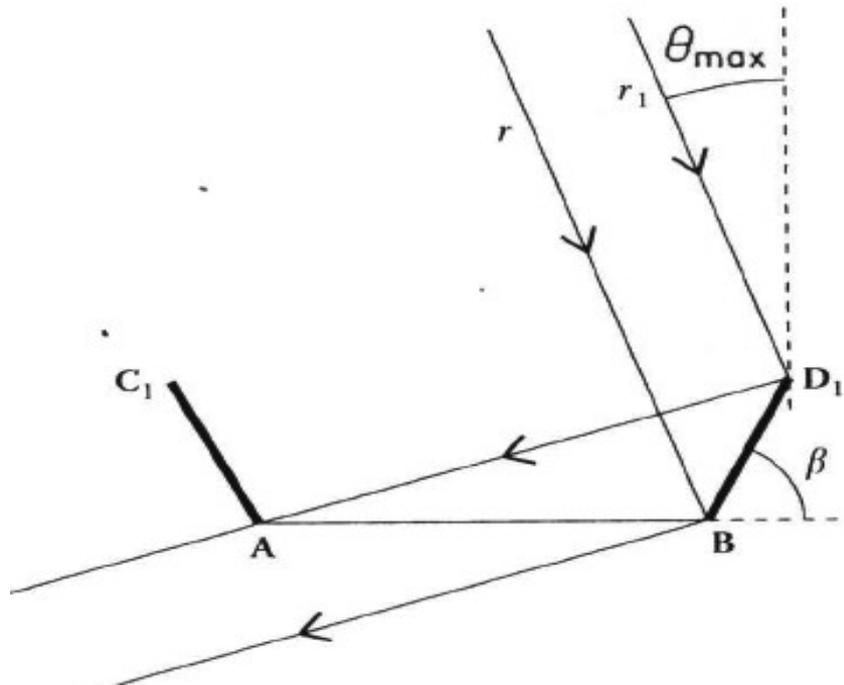


Figura 2.22: costruzione del profilo del concentratore NIO tramite edge ray principle

E' possibile migliorare questa configurazione aggiungendo un secondo specchio come mostra la figura 2.23. Analogamente a prima l'inclinazione degli specchi, che vengono aggiunti alla configurazione precedente, deve essere tale da massimizzare la nuova apertura d'ingresso  $C_2D_2$ ; in questo modo il raggio estremo che proviene da sinistra, una volta giunto sul punto  $D_2$ , viene riflesso verso il punto A dell'apertura d'uscita.

Si potrebbe continuare in questo modo aggiungendo via via specchi di dimensione finita e continuando ad imporre la condizione sui raggi estremi. Questi specchi però, possono essere portati a dimensioni infinitesime in modo che il profilo da loro seguito diventi una curva.

In questa situazione (figura 2.23) l'angolo  $\beta$  indicante il minimo tra la direzione di ogni specchio con l'orizzontale è ora l'inclinazione della curva rispetto l'asse orizzontale, e deve a sua volta essere minimizzato in ogni punto. La curva così per come è stata definita, deve essere tale da deflettere verso il punto A dell'apertura d'uscita tutti i raggi estremi  $r_i$

provenienti da sinistra. Se si considerano solo i raggi nella sezione meridiana, la soluzione è semplice, in quanto la curva geometrica che ha la caratteristica di deflettere un insieme di raggi paralleli in un punto è una parabola (come visto per lo specchio parabolico) con l'asse parallelo ai raggi estremi  $r_1$  e il suo fuoco nel punto A. Lo stesso discorso vale per il lato sinistro in cui per l'appunto si avrà un profilo di parabola simmetrico a quello  $D_3B$ .

Questa curva è proprio tale per cui in ogni suo punto P si ha il valore più piccolo di  $\beta$  al quale corrisponde l'apertura d'ingresso massima  $C_3D_3$ .

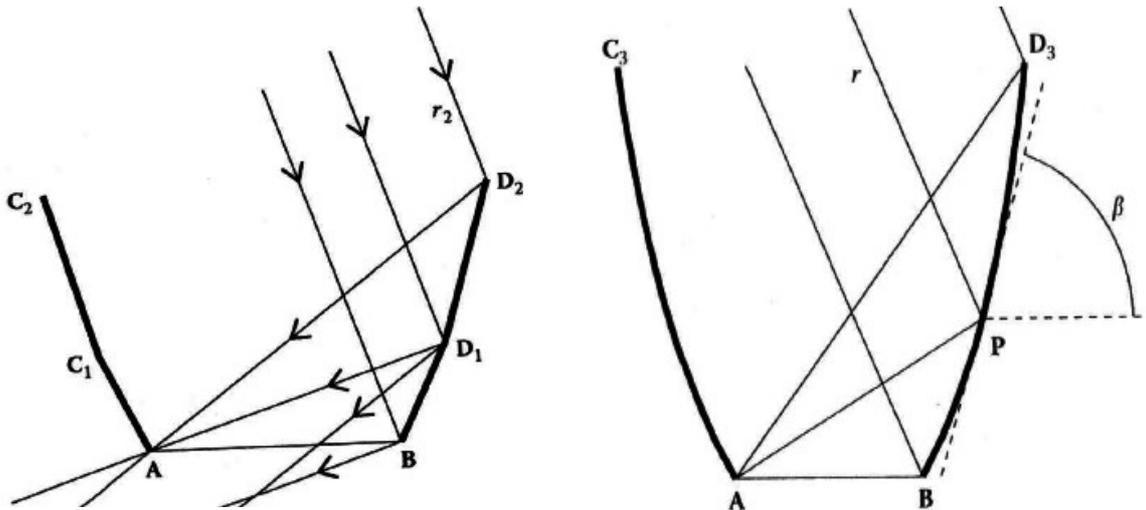


Figura 2.23: A sinistra, aggiunta di una seconda serie di specchi nella costruzione del concentratore NIO. A destra, figura del concentratore che si ottiene con specchi "infinitesimi"

Se continuassimo a prolungare i due profili parabolici si raggiungerebbe un punto oltre il quale comincerebbero a piegare l'uno verso l'altro riducendo le dimensioni dell'apertura di ingresso; in una simile situazione, la cima dello specchio di destra comincerebbe ad oscurare il lato sinistro dell'apertura di uscita e viceversa. Tale effetto non può essere considerato appropriato al fine di ottenere la concentrazione massima, e quindi è necessario tagliare i due profili all'altezza dove l'apertura di ingresso  $CD$  è massima. Il concentratore avrà il profilo finale indicato in figura 2.24. Tale dispositivo, poiché formato da due archi di parabola, è chiamato Compound Parabolic Concentrator 2D (2D poiché ci siamo concentrati sul piano meridiano del dispositivo e quindi abbiamo ottenuto un concentratore lineare).

Lo scopo di partenza era stata la ricerca di un profilo di concentratore NIO che avesse l'apertura d'ingresso più grande possibile e, a partire da questo, è stato ottenuto un disegno che è il risultato della combinazione di due curve, le quali deflettono i raggi provenienti dai

bordi della sorgente di radiazione sui bordi del ricevitore stesso. Questo spiega il principio dell'edge ray e di come viene applicato.

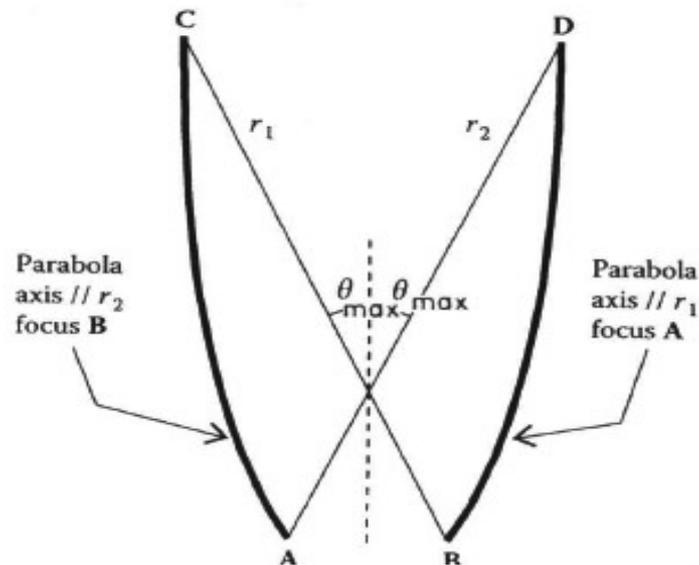


Figura 2.24: profilo finale del concentratore NIO cercato

È possibile vedere che tutti i raggi paralleli ai raggi marginali vengono riflessi dal CPC 2D alla propria apertura di uscita. In figura 2.25a è mostrato il caso in cui un raggio entri all'interno del CPC inclinato dell'angolo massimo di trasmissione, chiamato ora  $\theta_{max}$ . In figura 2.25b è presentata una situazione simile dove il raggio arriva inclinato di  $\theta_1 < \theta_{max}$  e viene comunque direzionato verso l'uscita del concentratore. La figura 2.25c, infine, mostra il caso in cui un raggio arrivi inclinato con un angolo  $\theta_2 > \theta_{max}$  e che quindi viene rispedito indietro.

Tale comportamento è del tutto generale, nel senso che tutti i raggi incidenti sul CPC con  $\theta_i < \theta_{max}$  vengono concentrati mentre quelli con inclinazione  $\theta_i > \theta_{max}$  non lo sono.

Viene quindi introdotta una nuova quantità, valida per tutti i concentratori e non solo per il CPC, col nome di *accettanza*. L'accettanza è un numero adimensionale (dipendente dall'angolo di inclinazione dei raggi incidenti) indicante la frazione dei raggi incidenti che viene concentrata da un dispositivo, ovvero:

$$Accettanza(\theta) = \frac{(\text{numero di raggi che raggiungono il ricevitore})}{(\text{numero di raggi che entrano nel concentratore})} \quad (2.30)$$

Quindi l'accettanza per un generico concentratore deve tendere a 1 se  $\theta_i < \theta_{max}$  e tendere a 0 se  $\theta_i > \theta_{max}$ .

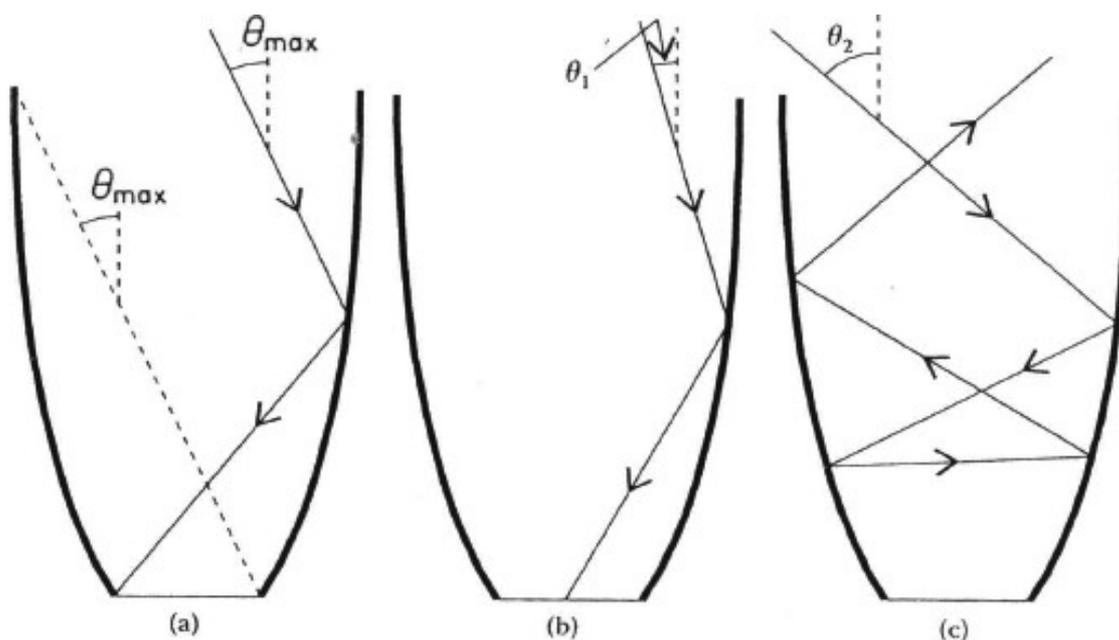


Figura 2.25: raggi a diverse inclinazioni concentrati o meno dal CPC

È interessante vedere il valore del rapporto di concentrazione del CPC 2D che abbiamo progettato, e vedere quanto questo si avvicini al limite teorico.

La figura di riferimento a questo scopo è la figura 2.26: un CPC con apertura d'ingresso  $2a$  e apertura di uscita  $2a'$  avente semi-angolo di accettazione  $\theta_{max}$ . La parabola passante per BD ha fuoco nel punto A e asse di simmetria parallelo a BC. Per le proprietà delle parabole, possiamo scrivere:

$$[C, D] + 2a' = [E, D] + [D, A] \rightarrow 2a' = 2a \sin \theta_{max} \rightarrow \frac{a}{a'} = \frac{1}{(\sin \theta_{max})} \quad (2.31)$$

poiché  $[B, C] = [A, D]$  e  $[D, E] = 2a \sin \theta_{max}$ , La notazione  $[X, Y]$  indica qui la distanza tra due punti X e Y. La 2.31 dimostra che il CPC 2D è un concentratore ideale (si veda una sua tipica curva di trasmissione, o di accettazione, in figura 2.27) in quanto il suo rapporto di concentrazione uguaglia il valore massimo teorico calcolato ai paragrafi 2.1.1 e 2.1.2 (2.10 è uguale a 2.31 nel caso il sistema usi specchi e quindi possano essere trascurati gli indici di rifrazione).

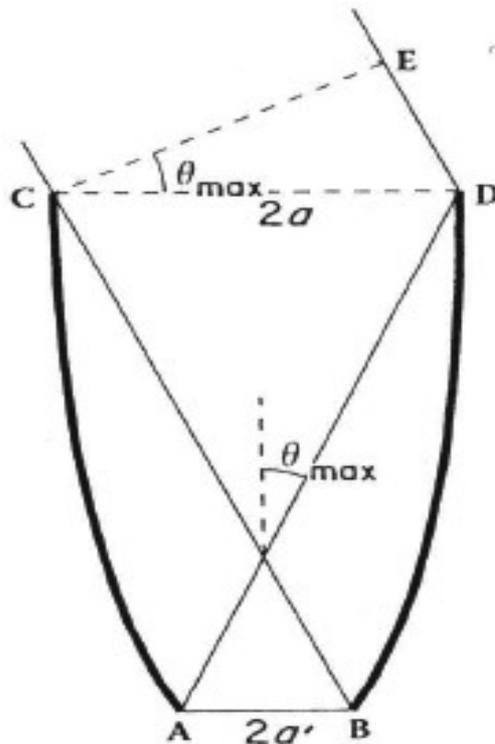


Figura 2.26: schema per il calcolo del rapporto di concentrazione di un CPC 2D

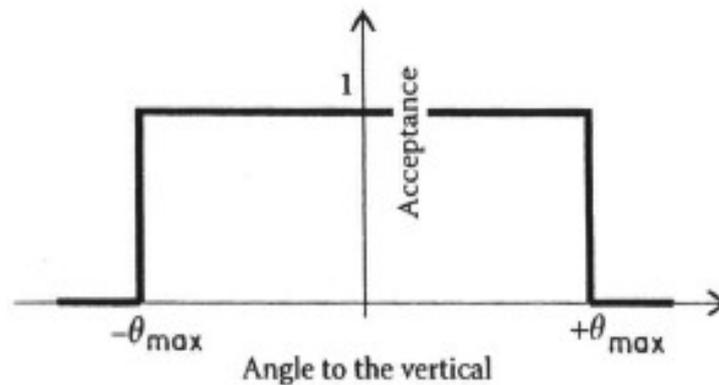


Figura 2.27: curva dell'efficienza di trasmissione (o dell'accettazione) di un CPC 2D in funzione dell'angolo

Chiudiamo la nostra discussione sul CPC 2D riportando come tutte le sue caratteristiche geometriche siano determinate in funzione dell'angolo di accettazione massimo desiderato. Grazie alle sue proprietà di simmetria, infatti, è possibile dimostrare che:

$$f = a' (1 + \sin \theta_{max}) \quad (2.32)$$

$$L = \frac{(a' (\sin \theta_{max}) \cos \theta_{max})}{(\sin^2 \theta_{max})} \quad (2.33)$$

dove  $f$  e  $L$  indicano rispettivamente la lunghezza focale e la lunghezza del CPC. Si può ben

vedere come tutte queste due quantità determinino completamente la forma del CPC in funzione del diametro di apertura d'uscita e dell'angolo di accettazione  $\theta$  desiderati. E' interessante notare che, quando  $\theta_{\max} \rightarrow 0$ ,  $L \rightarrow 1$ , ovvero per piccoli angoli di accettazione la lunghezza del CPC diventa molto grande.

## 2.4 Invariante di momento ottico (Skew Invariant)

Il problema della perdita di raggi per un sistema 3D come quello rappresentato in figura , suggerisce la necessità di caratterizzare quei raggi che entrano nel sistema ad una certa distanza dall'asse ottico e con una certa inclinazione rispetto ad esso. La cosa più lecita è associare un invariante al cammino di un raggio che attraversa obliquamente un sistema ottico 3D dotato di asse di simmetria. Sia  $S$  la distanza più corta proiettata tra il raggio e l'asse del concentratore e sia  $\gamma$  l'angolo tra queste due direzioni. L'invariante del momento ottico o skew invariant attraverso tutto il sistema è definito come:

$$h = nS \sin(\gamma) \quad (2.34)$$

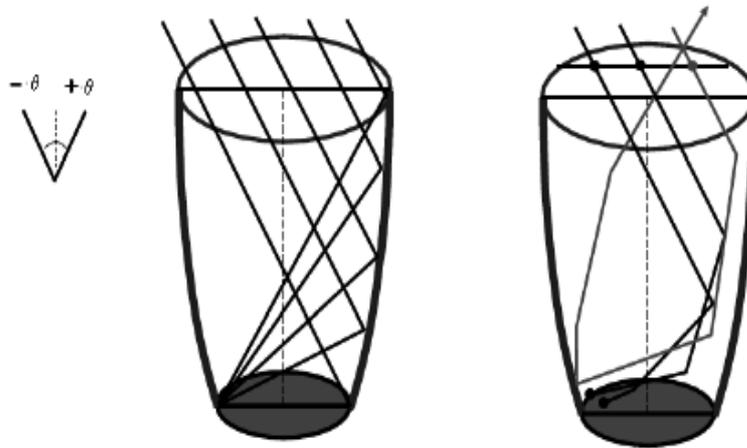


Figura 2.28: Nella figura di sinistra sono messi in evidenza i raggi che incidono un concentratore parabolico composto (CPC) 3D nel piano meridiano all'interno di un cono  $\mu$ . Solo i raggi contenuti in questo piano vengono raccolti. Nella figura di sinistra sono mostrati anche i raggi obliqui molti dei quali vengono rigettati dal concentratore.

E' immediato capire come i raggi meridiani (quelli che stanno nel piano del foglio, cioè il piano meridiano che è l'unico piano considerabile per un sistema 2D) siano un caso particolare dell'espressione 2.34, poiché essi avendo  $S = 0$  hanno lo skew invariant  $h = 0$ .

## CAPITOLO 3

### METODI DI CARATTERIZZAZIONE OTTICA UTILIZZATI

In questo capitolo verranno elencati i metodi di caratterizzazione utilizzati per analizzare sperimentalmente e teoricamente il concentratore rifrattivo Phocus® trattato in questo lavoro. Tali metodi sono il metodo diretto, il metodo inverso e le simulazioni teoriche effettuate con il programma Tracepro®. Lo scopo è quello di definire il numero maggiore di parametri del concentratore, in particolar modo l'efficienza dello stesso a vari angoli d'inclinazione della luce in ingresso e l'angolo di accettazione (ovvero l'angolo d'inclinazione oltre il quale l'efficienza scende al di sotto di un certo valore). L'angolo di accettazione considerato è di due tipi, uno indicante il valore per il quale l'efficienza misurata è pari al 50% dell'efficienza misurata all'angolo di 0°, l'altro il 90%. I metodi utilizzati si adattano a praticamente tutti i tipi di concentratori, non solo quelli trattati in questo lavoro.

#### 3.1 Il principio di reversibilità del cammino ottico

Nello studio dell'efficienza di trasmissione di un flusso incidente dall'apertura di ingresso di un concentratore alla sua apertura di uscita bisogna tener conto delle varie interazioni che la radiazione può compiere con il concentratore stesso. Osserviamo le immagini in figura 3.1.

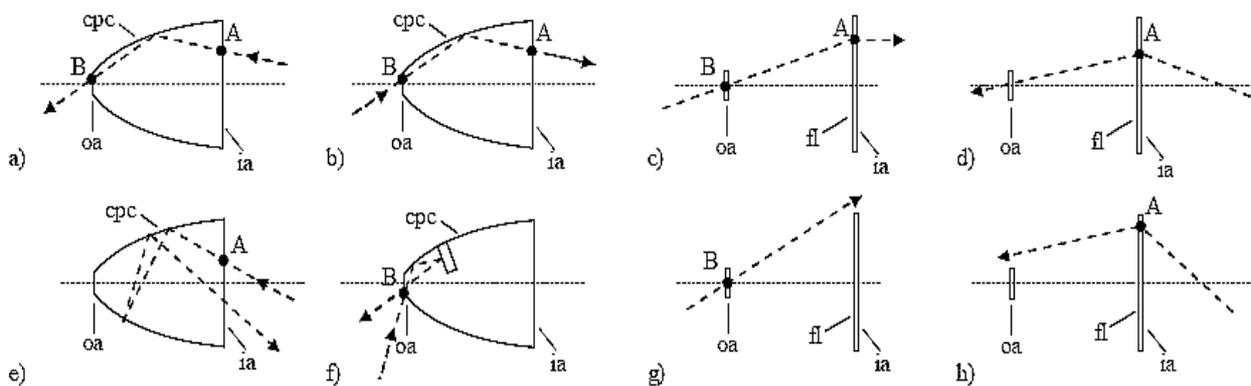


Figura 3.1: vari tipi di interazione di radiazione con un concentratore

Un generico raggio può essere trasmesso (immagini a, b, c, d) oppure essere riflesso all'indietro (e, f) oppure essere assorbito. Notiamo che non importa se il raggio entri dall'apertura di ingresso (ia) ed esca dall'apertura di uscita (oa) o viceversa; la radiazione

subirà le medesime interazioni con il concentratore a prescindere dal verso con il quale viene percorso il cammino ottico. Ciò è dovuto al *principio di reversibilità del cammino ottico*; le leggi dell'ottica geometrica (le leggi di riflessione e di Snell, il principio di Fermat) sono invarianti per inversione spaziale e quindi indipendentemente dal verso di percorrenza del cammino ottico, una volta che quest'ultimo sia stato fissato. Questa proprietà comporterà, come vedremo, due possibilità nell'invio di radiazione in un concentratore con lo scopo di caratterizzarlo; la prima (utilizzata nelle varie tipologie di metodo diretto) consiste nell'inviare il flusso incidente sull'apertura di ingresso e misurarne la variazione all'uscita, la seconda (utilizzato nel metodo inverso) nell'inviare il flusso incidente sull'apertura di uscita e analizzare il flusso uscente dall'apertura di ingresso del concentratore.

Effettuiamo prima alcune considerazioni di carattere generale: ipotizziamo che un raggio venga solamente riflesso o rifratto (no assorbimento); in questo caso osservando la figura 3.2 e indicando con  $R$  il coefficiente di attenuazione dovuto a riflessione (riferito alle immagini a sinistra) e  $T$  il coefficiente di attenuazione dovuto a rifrazione (immagini a destra), grazie al principio di reversibilità possiamo dire che

$$R = \frac{I_R}{I_0} = inv \quad T = \frac{I_T}{I_0} = inv \quad (3.1)$$

a prescindere dal verso di percorrenza.  $I_0$  indica l'intensità del fascio iniziale e  $I_R$  e  $I_T$  le intensità dei fasci riflesso e rifratto rispettivamente. Tali fattori possono essere riscritti in funzione dei soli angoli di incidenza, riflessione e trasmissione come:

$$R = \frac{1}{2} \sin^2(\varphi - \varphi') \left[ \frac{\cos^2(\varphi + \varphi') + \cos^2(\varphi - \varphi')}{\sin^2(\varphi + \varphi') \cdot \cos^2(\varphi - \varphi')} \right] \quad (3.2)$$

$$T = 2 \sin \varphi \sin \varphi' \cos \varphi \cos \varphi' \left[ \frac{(1 + \cos^2(\varphi - \varphi'))}{\sin^2(\varphi + \varphi') \cdot \cos^2(\varphi - \varphi')} \right]$$

L'espressione 3.2 mette ancor più in risalto il principio di reversibilità, essendo definiti  $R$  e  $T$  per mezzo di funzioni pari è quindi invarianti per verso degli angoli (e quindi verso di percorrenza del cammino ottico). L'attenuazione subita da un fascio incidente su un concentratore, quindi, è la medesima a prescindere che esso sia illuminato direttamente o inversamente.

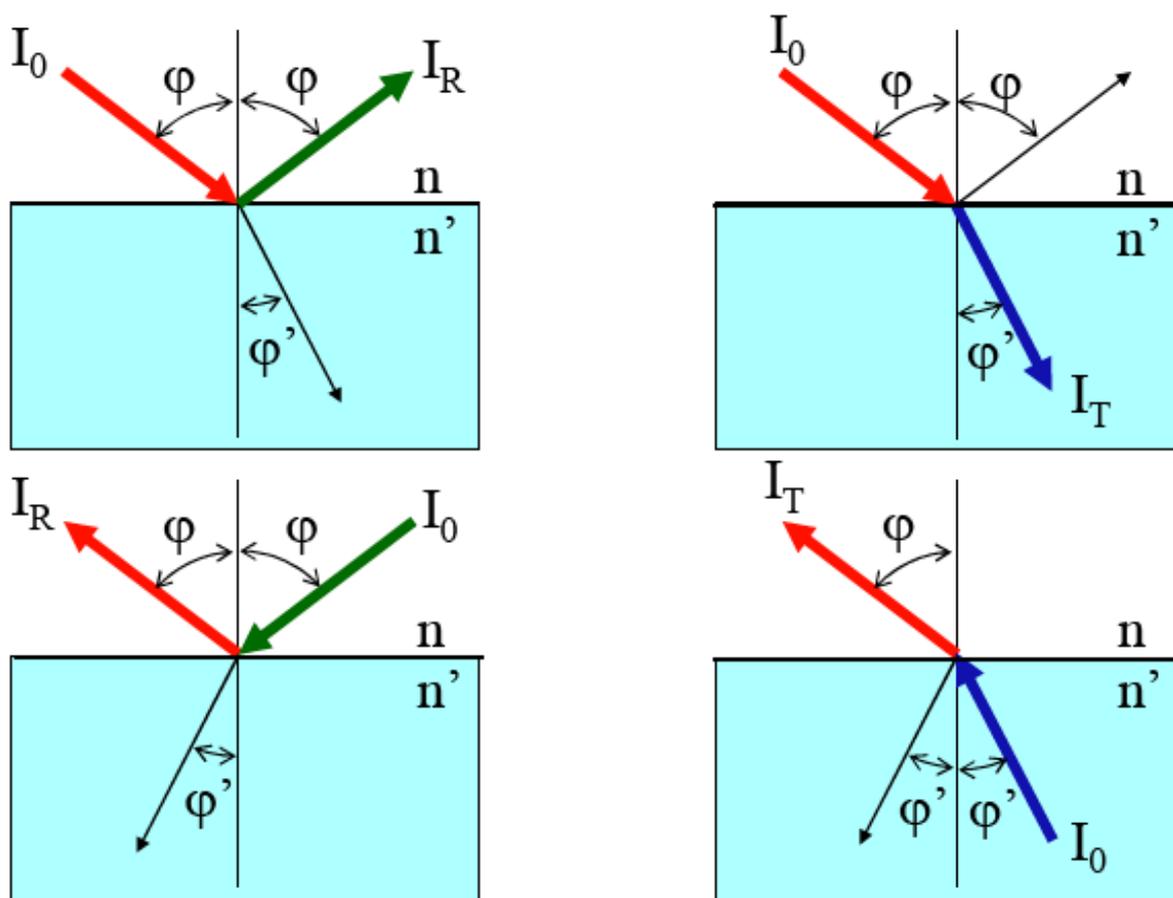


Figura 3.2: schema per spiegare il principio di reversibilità

Per tutti i raggi persi (siano essi assorbiti o riflessi all'indietro) sarà possibile definire un coefficiente di trasmissione pari a zero, ma non potrà essere definito un cammino ottico a loro corrispondente tra le aperture del concentratore (tale cammino in questo caso non esiste, figura 3.1 casi g e h). I concetti ora esposti saranno poi ripresi nella spiegazione della teoria del metodo inverso.

### 3.2 Il metodo diretto collimato (MDC)

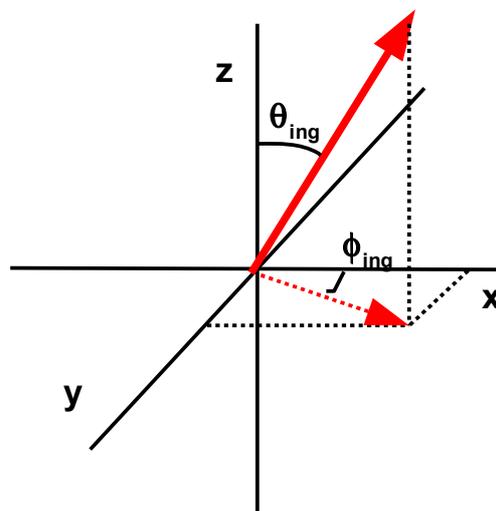
Il metodo diretto costituisce il metodo più intuitivo allo scopo di caratterizzare un concentratore solare; il principio consiste, semplicemente, nell'invio di radiazione all'apertura di ingresso del concentratore e nell'analizzarne l'efficienza misurando il flusso all'uscita del dispositivo. Ovviamente questo procedimento può essere realizzato con varie forme di sorgente a seconda degli scopi che vengono prefissati ed esistono quindi vari tipi di

metodi diretti che prendono il nome dal tipo di sorgente o fascio utilizzati.

Nel nostro caso il metodo prende il nome di *Metodo Diretto Collimato (MDC)* e si distingue per l'utilizzo di un fascio collimato (avente quindi irradianza  $E$  costante sul fronte d'onda) per illuminare l'ingresso del concentratore al fine di studiarne la curva di efficienza di trasmissione in funzione dell'angolo di incidenza del fascio luminoso. Dall'analisi di tale curva sarà poi possibile ricavare l'angolo di accettazione (sia al 50% che al 90%) e altre eventuali informazioni, come comportamento del concentratore se colpito da radiazione di differenza lunghezza d'onda ecc.

### 3.2.1 Teoria del Metodo Diretto Collimato

Prima di mostrare la rappresentazione schematica del metodo, esponiamo la teoria che sta alla base del metodo diretto. Come detto, la quantità più importante che fornisce le informazioni sulle proprietà ottiche di collezione di un concentratore solare è l'efficienza di trasmissione  $\eta(\theta_{\text{ing}}, \phi_{\text{ing}})$  dove  $\theta_{\text{ing}}$  e  $\phi_{\text{ing}}$  indicano gli angoli di incidenza del fascio sull'apertura di entrata del concentratore (figura 3.3).



*Figura 3.3:* definizione degli angoli indicanti l'inclinazione del fascio incidente sull'apertura di ingresso di un concentratore (la freccia indica l'ipotetica direzione del fascio). L'asse  $z$  è fissato solitamente parallelo all'asse ottico del sistema

Siano  $\Phi_{\text{ing}}(\theta_{\text{ing}}, \phi_{\text{ing}})$  e  $\Phi_{\text{out}}(\theta_{\text{ing}}, \phi_{\text{ing}})$  rispettivamente i flussi luminosi in entrata e in uscita dal

concentratore, allora avremo:

$$\eta^{ass}(\theta_{ing}, \phi_{ing}) = \frac{(\Phi_{out}(\theta_{ing}, \phi_{ing}))}{(\Phi_{ing}(\theta_{ing}, \phi_{ing}))} = \frac{(\Phi_{out}(\theta_{ing}, \phi_{ing}))}{(E_{dir} \cdot A_{ing}(\theta_{ing}, \phi_{ing}))} \quad (3.3)$$

per un concentratore di simmetria arbitraria.  $\Phi_{ing} = E_{dir} \cdot A_{ing}$  indica il flusso in entrata in funzione dell'irradianza in ingresso  $E_{dir}$  e della proiezione dell'area di ingresso del concentratore vista dal fronte d'onda  $A_{ing}$ . L'efficienza di trasmissione totale  $\eta^{tot} = \int \eta^{ass}(\theta, \phi) d\Omega$  indica la frazione di flusso, rispetto a quella totale che investe il concentratore, che viene trasmessa dal dispositivo in esame; essa rappresenta quindi l'integrazione, su tutto l'angolo solido considerato, dell'efficienza di trasmissione *assoluta*  $\eta^{ass}(\theta, \phi)$ , indicante la frazione di flusso trasmessa dal concentratore ad una determinata inclinazione del fascio rispetto l'asse ottico del sistema. La frazione che non viene trasmessa rappresenta, invece, la somma di un'efficienza di assorbimento  $\alpha^{tot}(\theta_{ing}, \phi_{ing})$ , e di un'efficienza di riflessione  $\rho^{tot}(\theta_{ing}, \phi_{ing})$ .

Fondamentale è conoscere, in 3.3, la sezione dell'apertura di ingresso vista dal fascio incidente  $A_{ing}$ : per determinarla nel caso più generale, ovvero un concentratore di forma totalmente arbitraria la cui apertura di ingresso non è contenuta in un piano, è necessaria una serie di elaborazioni con programmi di simulazione. Per fortuna questo non è il nostro caso, in quanto i concentratori da noi studiati (sia le lenti del modulo Phocus® che il concentratore secondario) hanno apertura di ingresso planare e possiedono, inoltre, dei piani di simmetria (hanno aperture di ingresso quadrate).

Nel nostro caso, quindi, l'apertura di entrata  $A_{in}$  del concentratore appartiene al piano xy (come nel caso del CPC in figura 3.4) ed essendo il fascio, nel metodo diretto collimato da noi applicato, parallelo all'asse z, possiamo scrivere  $A_{ing}(\theta_{ing}, \phi_{ing})$  nella semplice forma:

$$A_{ing}(\theta_{ing}, \phi_{ing}) = A_{ing}(\theta_{ing}) = A_{ing}^0 \cdot \cos\theta_{ing} \quad (3.4)$$

eliminando la dipendenza da  $\phi$ .  $A_{ing}^0$  indica l'area dell'apertura di ingresso del concentratore.

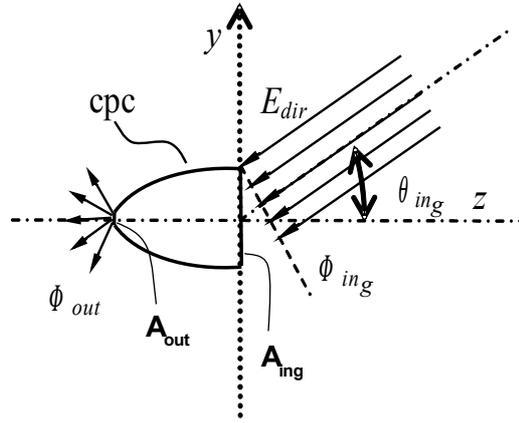


Figura 3.4: schema rappresentativo di fascio collimato incidente su un CPC con apertura di ingresso planare

Per esplorare pienamente le proprietà di collezione della luce di un concentratore arbitrario il fascio collimato dovrebbe poter variare la propria inclinazione negli intervalli  $\theta_{ing} \in [0, \pi/2]$  e  $\phi_{ing} \in [0, 2\pi]$ ; se invece il concentratore è dotato di qualche particolare simmetria, come nel nostro caso, è possibile tenere fisso  $\phi_{ing}$  e variare solo  $\theta_{ing}$  nell'intervallo corrispondente..

Vediamo ora come ricavare  $\eta^{ass}(\theta_{ing})$  tramite MDC indoor. Immaginiamo di irraggiare un concentratore solare un fascio di irradianza  $E_{dir} = \int L(x, y) dA = costante$  ; per ottenere ciò supponiamo che la luce sia emessa dal fuoco di uno specchio parabolico (come verrà effettivamente realizzato) e che quindi sia riflessa verso l'infinito parallelamente all'asse dello specchio. Ricordando la relazione 1.9, in tale situazione avremo per il flusso in ingresso al concentratore:

$$\Phi_{ing} = \int_{(A_{ing})} L(x, y) dA \int_0^{(2\pi)} d\phi \int_0^{(\pi/2)} \cos\theta \sin\theta d\theta = \pi E_{dir} \quad (3.5)$$

dove si è supposto che la radianza  $L$  non dipendesse dalla direzione ( $L$  indipendente da  $\Omega$ , come nel MDC),  $E_{dir} = \int_{(A_{ing})} L(x, y) dA$  irradianza in ingresso (supposto appartenente al piano  $xy$ ) e  $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$  angolo solido. Grazie a 3.3, possiamo scrivere quindi:

$$\Phi_{out} = \eta^{tot}(\theta) \Phi_{ing} = E_{ing} \int_0^{(2\pi)} d\phi \int_0^{(\pi/2)} \cos\theta \sin\theta \eta^{ass}(\theta) d\theta \quad (3.6)$$

e integrando in  $\phi$ :

$$\Phi_{out} = 2\pi E_{ing} \int_0^{(\pi/2)} \cos\theta \sin\theta \eta^{ass}(\theta) d\theta \quad (3.7)$$

Possiamo quindi scrivere per l'efficienza totale, sostituendo 3.5 e 3.7 in 3.3:

$$\eta^{tot}(\theta) = \frac{(\Phi_{out})}{(\Phi_{ing})} = 2\eta(0) \int_0^{(\pi/2)} \cos\theta \sin\theta \eta^{rel}(\theta) d\theta \quad (3.8)$$

avendo sostituito  $\eta^{ass}(\theta) = \eta(0) \cdot \eta^{rel}(\theta)$  con  $\eta(0) = \eta^{ass}(\theta=0^\circ)$  costante e  $\eta^{rel}(\theta)$  efficienza di trasmissione *relativa*. Quest'ultima è una funzione dipendente da  $\theta$  con valori compresi nell'intervallo  $[0,1]$  ed è la quantità che, come vedremo, effettivamente andremo a misurare.

La frazione di flusso  $\Phi_{lost}$  che non viene trasmessa dal concentratore è esprimibile in funzione delle efficienze di assorbimento ( $\alpha^{tot}$ ) e di riflessione ( $\rho^{tot}$ ). Poiché deve essere

$$\eta^{tot} + \alpha^{tot} + \rho^{tot} = 1 \rightarrow 1 - \eta^{tot} = \alpha^{tot} + \rho^{tot} \quad , \text{ possiamo scrivere:}$$

$$\Phi_{lost} = 2\pi E_{dir} \int_0^{(\pi/2)} \cos\theta \sin\theta [1 - \eta^{ass}(\theta)] d\theta \quad (3.9).$$

È interessante notare come l'unica quantità che sarà poi effettivamente misurabile sarà l'efficienza di trasmissione  $\eta(\theta)$ , mentre le efficienze di assorbimento e riflessione saranno misurabili solo collettivamente e come frazione di flusso *non trasmessa*.

In figura 3.5 è riportata una serie di curve efficienza relativa (in funzione dell'angolo di incidenza) per un dispositivo imaging 3D; per ogni curva è segnato il valore dell'angolo al quale corrisponde  $\eta^{rel}(\theta_{ing}) = 50\%$ .

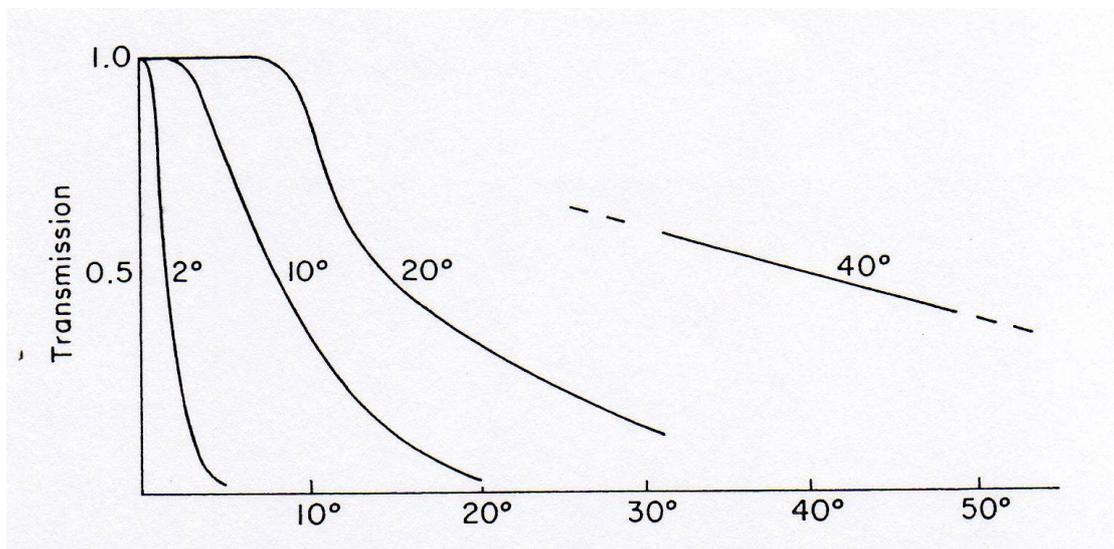


Figura 3.5: esempi di curve di trasmissione di un concentratore imaging 3D (in questo caso uno specchio parabolico).

Consideriamo ora le radianze in uscita dal concentratore; se questo fosse un dispositivo ideale (coefficiente di assorbimento  $\alpha^{tot}=0$  e  $\Phi_{out}$  uniforme e lambertiano) allora avremmo:

$$L_{out} = \frac{\Phi_{out}}{(\pi A_{out})} = 2L_{ing} \frac{A_{ing}}{A_{out}} \int_0^{(\pi/2)} \cos \theta \sin \theta \eta^{ass}(\theta) d\theta = 2L_{ing} C_{geo} \int_0^{(\pi/2)} \cos \theta \sin \theta \eta^{ass}(\theta) d\theta \quad (3.10)$$

dove  $C_{geo}$  indica il rapporto di concentrazione *geometrico* visto nel paragrafo 2.1.

Un concentratore non ideale, caratterizzato da  $\alpha^{tot} \neq 0$ , avrà un flusso in uscita né uniforme né lambertiano; di conseguenza per un simile dispositivo si può scrivere la radianza media

$\overline{L}_{out}$  in uscita come:

$$\overline{L}_{out} = \frac{\overline{\Phi}_{out}}{(\pi A_{out})} = 2L_{ing} C_{geo} \int_0^{(\pi/2)} \cos \theta \sin \theta [1 - \alpha^{ass}(\theta) - \rho^{ass}(\theta)] d\theta \quad (3.11).$$

Poiché al massimo  $\overline{L}_{out} = L_{out}$ , in generale sarà:

$$\overline{L}_{out} \leq L_{out} \quad (3.12)$$

Consideriamo ora la quantità  $\lambda$  pari al rapporto tra la radianza in uscita dal concentratore non ideale  $\overline{L}_{out}$  e la radianza in ingresso al medesimo  $L_{ing}$ :

$$\lambda = \frac{\overline{L}_{out}}{L_{ing}} = \frac{\overline{\Phi}_{out}}{\overline{\Phi}_{ing}} \frac{A_{ing}}{A_{out}} = \eta^{tot} C_{geo} \quad (3.13)$$

Possiamo tuttavia scrivere, ricordando  $\Phi = E \cdot A$  con  $E$  irradianza e  $A$  area attraversata dal flusso  $\Phi$ , anche:

$$\lambda = \frac{\overline{L}_{out}}{L_{ing}} = \frac{\overline{\Phi}_{out}}{\overline{\Phi}_{ing}} \frac{A_{ing}}{A_{out}} = \frac{E_{out}}{E_{ing}} = C_{opt} \quad (3.14)$$

avendo ricordato il rapporto di concentrazione ottico  $C_{opt}$ . Uguagliando 3.12 a 3.11 ottenere l'importante relazione:

$$\eta^{tot} C_{geo} = \frac{E_{out}}{E_{ing}} = C_{opt}$$

ovvero l'espressione 2.4 introdotta nel precedente capitolo.

### 3.2.2 MDC applicato al concentratore Phocus®

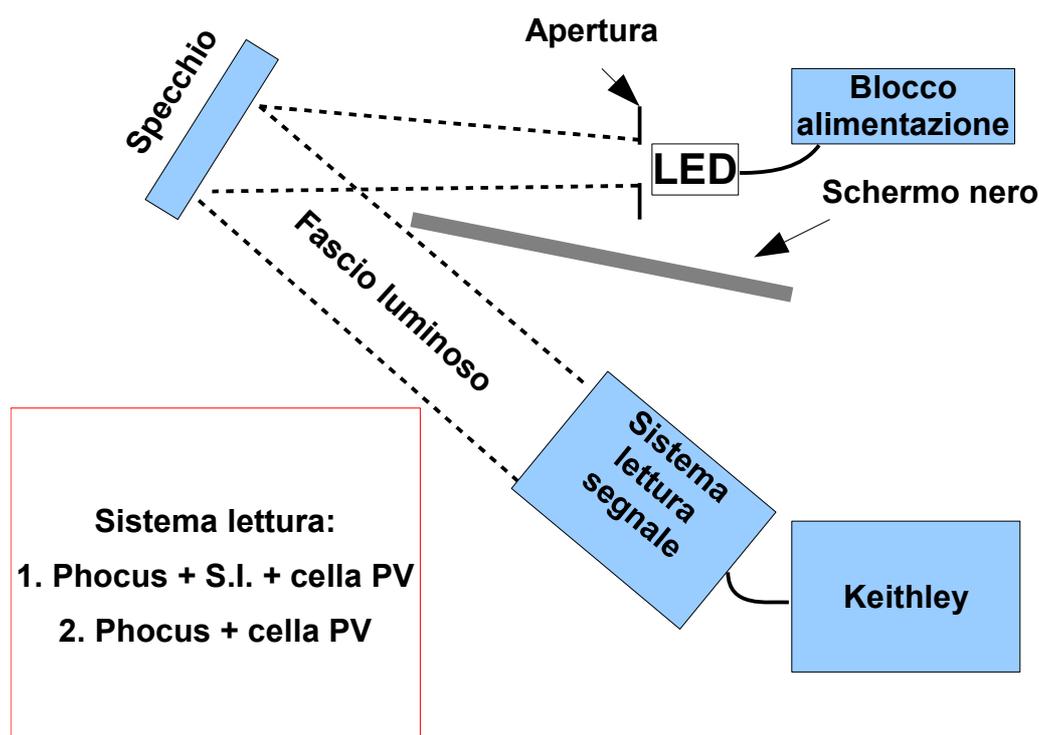


Figura 3.6: rappresentazione schematica semplificata delle strumentazioni usate per il metodo diretto collimato

#### PREPARAZIONE DEL FASCIO COLLIMATO

La configurazione sperimentale (figura 3.6) utilizzata per la caratterizzazione ottica del modulo Phocus® (con lente ibrida o prismatica, con o senza concentratore secondario) è stata scelta in modo tale da riprodurre in laboratorio un fascio uniforme e collimato da spedire verso il concentratore. A questo scopo era stata utilizzata, fino a poco tempo fa, come sorgente di luce lambertiana una doppia sfera integratrice illuminata da una lampada fluorescente; l'intensità luminosa disponibile risultava però molto bassa, per cui si è preferito utilizzare una sorgente LED. La scelta è ricaduta su un LED bianco (Philips LXML-PW21) il cui spettro di emissione è visualizzato in figura 3.7.

Tale sorgente è dotata di un angolo di emissione molto grande (figura 3.7 in basso); per i nostri scopi è stato necessario ridurre tale angolo, soprattutto per evitare che tutta quella parte di radiazione emessa non utilizzata andasse ad incrementare il rumore di fondo. È stato posto quindi davanti al LED un disco metallico nero avente al proprio centro un'apertura circolare di diametro pari a 0,5 cm affinché la divergenza angolare del fascio fosse ridotta senza che tale apertura limitasse il flusso spedito verso lo specchio parabolico utilizzato per indirizzare il fascio, collimato, verso il concentratore.

Lo specchio parabolico<sup>1</sup> ha diametro  $D \approx 31 \text{ cm}$  e distanza focale  $f = 150 \text{ cm}$ ; come già detto nel capitolo 2, i raggi provenienti da una sorgente posta sul fuoco di uno specchio di tale forma vengono direzionati verso l'infinito come paralleli all'asse dello specchio. In questo modo, ponendo il LED ad una distanza pari alla distanza focale dello specchio e lievemente off-axis ( $\sim 10^\circ$ ) rispetto quest'ultimo, è stato possibile produrre un fascio con le caratteristiche desiderate incidente sul concentratore. Inoltre, avendo posto il LED ad una altezza pari a quella cui si trova il centro dello specchio, abbiamo ottenuto che la sorgente del fascio fosse assimilabile ad una sorgente lambertiana. L'angolo sotteso dalla sorgente verso lo specchio (pari a circa  $\pm 6^\circ$ ), infatti, è molto minore dell'angolo di lambertianità (angolo di emissione entro il quale la radianza può essere considerata costante e l'intensità di radiazione è funzione solo del coseno dell'angolo) del LED, pari a  $\theta = \pm 60^\circ$  (figura 3.7; si noti quanto in questo intervallo angolare l'andamento dell'intensità di radiazione assomigli a quello di un coseno).

Per evitare interferenze tra la sorgente zona di misura e per ragioni di spazio, è stato posto uno schermo nero (figura 3.6) in modo che nessun raggio arrivasse direttamente dal LED al modulo Phocus®.

Indispensabili a questo punto sono stati l'utilizzo del luxmetro (Konica-Minolta T-10) e della fotocamera CCD (Hamamatsu 1394 C8484-05G01) utilizzati per caratterizzare il fascio collimato; il luxmetro è stato utilizzato per verificare che lo specchio parabolico venisse investito uniformemente dal fascio proveniente dal LED e quindi per direzionare correttamente la sorgente sul riflettore. La fotocamera CCD è stata utilizzata invece per verificare che il fascio incidente fosse sufficientemente uniforme e collimato all'entrata del concentratore; una volta scattata la foto, i dati estrapolati con il software HiPic 8.4.0 ed elaborati con OriginPro® hanno permesso di misurare il profilo del fascio, verificando che la sua irradianza non variava più del 3% sull'entrata del Phocus® (figura 3.9).

---

<sup>1</sup> Per descrivere un riflettore in maniera più tecnica si fornisce la sua apertura espressa come  $\frac{F}{\left(\frac{f}{D}\right)}$ . Lo specchio da noi utilizzato ha quindi F/5.

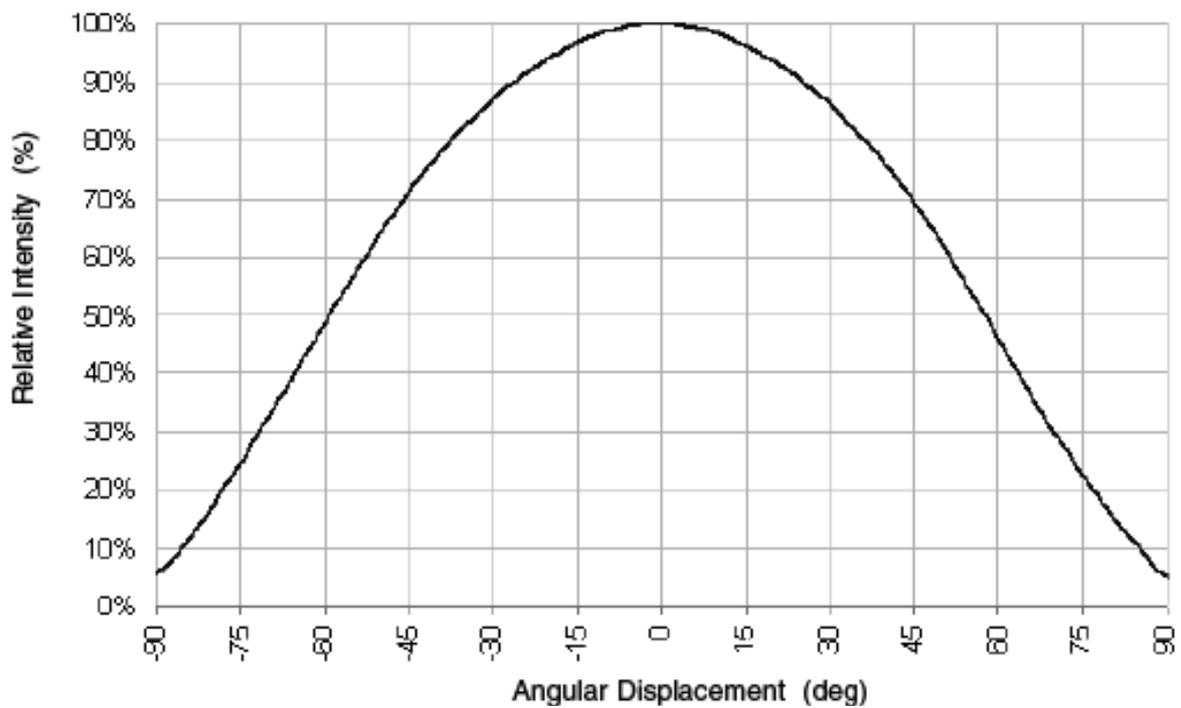
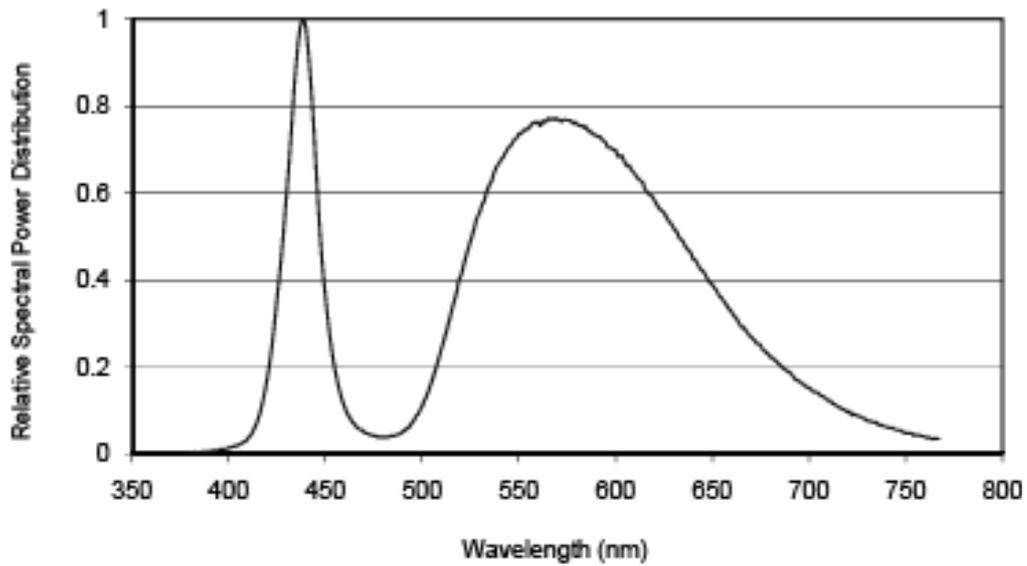


Figura 3.7: In alto, spettro di emissione della sorgente LED utilizzata. In basso, distribuzione angolare dell'intensità di emissione del LED; si può notare come esso sia, nell'intervallo  $\pm 60^\circ$ , lambertiano in buona approssimazione (dati della casa produttrice).



Figura 3.8: A sinistra, foto dello specchio parabolico utilizzato in laboratorio. A destra, LED bianco con il disco nero posto davanti ad esso.

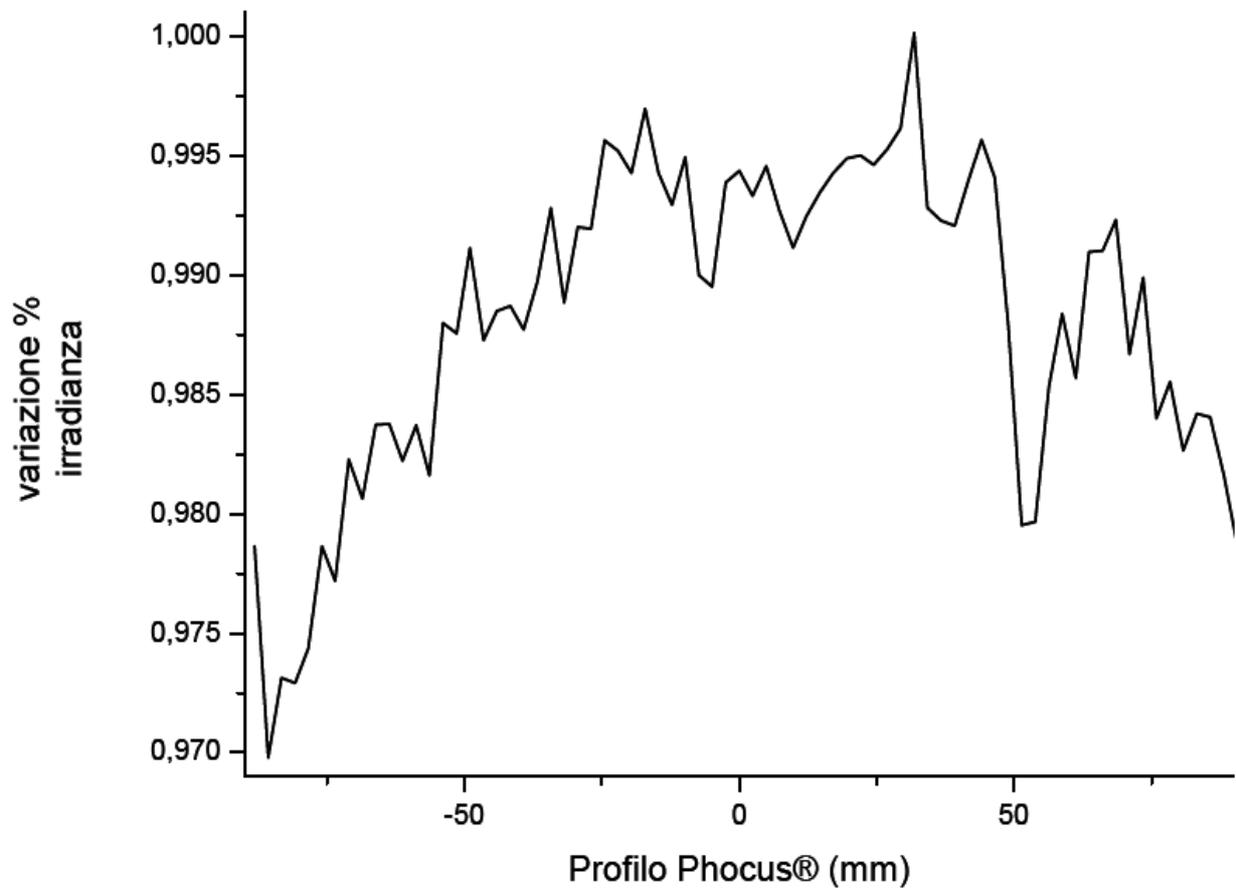
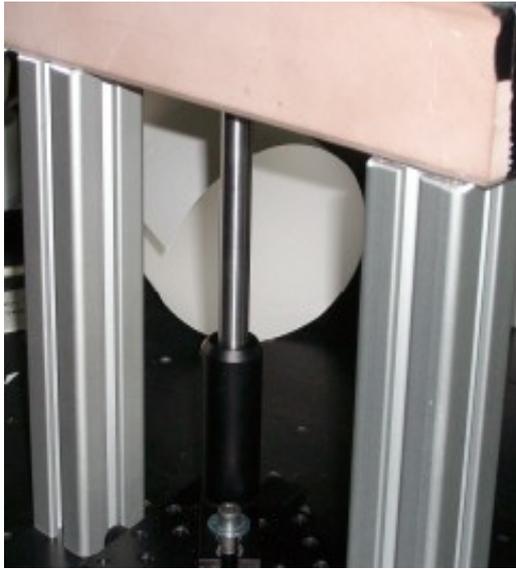


Figura 3.9: analisi uniformità del fascio all'entrata del concentratore nel metodo diretto

### *ALLINEAMENTO CONCENTRATORE PHOCUS®*

Una volta preparato il fascio, il passo successivo è stato l'allineamento del modulo concentrativo Phocus® con l'asse ottico del sistema. Innanzi tutto il concentratore è stato posto all'altezza adeguata con la realizzazione di un supporto opportuno (figura 3.10) presso l'officina meccanica della facoltà di fisica dell'università di Ferrara. Tale supporto è stato poi da noi modificato in modo tale da poter fissare opportunamente il concentratore e da permetter di ruotare il sistema per determinare i vari angoli di inclinazione del fascio rispetto l'asse ottico del Phocus®. In particolare la rotazione è stata ottenuta come segue; una volta fissato il concentratore sul supporto, è stato effettuato un foro su quest'ultimo in corrispondenza dell'asse verticale passante per il centro della lente. È stata poi posizionata all'interno del foro un'asta metallica fissata a sua volta opportunamente al tavolo di lavoro (figura 3.10), in modo che tutto il sistema concentratore + supporto potesse ruotare attorno ad essa.

Il passo successivo è stata la determinazione dello zero del sistema, ovvero della posizione alla quale il flusso arrivava sul concentratore all'inclinazione di  $0^\circ$ . Usando un laser verde (laser He-Ne  $\lambda = 543,4$  nm) posizionato con il tubo parallelo alle gambe del supporto, si è indirizzato il laser verso il centro dello specchio (abbiamo tracciato le diagonali di un foglio traslucido le cui dimensioni si adattassero a quelle dello specchio e lo abbiamo usato per avere il riferimento del centro dello specchio ponendoglielo davanti) in maniera tale che fosse riflesso esattamente al centro dell'apertura circolare posta davanti al LED. Allo stesso tempo si è verificato che il fascio laser fosse effettivamente orizzontale: il nostro riferimento è stato un'asta verticale fissata su una slitta che veniva fatta muovere lungo delle rotaie. L'asta è stata posizionata inizialmente in prossimità del laser in maniera tale che intercettasse il suo fascio; abbiamo segnato questo punto sull'asta e man mano che l'asta veniva spostata lungo le rotaie, verso lo specchio, adattavamo il fascio laser cercando di re-intercettare il punto di riferimento segnato in principio, garantendo quindi la stabilità orizzontale del fascio.



*Figura 3.10:* A sinistra in alto, foto dell'asta fissata al tavolo di lavoro usata come asse di rotazione. A destra in alto, supporto fabbricato all'officina meccanica dell'università di Ferrara con sfera integratrice già posizionata per effettuare misurazioni. In basso, puntatore laser fissato al concentratore Phocus®

Infine per effettuare le rotazioni del sistema a determinati angoli è stato fissato sopra il concentratore Phocus® (ed esattamente in corrispondenza dell'asse di rotazione passante per il centro della lente) un puntatore laser (figura 3.10) che proiettava il proprio fascio su uno schermo (una lavagna posizionata su una parete del laboratorio) sul quale era stato fissato a sua volta un foglio di carta millimetrata. Una volta posizionato il concentratore sullo zero è stato segnato sullo schermo il punto illuminato dal puntatore (per essere sicuri che il puntatore fosse allineato al concentratore, lo si è fissato lungo una sporgenza del medesimo).

Si segua lo schema disegnato in figura 3.11: misurate le distanze  $l$  e  $d$  quando il concentratore era orientato a  $0^\circ$ , si è determinato con semplice trigonometria l'angolo  $\theta$ . Di

conseguenza è stato poi possibile segnare sul foglio di carta millimetrata le distanze  $d'$  corrispondenti agli angoli  $\theta+\phi_i$ , corrispondenti a rotazioni di angoli  $\phi_i$  attorno alla posizione iniziale.

Poiché l'angolo di accettazione (sia al 50% che al 90%) era stato previsto piccolo dalle simulazioni effettuate, gli angoli  $\phi_i$  sono stati fatti variare di un decimo di grado alla volta. Per rendere più facilmente misurabili tali misurazioni, lo schermo su cui proiettavamo il puntatore è stato posto il più lontano possibile all'interno del laboratorio; i valori sono stati misurati utilizzando sia un metro che un sensore di distanza ad ultrasuoni (modello GC-3007) e gli errori calcolati secondo il metodo di propagazione, ottenendo i risultati di:

$$l = 439.7 \pm 0,5 \text{ cm} \quad d = 158.8 \pm 0.5 \text{ cm}$$

$$\theta = (19.8 \pm 0.08)^\circ$$

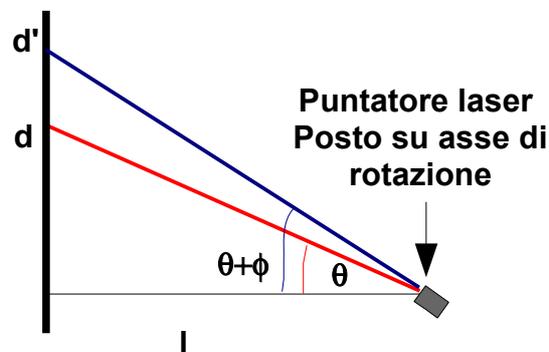


Figura 3.11: schema semplificato del sistema per determinare le rotazioni angolari del concentratore

Le distanze  $x = (d'-d)$  successive sono state segnate sulla carte millimetrata riportando l'angolo di rotazione corrispondente e sono state calcolate semplicemente da:

$$\tan(\theta + \phi) = \frac{(d + x)}{l}$$

Le rotazioni sono state quindi determinate ruotando ogni volta il supporto attorno all'asse di rotazione stabilito e verificando che il laser, fissato sul concentratore, puntasse la distanza  $d'$  corrispondente sul foglio di carta millimetrata.

### LETTURA DEL SEGNALE

Una volta impostato il fascio e determinate le rotazioni del concentratore si è passati quindi alla misurazione vera e propria. Per determinare l'efficienza relativa di trasmissione del concentratore si sono utilizzati due tipi di sensori di luce: il primo era costituito da una sfera

*integratrice* alla cui uscita era posto un *fordiodo* (visibile in figura 3.10), il secondo era una *cella fotovoltaica* (in silicio, marca SunPower). In entrambi i casi si è poi proceduto alla lettura del *segnale in corrente* poiché nei sensori di luce utilizzati l'intensità di corrente è direttamente proporzionale al flusso incidente e l'espressione dell'efficienza di trasmissione ottica assoluta diventa:

$$\eta(\theta) = \frac{(\Phi_{out}(\theta))}{(\Phi_{ing}(\theta))} = \frac{(k \cdot I_{out}(\theta))}{(\Phi_{ing}(\theta))} \quad (3.15).$$

dove  $I_{out}(\theta)$  indica il segnale in corrente misurato dal sensore posto dietro il concentratore (con il fascio inclinato di un angolo  $\theta$ ) e  $k$  una costante di proporzionalità.

La 3.15 richiede, per ricavare l'efficienza ottica, la misura del flusso in ingresso al concentratore. Questa generalmente si effettua rifocalizzando il fascio collimato con un secondo specchio parabolico e ponendovi sul fuoco la medesima cella solare o sfera integratrice utilizzati come rilevatori di luce all'uscita del concentratore. L'impossibilità di disporre di un secondo specchio parabolico ha limitato la nostra analisi alla determinazione dell'efficienza ottica *relativa*  $\eta^{rel}(\theta)$ .

Per misurare  $\eta^{rel}$  è sufficiente misurare  $I_{out}(\theta)$  e si è verificato come questa variava di intensità variando l'inclinazione del fascio incidente. Ricordando le efficienze di

trasmissione assoluta e relativa sono legate dalla costante  $\eta^{ass}(0) = \frac{(\Phi_{out}(0))}{(\Phi_{ing}(0))} = \frac{(I_{out}(0))}{(I_{ing}(0))}$ , possiamo scrivere:

$$\eta^{ass}(\theta) = \eta^{ass}(0) \eta^{rel}(\theta) = \frac{(k \cdot I_{out})}{\Phi_{ing}} \rightarrow \eta^{rel}(\theta) = \frac{(k \cdot I_{out}(\theta))}{(\Phi_{ing}(\theta))} \frac{(\Phi_{ing}(0))}{(k \cdot I_{out}(0))} \quad (3.16)$$

$$\eta^{rel}(\theta) = \frac{(I_{out}^{rel}(\theta))}{(\cos \theta)}$$

dove  $\Phi_{ing}(\theta) = \Phi_{ing}(0) \cdot \cos \theta$  e  $I_{out}^{rel}(\theta) = \frac{(I_{out}(\theta))}{(I_{out}(0))}$ .

Il segnale in corrente è stato ricavato mediante il posizionamento di una resistenza di carico (di valore opportuno) ai terminali dei sensori di luce e procedendo alla lettura della tensione prodotta ai capi di tale resistenza tramite un voltmetro Keithley (segnale minimo misurabile  $10^{-6}$  V). Dal rapporto tensione/resistenza si è quindi ricavato il valore della corrente

(continua) prodotta dai rilevatori. I dati ricavati sono poi stati elaborati con programmi informatici al fine di ricavare la curva di efficienza relativa in funzione dell'angolo di incidenza e quindi determinare gli angoli di accettazione del concentratore al 50% e al 90%.

### 3.3 Metodo Inverso (MI)

Il metodo inverso costituisce un metodo di caratterizzazione ottica più innovativo ed è stato elaborato nel laboratorio di ottica dell'università di Ferrara. Uno schema iniziale con il quale è possibile comprendere il metodo è raffigurato in figura 3.12; si manda un fascio collimato (ib) allineato con l'asse z (che costituisce anche l'asse ottico del sistema) verso un diffusore lambertiano (ld) in maniera tale da investire tutta la sua area e posto all'apertura di uscita del concentratore (oa). La luce che incide sul diffusore viene diffusa indietro all'interno del concentratore in tutte le direzioni, per poi essere riflessa al di fuori di esso dall'apertura d'ingresso (ia). Il fascio uscente investe uno schermo piano lambertiano (quest'ultimo aspetto importante poiché permette di conoscere il comportamento della luce una volta che lo investe) e qui viene osservato e registrato da una CCD per poi essere analizzato al computer. La distribuzione d'intensità sullo schermo (misurata in W/sr ) viene inoltre studiata variando anche la distanza  $d$  tra lo schermo e il concentratore.

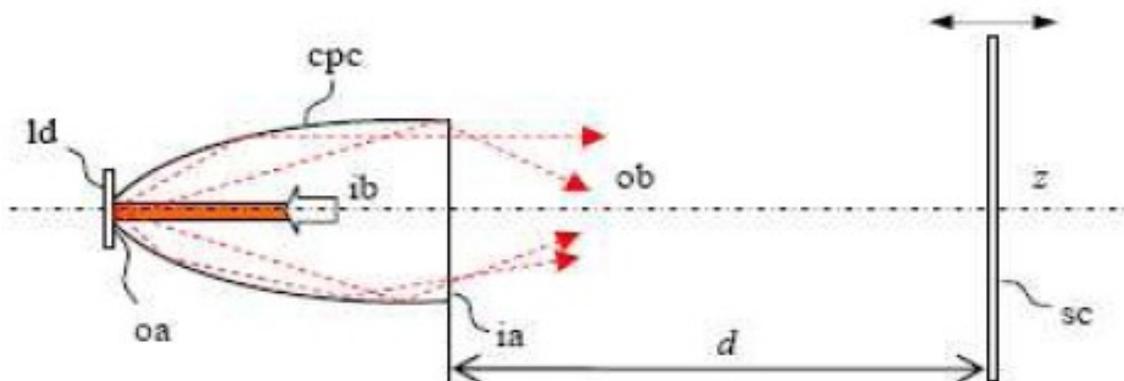


Figura 3.12: schema del metodo inverso applicato ad un CPC

Questo non è l'unico modo per realizzare il metodo inverso; la caratteristica fondamentale, come vedremo, di tale procedimento è che la luce (non polarizzata) entri all'apertura di uscita del concentratore provenendo da una sorgente lambertiana ed illumini completamente la superficie del dispositivo stesso. Di conseguenza oltre al diffusore lambertiano è possibile utilizzare altri artifici per ottenere tale proprietà; nel nostro caso, infatti, è stata usata come sorgente dietro il concentratore una sfera integratrice (figura 3.13)

che emette alla sua uscita con un flusso luminoso di radianza praticamente costante.

All'apertura di entrata della sfera (is) viene posta la sorgente di luce (ls, nel nostro caso è stato utilizzato il medesimo LED bianco utilizzato nel metodo diretto); la luce viene riflessa più volte all'interno della sfera così da risultare, all'apertura di uscita, come lambertiana. All'uscita della sfera è contemporaneamente posta l'apertura di uscita del concentratore (oa), per ridurre la frazione di flusso uscente dalla sfera altrimenti persa nel tragitto. Il fascio uscente dal concentratore è quindi proiettato sullo schermo lambertiano dove possono essere raccolti e poi elaborati i dati sperimentali.

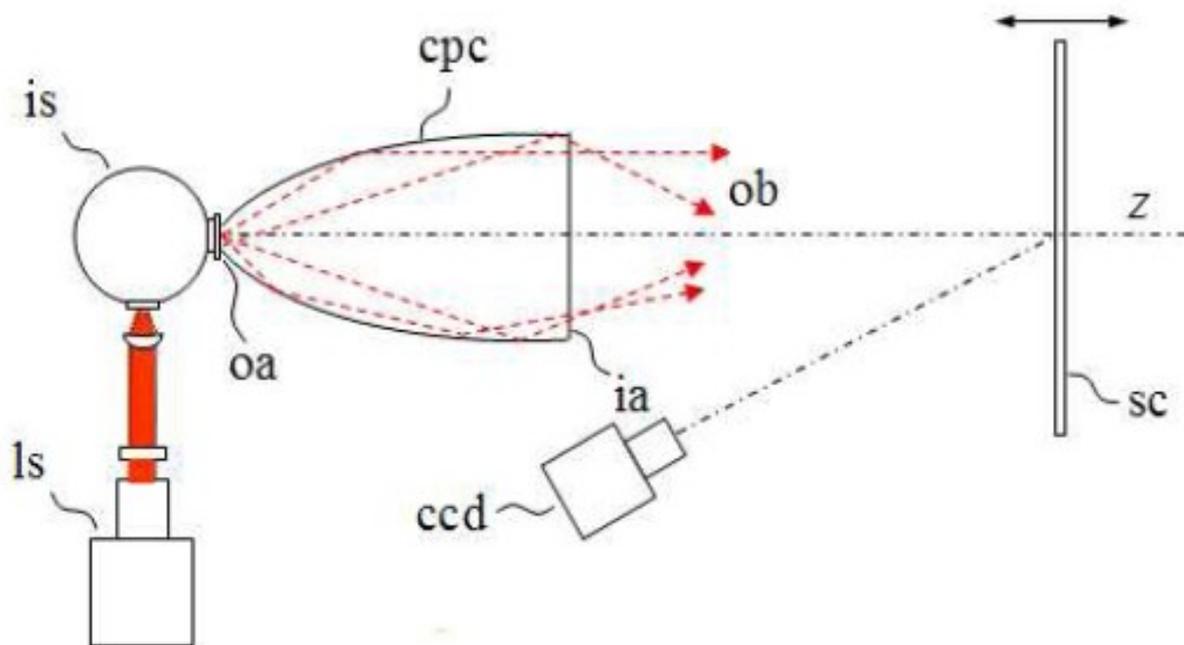


Figura 3.13: schema del metodo inverso con sfera integratrice applicato ad un CPC. Tale configurazione è stata utilizzata anche nella caratterizzazione del concentratore Phocus®

Prima di descrivere come si è applicato il metodo inverso forniremo ora i fondamenti che ne stanno alla base.

### 3.3.1 Basi teoriche del Metodo Inverso

Il metodo inverso poggia le proprie basi a partire dal principio di reversibilità del cammino ottico discusso al primo paragrafo di questo capitolo. Consideriamo le situazioni a e b che sono state precedentemente rappresentate in figura 3.1 e che ora riportiamo nuovamente in figura 3.14: in questi due casi il fattore di trasmissione  $T$  delle espressioni 3.1 e 3.2 sarà il medesimo sia che il raggio vada dal punto A al punto B sia nella situazione opposta, e

quindi  $T_{AB} = T_{BA}$ . Tale uguaglianza è valida nel caso il fascio non sia polarizzato<sup>2</sup> e, soprattutto, se il raggio da A a B o da B ad A *percorre il medesimo cammino ottico* (altrimenti decadrebbe il principio di reversibilità).

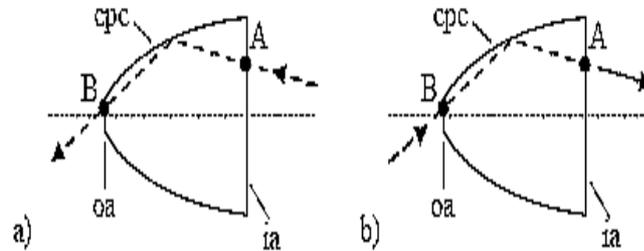


Figura 3.14: stesso cammino ottico percorso da un raggio elementare direttamente e inversamente all'interno di un cpc.

La situazione non cambierebbe se considerassimo un flusso di radiazione incidente su tutta la superficie di entrata di un concentratore; l'efficienza di trasmissione misurata con il metodo inverso eguaglierebbe quella ricavata con il metodo diretto se il flusso proveniente dall'apertura di uscita ripercorresse tutti i medesimi cammini percorsi dai raggi incidenti direttamente sull'entrata del concentratore. In altre parole, l'insieme dei raggi provenienti dall'apertura di uscita *deve percorrere tutti i cammini possibili tra le due aperture del concentratore*.

Nel metodo diretto, come accennato nel paragrafo 3.2.1, per analizzare la curva di trasmissione di un concentratore gli angoli di inclinazione dei raggi incidenti rispetto l'asse ottico del sistema vengono fatti variare, nella situazione più generica, negli intervalli  $\theta_{\text{ing}} \in [0, \pi/2]$  e  $\phi_{\text{ing}} \in [0, 2\pi]$ . Di conseguenza, nel caso si decida di utilizzare l'illuminazione inversa per caratterizzare il medesimo dispositivo, per garantire l'uguaglianza dei cammini ottici percorsi dai raggi la fonte di tali raggi inversi dovrà essere una sorgente di radiazione non polarizzata da porre in corrispondenza del ricevitore (all'apertura di uscita del concentratore) e tale da emettere in tutte le direzioni con radianza costante per non discriminare una direzione rispetto ad un'altra. Solo in questo modo sarà possibile produrre (in direzione inversa) tutti i cammini ottici possibili che connettono le aperture di un concentratore; abbiamo, in sostanza, dimostrato la necessità che la sorgente di flusso da

<sup>2</sup> I risultati riportati sono chiamati anche con il nome di equazioni di Fresnel e sono stati ottenuti supponendo il fascio incidente non polarizzato.

utilizzare nel metodo inverso sia lambertiana. Notiamo che la condizione sui cammini ottici percorsi nel metodo inverso dovrà essere rispettata anche nel metodo diretto, ovvero anche in quest'ultimo per ricavare l'efficienza di trasmissione di un concentratore i raggi del fascio utilizzato dovranno percorrere tutti i cammini possibili. Possiamo schematizzare quanto detto seguendo l'illustrazione in figura 3.15.

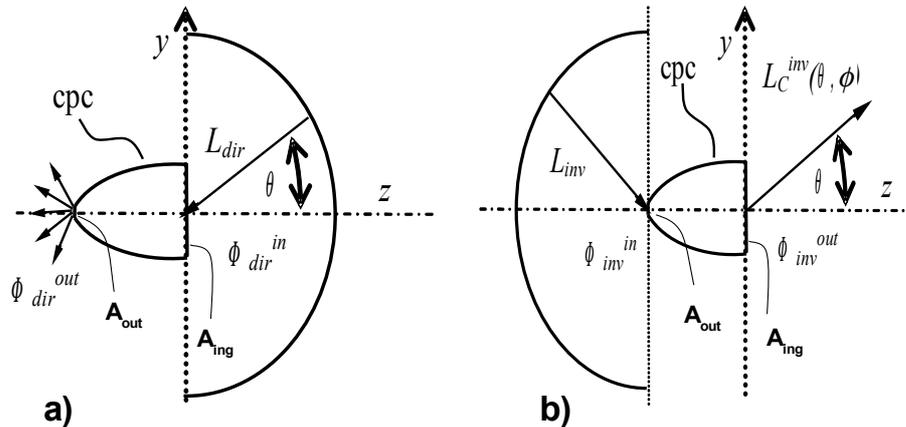


Figura 3.15: illuminazione di un cpc con sorgente lambertiana in modalità diretta (a) e inversa (b)

In figura 3.15(a) è indicata con  $L_{dir}$  la radianza costante in illuminazione diretta, mentre la radianza costante nell'illuminazione inversa è indicata con  $L_{inv}$  in figura 3.15(b). Se inviamo radiazione incidente come nelle due immagini appena accennate, i cammini ottici percorsi dai raggi coincideranno; inoltre se  $L_{dir} = L_{inv}$  allora anche il flusso elementare che percorre ogni singolo cammino che connette le aperture del concentratore sarà il medesimo. In tale condizione il flusso totale che attraversa il concentratore tra le sue aperture sarà lo stesso e a parità di flusso incidente l'efficienza di trasmissione  $\eta(\theta)$  risulterà la stessa se misurata sperimentalmente con i due metodi.

### 3.3.2 Efficienza di trasmissione relativa ricavata con il metodo inverso

Vediamo ora come ricavare l'efficienza ottica relativa per mezzo del metodo inverso. Consideriamo un raggio incidente in modo diretto nel punto A di un concentratore e inclinato di angoli  $(\theta, \phi)$  rispetto l'asse ottico dello stesso; il fattore di attenuazione per la radianza del raggio considerato rappresenterà l'efficienza di trasmissione diretta *locale*<sup>3</sup>

<sup>3</sup> Così definita poiché consideriamo un singolo raggio elementare incidente su un singolo punto del concentratore

$\eta_{dir}(A,\theta,\phi)$ , mentre il fattore di attenuazione della radianza di un raggio incidente inversamente sul medesimo A con inclinazione  $(\theta,\phi)$  rappresenterà l'efficienza di trasmissione locale inversa  $\eta_{inv}(A,\theta,\phi)$ . Estendiamo ora la nostra trattazione a tutti i punti dell'apertura di ingresso  $A_{ing}$  del nostro concentratore; se la sorgente che irradia in modo inverso il dispositivo ha le caratteristiche discusse nel precedente paragrafo (sorgente di radiazione non polarizzata che investe l'intera superficie del concentratore e con radianza  $L_{inv}$  costante), allora la radianza inversa in uscita  $L_c^{inv}(\theta, \phi)$  (figura 3.15 b) mediata su tutti i punti di  $A_{ing}$  deve avere la stessa distribuzione angolare dell'efficienza di trasmissione inversa  $\eta_{inv}(\theta,\phi)$  (anch'essa mediata su tutti i punti di  $A_{ing}$ ). Essendo però, nella situazione da noi ipotizzata, l'efficienza di trasmissione inversa uguale a quella diretta, allora la radianza inversa  $L_c^{inv}(\theta, \phi)$  sarà proporzionale all'efficienza  $\eta_{dir}(\theta,\phi)$  di un fascio collimato. Essendo:

$$L_c^{(inv. ass.)}(\theta, \phi) = L_c^{(inv. ass.)}(0) \cdot L_c^{(inv. rel)}(\theta, \phi) \quad (3.17)$$

$$\eta_{inv}^{ass}(\theta, \phi) = \eta_{dir}^{ass}(\theta, \phi) = \eta_{dir}^{ass}(0) \cdot \eta_{dir}^{rel}(\theta, \phi)$$

possiamo scrivere:

$$L_c^{(inv. rel)}(\theta, \phi) = \eta_{dir}^{rel}(\theta, \phi) \quad (3.18).$$

Ricordiamo qui che gli angoli  $\theta$  e  $\phi$  sono definiti come nello schema in figura 3.3.

Il passo successivo è quindi misurare la radianza relativa  $L_c^{(inv. rel)}(\theta, \phi)$ ; a questo scopo poniamo di fronte al concentratore e a grande distanza  $d$  da esso, con  $d$  molto maggiore delle dimensioni lineari  $a_i$  dell'apertura d'ingresso  $A_{ing}$ , uno schermo (sc) per la raccolta della luce proiettata dove potremo misurare sullo schermo un'irradianza  $E^{inv}(P) = E^{inv}(d,l)$  nel punto P a distanza  $l$  dall'origine (figura 3.17). La condizione ( $a_i \ll d$ ) è necessaria per garantire che i diversi punti del profilo dell'intensità siano ben risolti l'uno dall'altro in termini di angolo. In particolare, se lo schermo fosse tenuto troppo vicino al concentratore si potrebbero associare più direzioni  $\theta$  distinte tra loro ad un unico punto P ( $\Delta\theta$  non trascurabile, figura 3.16).

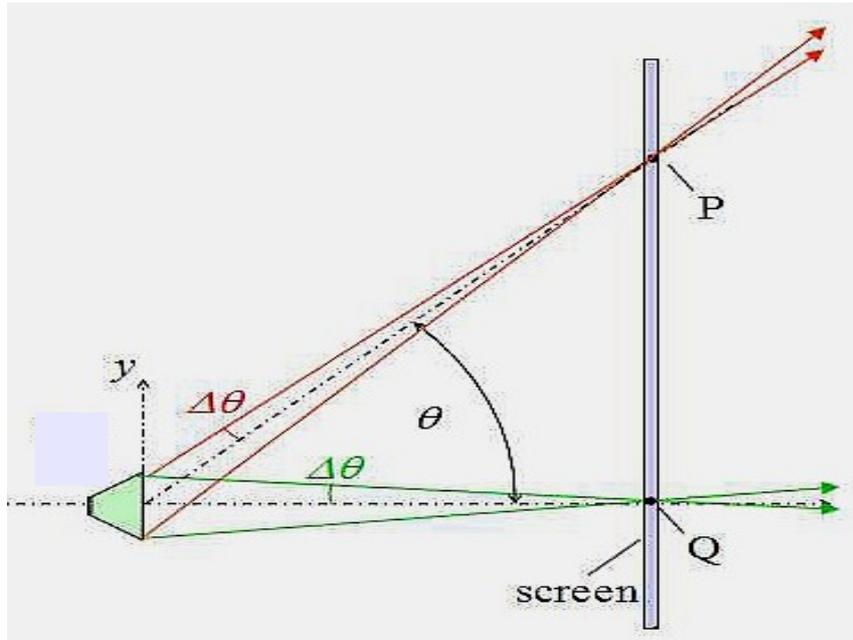


Figura 3.16: se la condizione  $a_i \ll d$  non è rispettata, l'angolo  $\Delta\theta$  non è più trascurabile e la risoluzione dell'immagine proiettata sullo schermo diminuisce

Una volta che il sistema viene predisposto in modo che la condizione detta venga soddisfatta, ogni punto del profilo dell'intensità sullo schermo sarà caratterizzato dal suo  $\theta$  e dalla sua risoluzione angolare.

Il passo successivo è quindi ricavare la radianza relativa in uscita dal concentratore; per fare questo, seguiamo lo schema in figura 3.17. L'irradianza  $E^{inv}(P)$  è legata al flusso incidente (proveniente dall'apertura  $A_{ing}$  del concentratore) sull'elemento di area infinitesimo dello schermo (figura 3.17) da:

$$d\Phi_{ing}^{inv} = E^{inv}(P) dA_{sc} \quad (3.19)$$

Ma quindi possiamo scrivere per la radianza incidente sullo schermo:

$$L_{sc}^{inv}(\theta_{ing}, \phi) = \frac{(d\Phi_{ing}^{inv})}{(A_{ing} \cos\theta_{ing} d\Omega)} = \frac{(E^{inv}(P) \cdot dA_{sc})}{(A_{ing} \cos\theta_{ing} d\Omega)} \quad (3.20)$$

dove  $\theta_{ing}$  è l'angolo di uscita dal concentratore del fascio (figura 3.17). Sostituendo l'espressione dell'angolo solido:

$$d\Omega = \frac{dA_{sc}}{r^2} \cos\theta_{ing} = \frac{dA_{sc}}{d^2} \cos^3\theta_{ing} \quad (3.21)$$

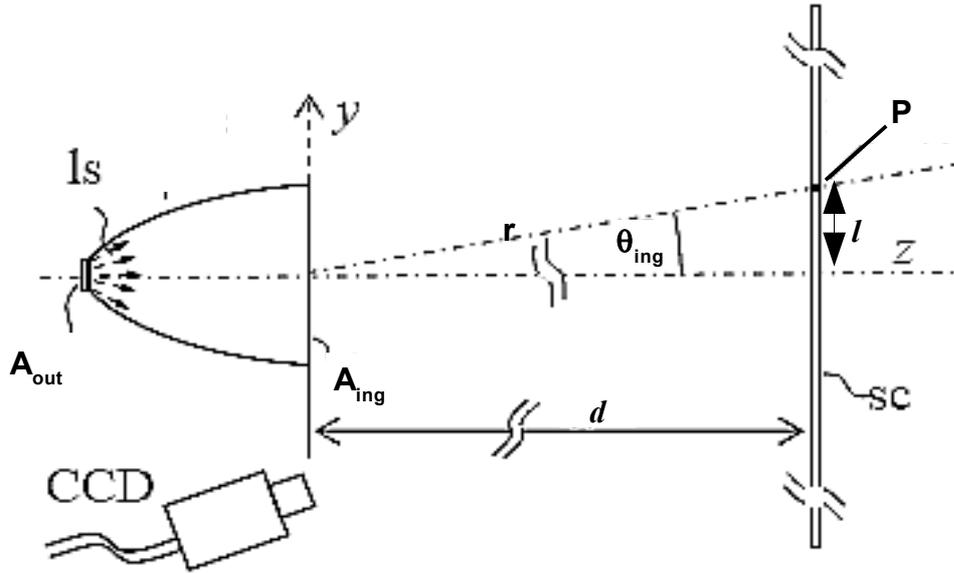


Figura 3.17:

Possiamo quindi scrivere per la radianza in uscita dal concentratore:

$$L_c^{(inv.ass)}(\theta_{ing}, \phi) = \frac{(E^{inv}(P) \cdot d^2)}{(A_{ing} \cos^4 \theta_{ing})} \quad (3.22)$$

In particolare per la radianza relativa si ricava la semplice espressione:

$$L_c^{(inv.rel)}(\theta_{ing}, \phi) = \frac{(L_c^{(inv.ass)}(\theta_{ing}, \phi))}{(L_c^{(inv.ass)}(0))} = E_c^{(inv.rel)} \frac{1}{(\cos^4 \theta_{ing})} \quad (3.23)$$

Quindi è sufficiente moltiplicare l'irradianza (relativa) sullo schermo per il fattore di correzione  $1/\cos^4 \theta_{ing}$  per ottenere la radianza relativa, anche se notiamo che questo fattore per piccoli valori di  $\theta_{ing}$  ha un peso poco rilevante.

La relazione 3.23 può essere applicata correttamente quando si tratta di simulare il metodo inverso con programmi di simulazione ottica (nel nostro caso Tracepro) in quanto il software permette di misurare con precisione l'irradianza  $E_c^{(inv.rel)}$  incidente sullo schermo. Sperimentalmente, invece, occorre considerare che lo strumento di misura del flusso sullo schermo (una CCD nel nostro caso) fornirà dei dati dipendenti da alcuni parametri, in particolare la riflettività dello schermo e l'orientazione tra obiettivo del rilevatore e schermo stesso. Se, come è avvenuto nel nostro caso, la CCD è posta a fianco del concentratore e puntata verso il centro dello schermo, allora essa vedrà un generico punto P sotto un angolo  $\theta'_{ing}$  (e non più  $\theta_{ing}$ ). Se lo schermo è lambertiano (il che è sempre valido se gli angoli

considerati sono piccoli) allora la radianza emessa dal punto P verso la CCD rimane inalterata. In definitiva avremo che l'intensità  $I(\theta')$  dell'immagine registrata (corrispondente all'irradianza  $E_c^{(inv.rel)}$  cercata) dovrà essere corretta di un fattore  $1/\cos\theta'_{ing}$  per il posizionamento off-axis della CCD rispetto l'asse del sistema. L'espressione 3.23 dovrà quindi essere modificata e sostituita con la seguente:

$$L_c^{(inv.rel)}(\theta, \phi) = E_c^{(inv.rel)} \frac{1}{(\cos^5 \theta_{ing})} \quad (3.24)$$

### 3.3.3 Efficienza di trasmissione assoluta ricavata con il metodo inverso

L'espressione 3.18 ricavata nel precedente paragrafo ha dimostrato come l'efficienza di trasmissione relativa di un concentratore sia ricavabile con il metodo inverso. Tuttavia vogliamo ora mostrare che tale metodo è in grado di fornire anche l'efficienza di trasmissione assoluta. Questo è conseguenza del fatto che con il metodo inverso è possibile misurare la costante  $\eta^{ass}(0)$  che lega i due tipi di efficienza, come ora dimostreremo.

Nel metodo diretto se irragiamo isotropicamente e con radianza costante  $L_{dir}$  un concentratore possiamo scrivere il flusso incidente come:

$$\Phi_{dir}^{ing} = L_{dir} A_{ing} \int_0^{(2\pi)} d\phi \int_0^{(\pi/2)} \cos\theta \sin\theta d\theta = \pi L_{dir} A_{ing} \quad (3.25)$$

dove abbiamo considerato, per semplicità, un concentratore avente simmetria cilindrica. Tale espressione è simile alla 3.5 ricavata per il metodo diretto collimato. La differenza sostanziale è che ora è la radianza ad essere costante, non l'irradianza. Tale metodo, che segue lo schema prima visualizzato in figura 3.15a, è chiamato *metodo diretto integrale*.

Sempre seguendo la medesima linea guida usata per il diretto collimato, possiamo scrivere per il flusso uscente dal concentratore:

$$\Phi_{dir}^{out} = 2\pi L_{dir} A_{ing} \int_0^{(\pi/2)} \sin\theta \cos\theta \eta_{dir}(\theta) d\theta \quad (3.26)$$

Possiamo allora definire un fattore di "trasmissione diretta integrale"  $\tau_{dir}$ :

$$\tau_{dir} = \frac{\Phi_{dir}^{out}}{\Phi_{dir}^{ing}} = 2 \int_0^{(\pi/2)} \sin\theta \cos\theta \eta_{dir}(\theta) d\theta = 2\eta_{dir}(0) \int_0^{(\pi/2)} \sin\theta \cos\theta \eta_{dir}^{rel}(\theta) d\theta \quad (3.27).$$

Nel metodo inverso l'apertura di uscita  $A_{out}$  di un concentratore è una sorgente lambertiana con radianza  $L_{inv}$  costante. Il flusso totale che entra in tal modo al concentratore sarà, similmente a 3.25:

$$\Phi_{inv}^{ing} = \pi L_{inv} A_{out} \quad (3.28)$$

Il flusso inverso trasmesso all'uscita diventerà invece:

$$\Phi_{inv}^{out} = 2 \pi A_{ing} \int_0^{(\pi/2)} \sin \theta \cos \theta L_c^{(inv.ass)}(\theta) d \theta \quad (3.29)$$

dove la radianza non può essere portata fuori dall'integrale in quanto in generale non sarà costante. Definiamo similmente a prima la "trasmittanza integrale inversa"  $\tau_{inv}$ :

$$\tau_{inv} = \frac{\Phi_{inv}^{out}}{\Phi_{inv}^{ing}} = 2 \frac{C_{geo}}{L_{inv}} \int_0^{(\pi/2)} \sin \theta \cos \theta L_c^{(inv.ass)}(\theta) d \theta = 2 \frac{C_{geo}}{L_{inv}} L_c^{(inv.ass)}(0) \int_0^{(\pi/2)} \sin \theta \cos \theta L_c^{(inv.rel)}(\theta) d \theta \quad (3.30)$$

dove  $C_{geo}$  indica il rapporto di concentrazione geometrica del concentratore. Considerando il rapporto tra le due trasmittanze integrali introdotte otterremo:

$$\frac{\tau_{inv}}{\tau_{dir}} = C_{geo} \frac{(L_c^{(inv.ass)}(0))}{(\eta_{dir}(0) \cdot L_{inv})} \quad (3.31)$$

Nel paragrafo 3.3.1 avevamo detto che se  $L_{dir} = L_{inv}$ , allora il flusso trasmesso nel metodo diretto e nel metodo inverso si eguagliano, ovvero  $\Phi_{dir}^{out} = \Phi_{inv}^{out}$ . Eguagliando quindi le espressioni 3.29 e 3.26, possiamo ricavare:

$$\eta_{dir}(0) = \frac{(L_c^{(inv.ass)}(0))}{L_{inv}} \quad (3.32)$$

L'espressione 3.32 è di fondamentale importanza, in quanto dimostra che con il metodo inverso è possibile determinare la costante di proporzionalità che lega le efficienze di trasmissione assoluta e relativa. Per misurare le radianze in 3.32 è necessario porre la CCD di fronte all'apertura di ingresso del concentratore, orientandola lungo l'asse ottico, e registrare l'immagine; l'intensità media ricavata dall'immagine dell'apertura di uscita del concentratore sarà proporzionale a  $L_{inv}$ , mentre quella ricavata dall'immagine dell'apertura di ingresso  $A_{ing}$  sarà proporzionale a  $L_c^{(inv.ass)}(0)$ .

È necessario tuttavia dire che tutto questo ragionamento ben si applica per concentratori di tipo CPC, ad esempio, in quanto la sorgente lambertiana inversa è direttamente accessibile

dall'apertura frontale. Nel caso di concentratori rifrattivi, come il Phocus, la sorgente lambertiana inversa non è visibile direttamente e quindi l'immagine della sorgente inversa andrebbe presa rimuovendo la lente.

### 3.3.4 Metodo inverso applicato al concentratore Phocus®

#### *PREPARAZIONE DELLA SORGENTE LAMBERTIANA*

Il primo passo per la realizzazione del metodo inverso è stata la preparazione di una sorgente lambertiana da porre poi dietro il concentratore. La scelta, come prima accennato, è ricaduta su una sfera integratrice (figura 3.18), la sola che poteva assicurarci una divergenza angolare di  $\pm 90^\circ$  necessaria per illuminare l'elemento secondario del Phocus. In assenza di secondario sarebbe stato possibile utilizzare lo stesso LED usato nel metodo diretto (lambertiano  $\pm 60^\circ$ ) per illuminare la sola lente del concentratore (senza secondario la lambertianità era richiesta solo per un divergenza angolare pari a  $\pm 48^\circ$ ); per utilizzare le stesse lunghezze d'onda nei due metodi, quindi, all'apertura di ingresso della sfera è stata posta una matrice avente quattro LED bianchi dello stesso modello Philips LXML-PW21 già utilizzato nel metodo diretto. L'aumento del numero di LED si è reso necessario per incrementare il flusso in uscita dalla sfera integratrice e quindi per rendere le misure più precise; contemporaneamente questo ha richiesto l'utilizzo di una sfera integratrice in metallo, in quanto l'elevato irraggiamento delle sorgenti scelte avrebbe comportato il serio danneggiamento di sfere integratrici fabbricate in materiale plastico.



*Figura 3.18:* immagini della sfera integratrice in metallo usata. A sinistra, foto della sfera. A destra, immagine della luce uscente dall'apertura di uscita dello strumento

Prima di utilizzare la sfera si è reso necessario un controllo della sua lambertianità. A questo scopo la sfera è stata fissata sul banco ottico e alla sua apertura di ingresso è stata posta la sorgente LED; abbiamo quindi analizzato il profilo dell'intensità di radiazione emessa dall'apertura di uscita della luce. Per effettuare questa analisi abbiamo utilizzato il luxmetro<sup>4</sup> posto ad un metro di distanza dall'uscita della sfera e alla stessa altezza; abbiamo quindi misurato l'intensità di flusso variando di volta in volta l'angolo tra il luxmetro e l'uscita della sfera integratrice (l'asse di rotazione era l'asse verticale passante per il centro dell'uscita della sfera) senza modificare la distanza tra i due strumenti. I dati ricavati sono stati graficati e normalizzati, e il risultato è mostrato in figura 3.19.

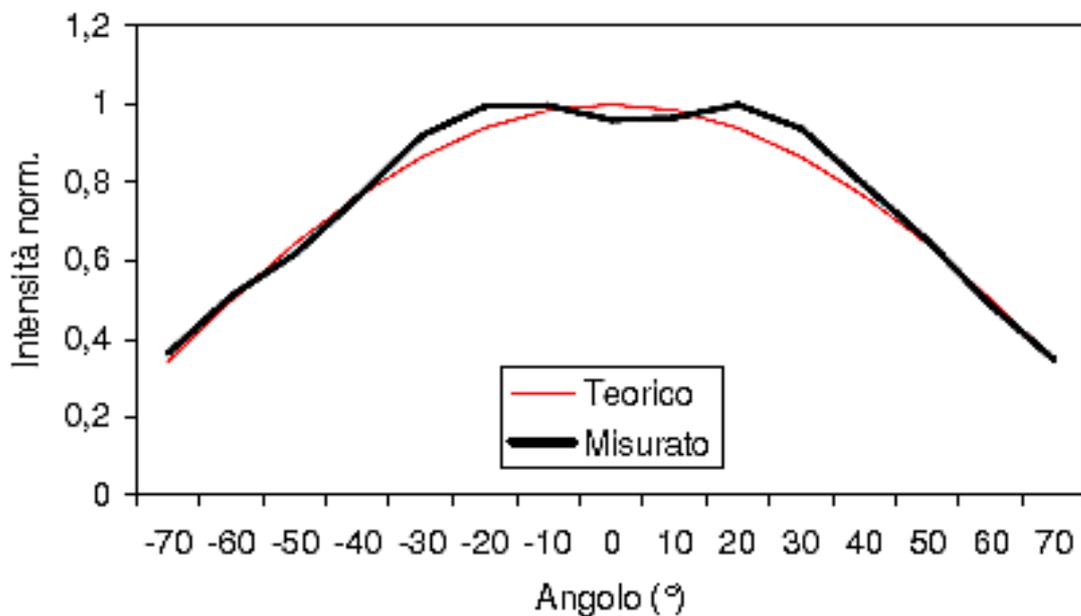


Figura 3.19: analisi della lambertianità della sfera integratrice usata. In rosso, l'andamento di una funzione coseno (che corrisponde ad una sorgente perfettamente lambertiana). In nero, andamento dell'intensità risultante dalle misure sperimentali.

Le misure sono state effettuate al buio ed togliendo ogni volta il valore del rumore di fondo (rilevato ponendo un cartoncino nero a metà strada tra sfera e luxmetro e prendendo nota del valore di intensità segnato da quest'ultimo quando non illuminato direttamente con la sfera). Una volta preparata la sfera è stato necessario posizionarla dietro il Phocus®; per questo scopo si è utilizzato ancora l'apposito supporto fabbricato nell'officina meccanica dell'università di Ferrara. La sfera, posta in modo che la sua apertura di uscita appoggiasse

<sup>4</sup> Se ci poniamo ad un metro di distanza dalla sorgente, l'intensità e l'irradianza, misurate in lux e candele, si equivalgono numericamente. Ciò è conseguenza della relazione tra le due quantità. Il flusso emesso da una sorgente può essere scritto sia come  $\Phi = I d\Omega$  sia come  $\Phi = E dA$ . Uguagliando le due espressioni e ricordando che  $d\Omega = \frac{dA}{r^2}$ , otteniamo  $\frac{I}{r^2} = E$ .

sull'apertura posteriore  $A_{out}$  del concentratore, è stata quindi fissata in tale posizione.

Essendo l'apertura di uscita della sfera molto più grande dell'apertura di uscita del Phocus® è stato fatto fabbricare, sempre dall'officina meccanica dell'università, un piccolo lamierino metallico in alluminio (spesso circa 2 mm) da porre tra sfera e concentratore; tale elemento era dotato di una fessura centrale avente stesse dimensioni e forma dell'uscita del Phocus® e, una volta ricoperto di cartoncino nero per evitare che potesse riflettere la luce, è stato utilizzato per fare in modo che il flusso proveniente dalla sfera entrasse nel concentratore solo attraverso  $A_{out}$ .

### APPLICAZIONE DEL METODO INVERSO

Una volta predisposta la sorgente lambertiana dietro il concentratore si è potuti passare alla realizzazione vera e propria del metodo inverso. Uno schermo bianco posto a distanza opportuna (misurata anche in questo caso con il metro e il sensore di distanza ad ultrasuoni e risultata  $d = 3,8 \pm 0,001$  m) è stato posto davanti il modulo Phocus® affinché potesse essere resa visibile l'immagine proiettata dal concentratore e scattarne una foto con una camera CCD. Tuttavia, essendo l'immagine troppo grande per essere rilevata direttamente (la CCD a disposizione aveva un obiettivo con apertura angolare troppo piccola), si è scattata la foto con l'utilizzo di uno specchio piano (utilizzato per aumentare la distanza tra schermo e CCD) come visualizzato in figura 3.20.

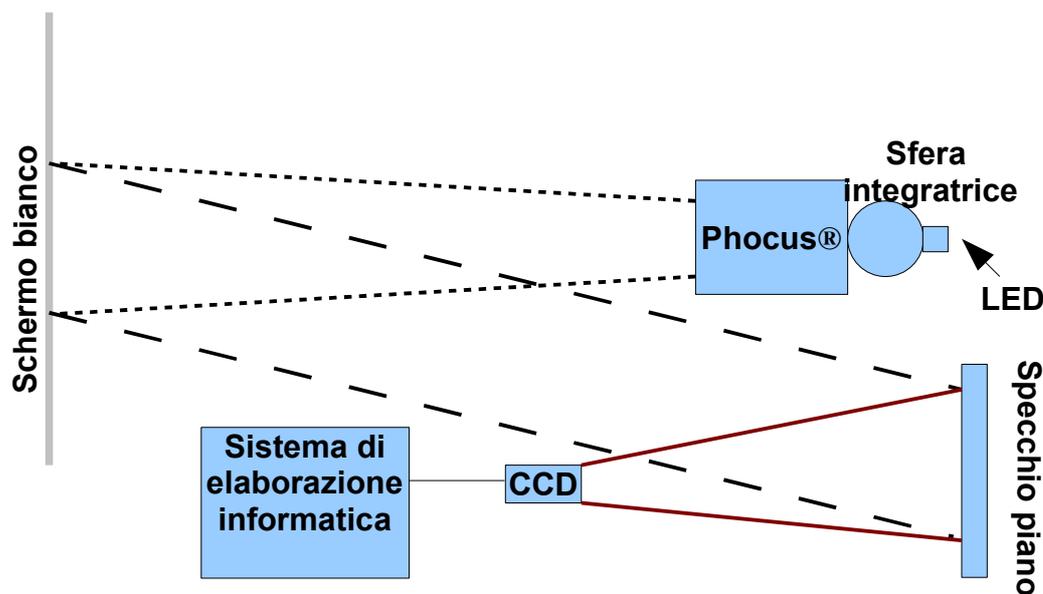
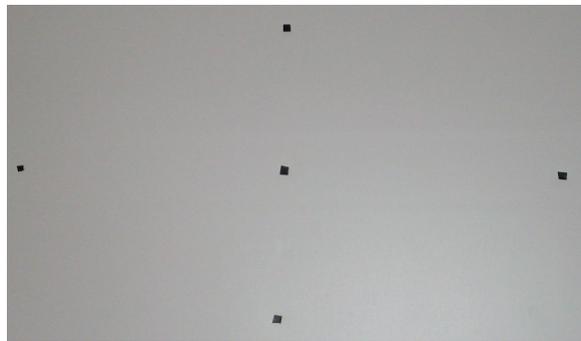


Figura 3.20: schema del sistema per effettuare le misure col metodo inverso

Una volta scattate le foto si sono estrapolati da esse i dati tramite il software HiPic 8.4.0 e

poi elaborati con il programma OriginPro®; i dati rappresentavano la distribuzione dell'irradianza sullo schermo. Per ottenere la curva di radianza relativa e, quindi, la curva dell'efficienza ottica relativa, si è dovuta innanzi tutto ricavare la relazione tra pixel della foto e distanza (in mm) sulla superficie dello schermo. A tale scopo si è proceduto con il posizionamento a distanza ben definita di una serie di cinque dot neri disposti a croce e tra loro a distanze note. In tale modo, scattando una foto su tale griglia (figura 3.21), è stato possibile vedere i punti dove la radiazione veniva assorbita e determinarne, utilizzando OriginPro®, i pixel corrispondenti (figura 3.22); poiché la distanza dei punti della griglia era stata decisa da noi, misurando la distanza tra i pixel corrispondenti e rapportandola alla misura in mm, è stato possibile definire il rapporto mm/pixel.

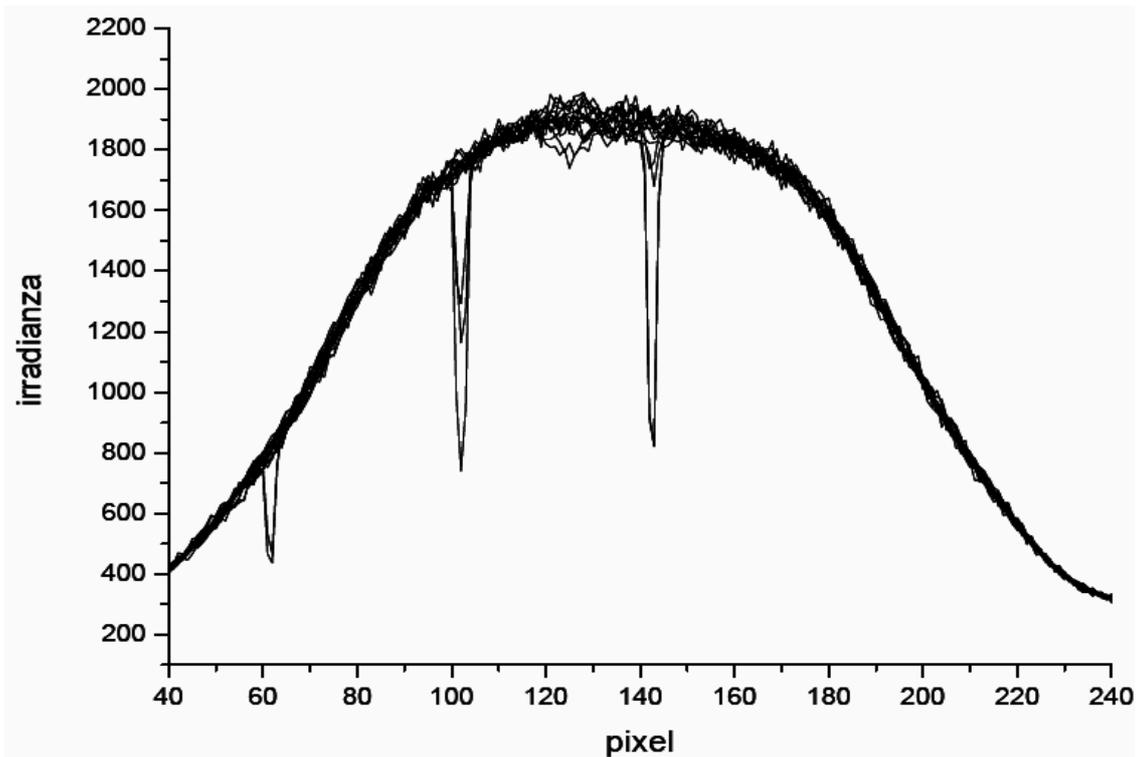


*Figura 3.21: immagine della griglia di dot neri assorbenti*

Conoscendo tale relazione è stato quindi possibile risalire all'angolo corrispondente<sup>5</sup> tra un punto dello schermo e il concentratore, potendo quindi ricavare il fattore  $1/\cos^4\theta$  e quindi la radianza relativa scattando una seconda foto ed effettuandone l'analisi ancora tramite OriginPro®. I risultati sono poi stati graficati e, avendo ricavato l'efficienza di trasmissione relativa, da essi sono stati ricavati gli angoli di accettazione ricercati.

---

<sup>5</sup> Gli angoli sullo schermo sono stati misurati usando come riferimento il centro dell'apertura di uscita (che nel metodo inverso è  $A_{\text{ing}}$ ) del concentratore.



*Figura 3.22: determinazione rapporto mm/pixel con la misura, tramite OriginPro®, dell'ascissa corrispondente alla griglia assorbente posizionata. Notare come siano ben visibili i 3 "picchi" di materiale assorbente, posizionati a 10 cm l'uno dall'altro (griglia verticale).*

### **3.4 Simulazioni con Tracepro®**

La simulazione del comportamento di un sistema ottico, effettuata tramite opportuni programmi, è finalizzata a riprodurre le condizioni della analisi sperimentale per confrontare i risultati teorici con quelli pratici. Questo viene inoltre spesso utilizzato come indice di qualità della realizzazione pratica del dispositivo.

Nella realtà tramite l'utilizzo di simulazioni è possibile ottenere una grande quantità di informazioni, sia dal punto di vista pratico che da quello teorico, che possono anche essere usate per ottimizzare le caratteristiche del sistema considerato.

Il programma utilizzato per effettuare le simulazioni teoriche dei sistemi studiati in questa tesi è stato TracePro®. Tale programma è dotato di banche dati che per esempio forniscono una vasta scelta di tipologie di materiali e una possibilità quasi illimitata di fonti di luce. Questo permette di ottenere le prime informazioni sui sistemi trattati evitando lunghi lavori in laboratorio e la possibilità di puntare le misure sperimentali su indagini più specifiche,

come particolarità emerse al computer. Altro mezzo estremamente potente del TracePro® e la possibilità del “ray trace”, ovvero la possibilità di seguire l’evoluzione anche di un singolo raggio nel percorso ottico e non solo di tutta la quantità di energia che viene immessa nel concentratore. Questa possibilità è un mezzo estremamente potente quando gli scopi della simulazione non sono solo lo studio di un oggetto ma anche una sua migliona, poiché permette di estrarre con semplicità informazioni sul comportamento puntuale dell’oggetto (anche se in ultima analisi servirà comunque sempre un riscontro reale per ottenere conferme e quindi intraprendere una strada anziché un'altra).

Nel nostro caso TracePro® è stato utilizzato come strumento primario nella caratterizzazione teorica degli oggetti da noi analizzati, ovvero le lenti prismatiche ed ibrida del concentratore Phocus® con presenza o meno di un concentratore secondario, ed quindi è servito come primo riscontro teorico del funzionamento dei metodi diretto e inverso adoperati.

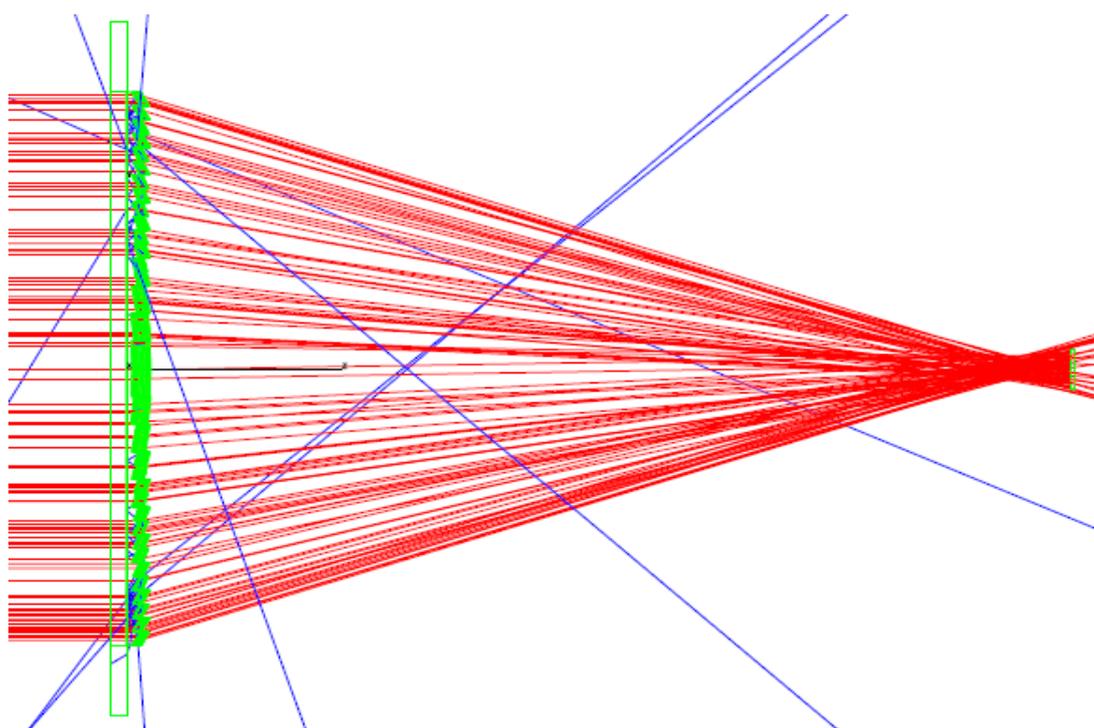
Vediamo brevemente come funziona; TracePro® è un programma di tracciamento dei raggi per analisi ottiche di modelli solidi. TracePro® utilizza il *Generalized Raytracing* ovvero, a seconda di come i raggi si propagano lungo diversi percorsi all’interno del modello del solido, TracePro® tiene traccia del flusso ottico associato ad ogni raggio, considerando assorbimento, riflessioni, rifrazioni, diffrazioni e scattering a cui i raggi possono essere soggetti. Il suo utilizzo si divide in quattro passi principali; si crea o importa un modello, si definiscono le proprietà dei materiali e delle superfici del modello, si effettua il ray tracing e si fa l’analisi del ray tracing. La creazione dei modelli di TracePro® è basata sul sistema ACIS realizzato dalla Spatial corporation, ma può scambiare dati con modelli CAD a programmi di analisi via IGES e STEP. Per il calcolo dello scattering e diffrazione, TracePro® utilizza il metodo Monte Carlo, il quale per questa applicazione ottica usa le tecniche di ray splitting e importance sampling. Per maggiori informazioni sul funzionamento di TracePro® rimandiamo al suo User’s Manual.

Una volta completato il modello si passa al ray tracing definendo una griglia, da cui partiranno i raggi per la simulazione; tale scelta dipende dal metodo simulato e dalle caratteristiche del sistema ottico.

Nel metodo diretto la griglia utilizzata è scelta in modo che sia posizionata sull’apertura d’ingresso del modello e con le stesse dimensioni, viene scelto un profilo spaziale e

angolare dei raggi uniforme e si fa partire la simulazione scegliendo come direzione dei raggi ovviamente quella d'ingresso del solido (figura 3.23). A fine simulazione si va ad osservare la mappa d'irradianza su un assorbitore appositamente posizionato dietro il concentratore per raccogliere i raggi in uscita da quest'ultimo.

La mappa d'irradianza ci mostra con un grafico a colori l'intensità del flusso arrivato sulle varie zone dell'assorbitore, oltre a dirci il numero totale di raggi arrivati (figura 3.24). Maggiore è il numero di raggi generati dalla griglia e maggiori e più accurate sono le informazioni della mappa (aumentando però i tempi di elaborazione e le prestazioni richieste al pc). La simulazione va ripetuta per ogni angolo desiderato e per ogni direzione, impostando ogni volta l'angolo d'inclinazione dei raggi. Nel nostro caso ad esempio si è scelto un range di  $3^\circ$  con variazioni angolari di  $0,1^\circ$  per volta (come nel metodo sperimentale poi attuato), arrivando quindi a 30 simulazioni per ogni sistema! A causa del grande numero di elaborazioni necessarie, quindi, tale metodo simulato è stato applicato alle sole lenti del concentratore Phocus® senza secondario.



*Figura 3.23:* esempio di simulazione del metodo diretto sulla lente prismatico-cilindrica (sono stati usati solo 100 raggi paralleli all'asse ottico del sistema per permettere di visualizzare bene l'immagine)

Nel metodo inverso la griglia viene creata all'apertura di uscita del concentratore e con le stesse dimensioni. I raggi vengono mandati in senso inverso, quindi dall'uscita del

concentratore verso l'ingresso del modello, e viene impostato loro un profilo angolare lambertiano impostando un angolo massimo opportuno. Tale angolo va fissato in funzione della configurazione interna del concentratore; nel caso del Phocus, ad esempio, in assenza del secondario si è potuto impostare l'angolo di lambertianità  $\sim 50^\circ$  (essendo pari a  $48^\circ$  l'angolo massimo sotto il quale la sorgente vede la lente), mentre in presenza di secondario è stato necessario invece un angolo max di  $90^\circ$  per poter illuminare tutta la superficie di quest'ultimo.

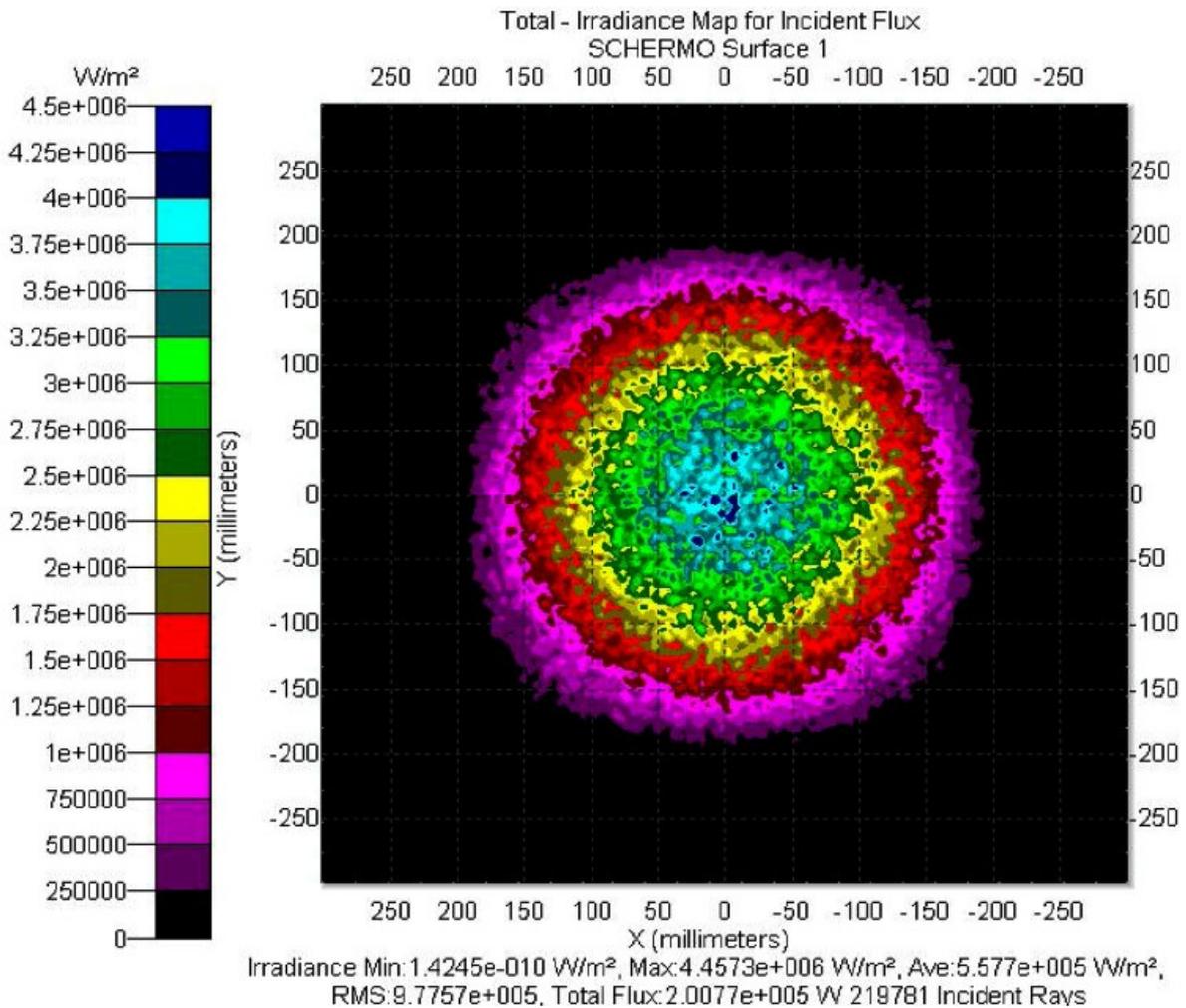


Figura 3.24: esempio di mappa di irradianza ottenuto con metodo inverso su lente prismatica

Di fronte all'ingresso del concentratore va aggiunto un solido, nel nostro caso un parallelepipedo, che funge da schermo. Va posizionato ad una distanza molto superiore al raggio o semi lato dell'apertura d'ingresso del concentratore, in modo che l'errore che si commette sull'angolo sia almeno di un ordine di grandezza inferiore all'angolo d'accettazione

aspettato (se ad esempio ho un angolo d'accettazione atteso di  $2^\circ$  allora l'errore dovrà essere al massimo pari a  $0,2^\circ$ ). Fatto questo si fa partire la simulazione ed al termine si osserva la mappa d'irradianza sullo schermo, che verrà poi analizzata al fine di ricavare la distribuzione della radianza in uscita dal concentratore.

Il vantaggio del metodo inverso è che in questo caso è sufficiente una sola simulazione per avere le informazioni su ogni angolo in ogni direzione e infatti tale metodo è stato simulato per tutti gli elementi considerati in questa tesi.

Concludiamo, infine, dicendo che maggiore sarà il numero di raggi utilizzati nella simulazione maggiore sarà l'accuratezza del modello; a tale scopo nelle simulazioni si è variato usando da 100.000 fino anche 2.000.000 di raggi.

## CAPITOLO 4

### RISULTATI SPERIMENTALI

In questo capitolo verranno elencate le analisi sperimentali delle caratterizzazioni effettuate sul modulo a concentrazione Phocus®. In primo luogo verranno elencati i risultati delle simulazioni effettuate con Tracepro® specificando il tipo di metodo simulato e le considerazioni ricavate da tali analisi. Successivamente sarà la volta poi dei metodi di caratterizzazione sperimentale diretto e inverso, verificando se i dati ottenuti con essi sono in accordo con l'analisi teorica.

Prima di tutto questo, però, è opportuna una descrizione del concentratore Phocus® analizzato; per questo motivo il primo paragrafo è stato dedicato ad una esposizione degli elementi che lo compongono e dei suoi principi di funzionamento.

#### 4.1 Il concentratore Phocus®

Il modulo Phocus® creato dall'Enea è un concentratore solare di tipo *rifrattivo* che utilizza all'apertura di ingresso una lente quadrata (di lato pari a 15,6 cm) per concentrare la radiazione su una cella fotovoltaica piana (modello SunPower in silicio, quadrata di lato 11 mm) posta sull'apertura di uscita del dispositivo stesso. Il fattore di concentrazione geometrico risulta essere, quindi:

$$C_{geo} = \frac{A_{ing}}{A_{out}} = \frac{156^2}{11^2} \approx 201.12$$

Le lente progettata per essere utilizzata nel Phocus è una *lente prismatica* di lunghezza focale pari a 22cm; tale lente è costituita da un insieme di 1012 prismi aventi sezione quadrata di lato opportuno (196 hanno lato pari a 7,8 mm, 816 lato pari a 3,9 mm). Lo spessore della lente è di 5,5 mm nel punto massimo ed è realizzata in *polimetilmetacrilato* (PMMA, tipo Plexiglas); tale materiale possiede un indice di rifrazione medio pari a 1,49 (figura 4.1) poco dipendente dalla temperatura (  $\frac{dn}{dT} = -0,00011 K^{-1}$  ) e una trasmittanza

media  $\tau=92\%$  per lunghezze d'onda comprese tra 380 nm e 780 nm (in figura 4.1 sono riportati i risultati ottenuti utilizzando quattro lunghezze d'onda in un range più ampio).

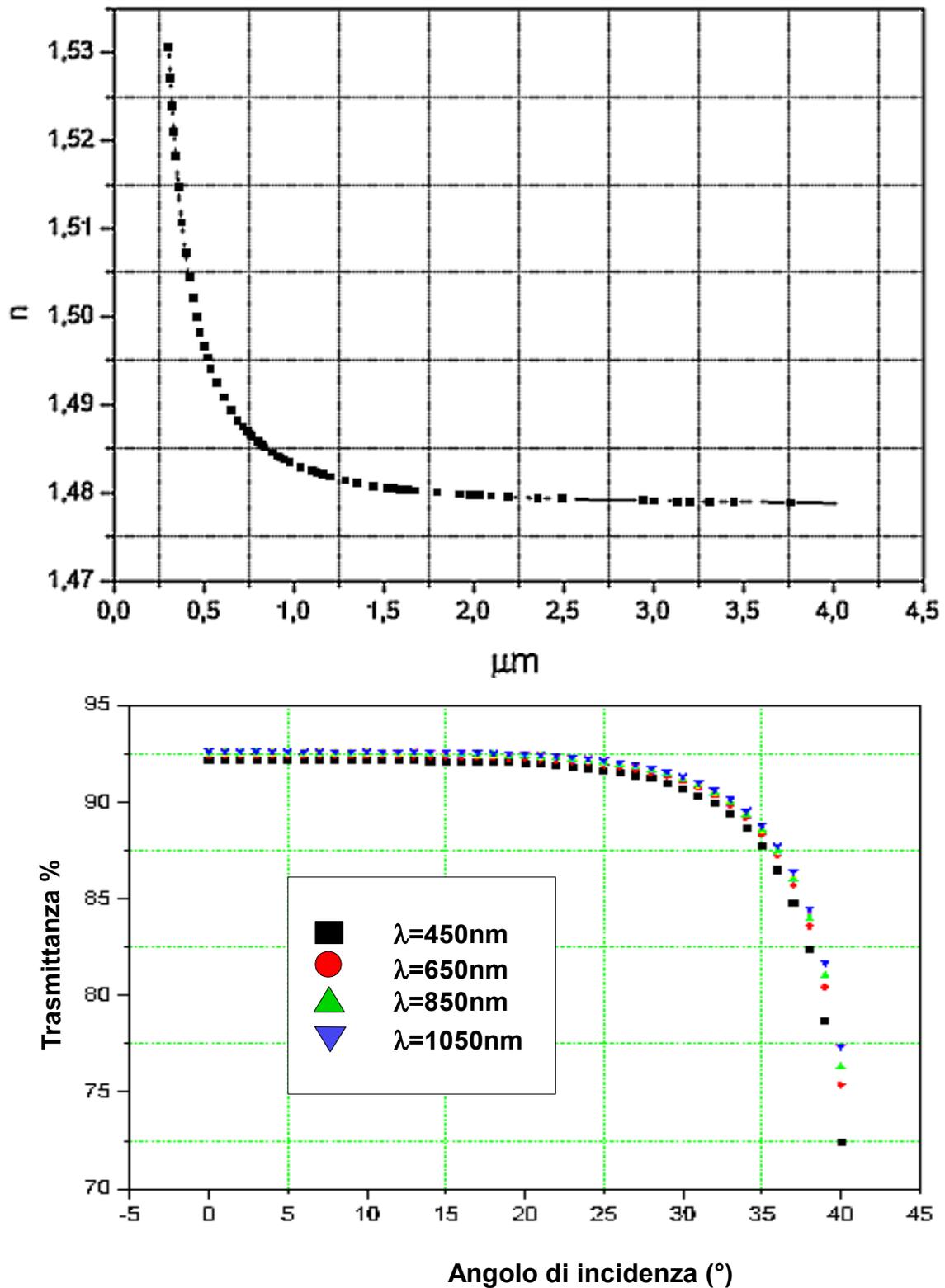


Figura 4.1: variazione dell'indice di rifrazione e della trasmittanza del pmma (dati Enea)

Il principio di funzionamento della lente prismatica è quello della sovrapposizione delle onde piane<sup>6</sup> unito alla legge di Snell; nei prismi che la costituiscono viene regolata l'inclinazione della superficie rifrangente al fine di deviare le onde piane incidenti su un piano ortogonale all'asse ottico della lente stessa (figura 4.2). La distanza tra il piano ortogonale (definito *piano focale*) dove viene direzionata la luce e la superficie della lente definisce la lunghezza focale dell'elemento. La lente prismatica può essere considerata a tutti gli effetti come una lente asferica<sup>7</sup> (priva di aberrazione sferica), in quanto ciascun prisma proietta la luce sullo stesso punto dell'asse ottico. La risoluzione dell'immagine prodotta dipende dalle dimensioni dei prismi; se ad esempio i prismi avessero sezione pari ad 1 cm<sup>2</sup> la risoluzione dell'immagine sarebbe pari a tale valore.

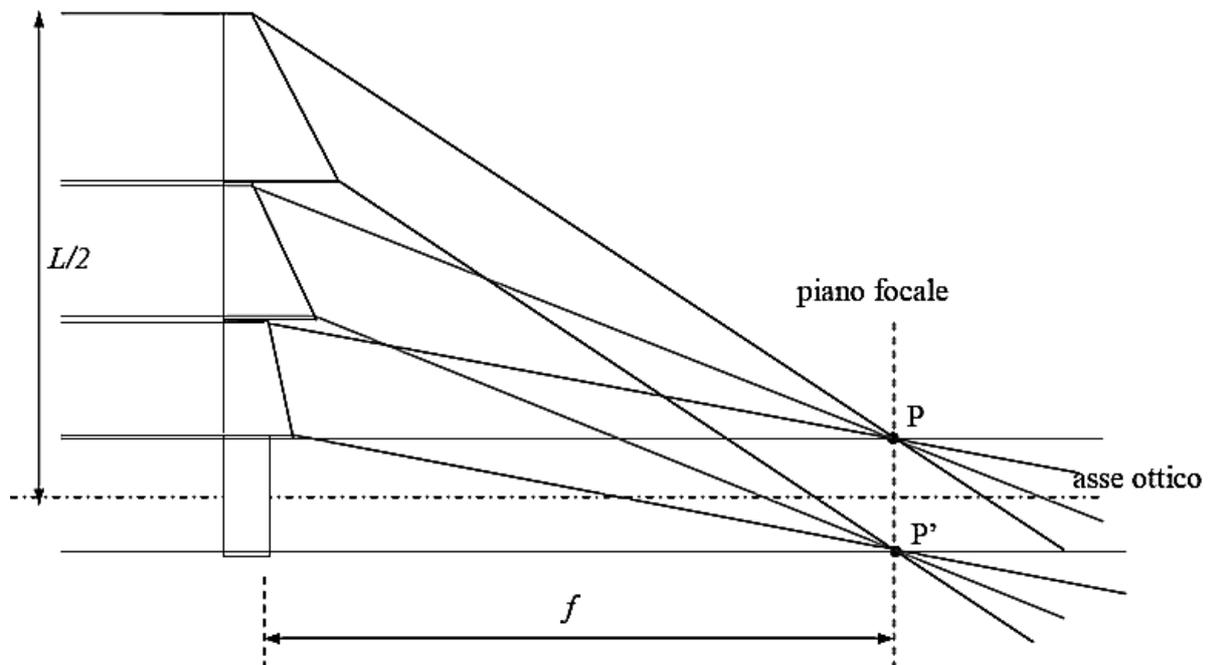


Figura 4.2: principio di funzionamento di una lente prismatica di lato  $L$  e lunghezza focale  $f$

La peculiarità della lente prismatica è quella di creare un'immagine con una distribuzione di flusso uniforme sul piano focale (diretta conseguenza del principio di sovrapposizione delle onde piane). Nel realizzare tale ottica si è reso necessario utilizzare prismi di sezione diversa, come prima accennato; nella parte centrale si hanno prismi con dimensione

6 La lente prismatica non concentra le onde piane incidenti sulla sua superficie di ingresso ma si limita a dirigerle sul piano focale. La concentrazione è ottenuta con un artificio, ovvero sommando tutti i contributi di ogni singolo prisma che compone la lente.

7 Per come è stata progettata, la lente prismatica non può essere affetta da aberrazione sferica in quanto, come detto, si limita a deviare i raggi incidenti e non a focalizzarli in un punto.

maggiore, mentre in quelle laterali sono stati usati prismi di dimensioni ridotte (figura 4.3). Questo è dovuto al fatto che nelle zone periferiche l'angolo di inclinazione delle basi dei prismi è molto maggiore rispetto quello nelle zone centrali: se la dimensione dei prismi fosse stata la medesima, la loro altezza sarebbe stata troppo variabile tra il centro e l'estremità della lente rendendo di maggiore difficoltà la realizzazione del processo di stampaggio per iniezione utilizzato nella sua fabbricazione.

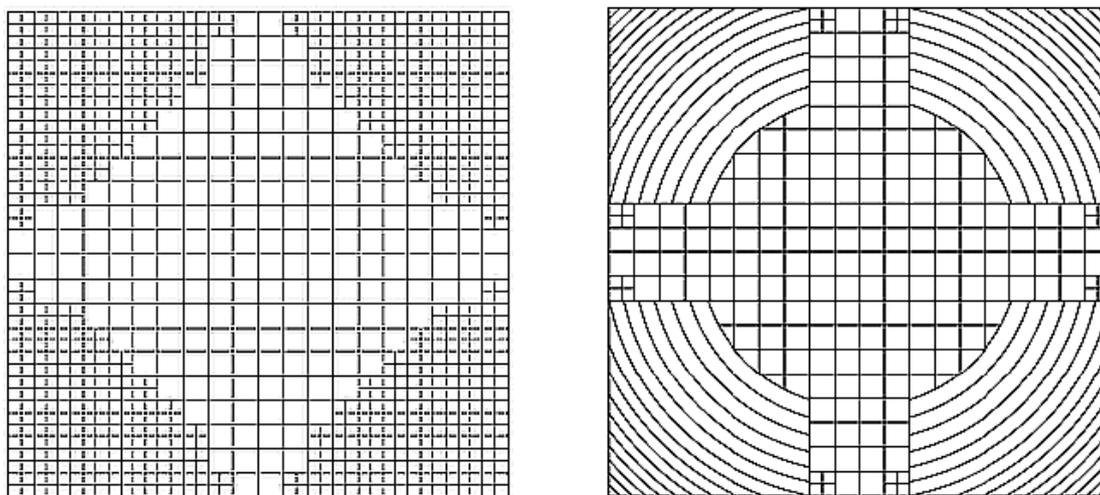


Figura 4.3: modelli rappresentanti la lente prismatica (sinistra) e ibrida (a destra)

Tali problematiche hanno portato a sviluppare una seconda lente da utilizzare nel Phocus. Questa nuova lente è stata chiamata lente *ibrida* (figura 4.3) in quanto costituente una fusione tra la lente prismatica e una *lente di Fresnel* asferica.

Le lenti di Fresnel (dal nome del fisico che le ideò nel 1827) sono ottenute frazionando una lente sferica di partenza in una serie di sezioni anulari concentriche, chiamate *anelli di Fresnel* (figura 4.4). Per ogni zona lo spessore della lente viene limitato, trasformando la curva continua in una serie di superfici con la stessa curvatura ma non continue. Furono ideate poiché in questo modo era possibile ottenere la costruzione di lenti di grande dimensione e piccola distanza focale senza lo spessore ed il peso del materiale necessario per costruire una lente sferica convenzionale di equivalente potere ottico.

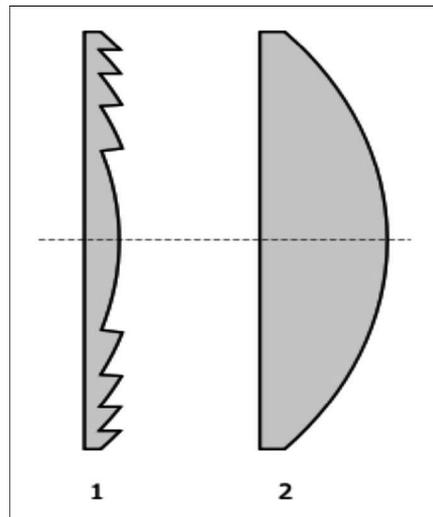


Figura 4.4: 1. sezione trasversale di una lente di Fresnel 2.sezione trasversale di una lente convenzionale di medesimo potere ottico

Le lenti di Fresnel, tuttavia, concentrano un flusso fortemente non uniforme e questo costituisce una grande limitazione per l'efficienza della cella fotovoltaica sulla quale si vuole direzionare la luce. Per questo scopo è stata sviluppata la lente ibrida; essa possiede una griglia centrale costituita da prismi e quattro zone (corrispondenti ai vertici estremi della lente, dove l'inclinazione dei prismi della lente prismatica era maggiore) modellati come una lente di Fresnel. L'obiettivo era quello di rendere più uniforme il flusso concentrato sulle celle rispetto una lente di Fresnel e contemporaneamente ridurre le problematiche sulla realizzazione della lente rispetto la lente prismatica.

La lente ibrida (realizzata anch'essa in PMMA) e la lente prismatica costituiscono un esempio di sistema a concentrazione di tipo imaging; di conseguenza il corretto funzionamento del sistema ottico che le utilizza è soggetto ad aberrazioni. In particolare per ridurre le perdite dovute al disallineamento degli elementi da cui è costituito, si è pensato di aggiungere un *elemento ottico secondario* (SOE, ovvero secondary optical element) al concentratore Phocus; tale elemento è un concentratore secondario *riflettivo* di tipo *non-imaging* posto tra lente ed uscita del concentratore con il duplice compito di ridurre gli errori di disallineamento del sistema e aumentare l'uniformità del flusso indicante sulla cella fotovoltaica. La forma del SOE scelta dall'Enea è stata quella di un tronco di piramide a basi quadrate, con la base più piccola (avente lato pari a 11,2 mm) adagiata sulla cella fotovoltaica (figura 4.6). Le pareti sono state scelte a singola inclinazione (ovvero sono

piane), pari a 63°.

Il SOE è costruito in materiale plastico (policarbonato) e sulle pareti interne è stata formata una superficie ad alta riflettività  $\rho$  ( $>95\%$ ) realizzata tramite la combinazione di due elementi, scelti in funzione del Qyield power<sup>8</sup> della cella fotovoltaica utilizzata.

Il primo è un film di materiale polimerico ad alta riflettività; la scelta è ricaduta sul *Radiant Mirror Film VM2002* prodotto dalla ditta 3M. La riflettività  $\rho$  del film polimerico (che da qui in poi chiameremo semplicemente film 3M) è stata misurata sperimentalmente dall'Enea, risultando praticamente pari al 100% nel range  $400 \leq \lambda \leq 1000$  nm; nel range  $\lambda > 1000$  nm, invece, il materiale polimerico è risultato praticamente trasparente (trasmissione  $\tau$  del 100%). Infine nel range  $200 < \lambda < 400$  nm il film 3M è risultato un buon assorbitore, con picchi di assorbimento  $\alpha$  fino al 70%.

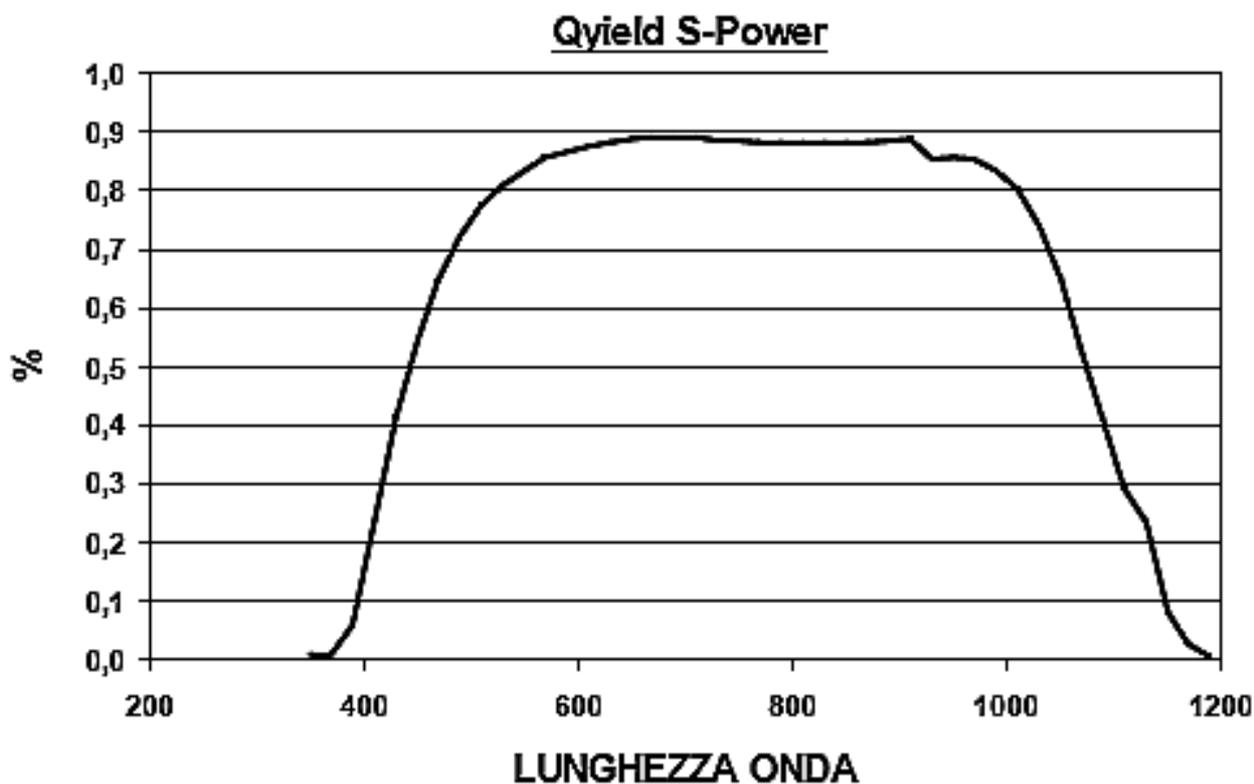
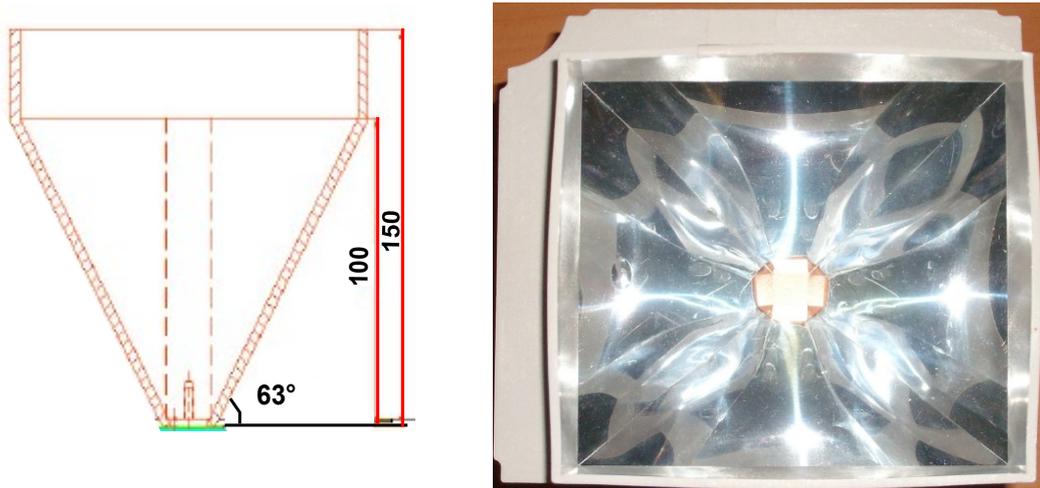


Figura 4.5: grafico del Qyield della cella SunPower utilizzata nel concentratore Phocus. Come si vede la cella produce energia se illuminata da radiazione di lunghezze d'onda comprese nel range  $380 \leq \lambda \leq 1200$  nm

<sup>8</sup> Il Qyield power indica l'efficienza quantica di un dispositivo fotovoltaico in funzione della lunghezza d'onda incidente.

L'alta riflettività nel range  $400 \leq \lambda \leq 1000$  nm era una proprietà cercata per la superficie riflettente del SOE; tuttavia l'alta assorbanza nel range ultravioletto era una caratteristica negativa, in quanto con il passare del tempo questo avrebbe comportato il danneggiamento del film 3M. Fortunatamente il PMMA con il quale erano costruite le lenti si comporta come una sorta di filtro anti-UV (nel range  $\lambda < 400$  è stato verificato che le lenti in PMMA trasmettono meno del 10% della potenza incidente) e quindi il film poteva essere utilizzato nel SOE.



*Figura 4.6:* immagini del SOE. A sinistra, vista laterale del modello elaborato dall'Enea (misure in mm). A destra, foto del concentratore secondario una volta realizzato.

Il secondo elemento utilizzato per formare la superficie interna del SOE è stato scelto al fine di incrementare l'efficienza nel range  $1000 \leq \lambda \leq 1200$  nm, in quanto anche le onde di questa lunghezza d'onda sono utilizzabili per produrre energia con le celle fotovoltaiche. La scelta è ricaduta su l'aggiunta di un substrato (spesso  $2 \mu\text{m}$ ) di alluminio, ottenuto con tecniche di evaporazione, al materiale polimerico. Il risultato ottenuto è riportato in figura 4.7.

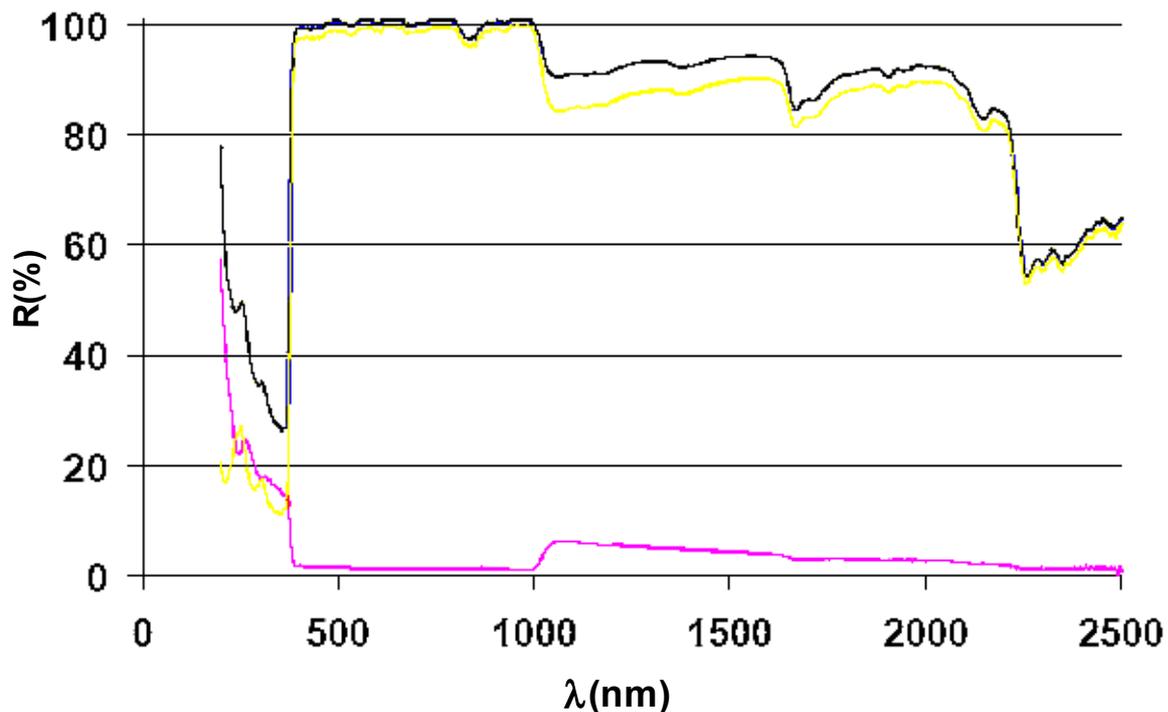


Figura 4.7: andamento della riflettività delle pareti interne del SOE rivestite dal film 3M incollato sopra alluminio (dati Enea). In blu è indicata la riflettività globale, in giallo la riflettività speculare e in violetto la riflettività diffusa.

## 4.2 Risultati delle simulazioni con Tracepro

Esponiamo ora i risultati ottenuti dalle simulazioni effettuate. In figura 4.9 sono riportate le curve ottenute con le simulazioni teoriche del metodo diretto e del metodo inverso applicati al concentratore Phocus utilizzando le lenti prismatiche e ibrida senza concentratore secondario.

Nelle simulazioni del metodo diretto sono stati usati 100.000 raggi incidenti sull'apertura del concentratore ed è stato posto un blocco assorbitore (con le medesime dimensioni della cella fotovoltaica usata nel Phocus) ad una distanza dalla superficie della lente pari a 23 cm (abbiamo verificato che a circa tale distanza si sarebbe poi trovata effettivamente la cella nelle prove sperimentali). Tale scelta risulta inoltre opportuna in quanto le due lenti (soprattutto l'ibrida) producono, su una cella posta a distanza pari alla loro lunghezza focale, un'immagine di dimensioni minori rispetto la cella stessa (figura 4.8). Analizzando poi la mappa dell'irradianza incidente sul blocco-cella fotovoltaica abbiamo estrapolato la curva dell'accettanza semplicemente considerando quanti dei raggi inizialmente incidenti giungessero effettivamente sul nostro obiettivo<sup>9</sup>.

<sup>9</sup> Questo è una dimostrazione della potenza del programma di simulazione utilizzato. Solo in questo caso, infatti,

Nelle simulazioni del metodo inverso, invece, la sorgente di luce (lambertiana su un profilo angolare di  $\pm 50^\circ$ ) è stata posizionata al posto del blocco-cella fotovoltaica con i raggi incidenti sulla lente dalla parte posteriore. Il numero di raggi utilizzato è stato superiore, variando fino a 2.000.000 (a seconda della durata dei tempi di elaborazione del programma). Tale incremento del numero di raggi si è reso necessario per ottenere un'immagine dal profilo sufficientemente uniforme<sup>10</sup> (come è possibile vedere la curva è frastagliata, in particolare quella relativa alla lente ibrida dove sono stati usati “solo” un milione di raggi). Le curve dell'efficienza di trasmissione in questo caso sono state ottenute analizzando la mappa dell'irradianza in modo diverso, in quanto per ottenerle sono stati seguiti gli stessi passaggi per ricavare la curva di radianza relativa descritti nel metodo inverso sperimentale (l'unica distinzione è stata la non necessità di utilizzare dot neri per ricavare il rapporto mm/pixel).

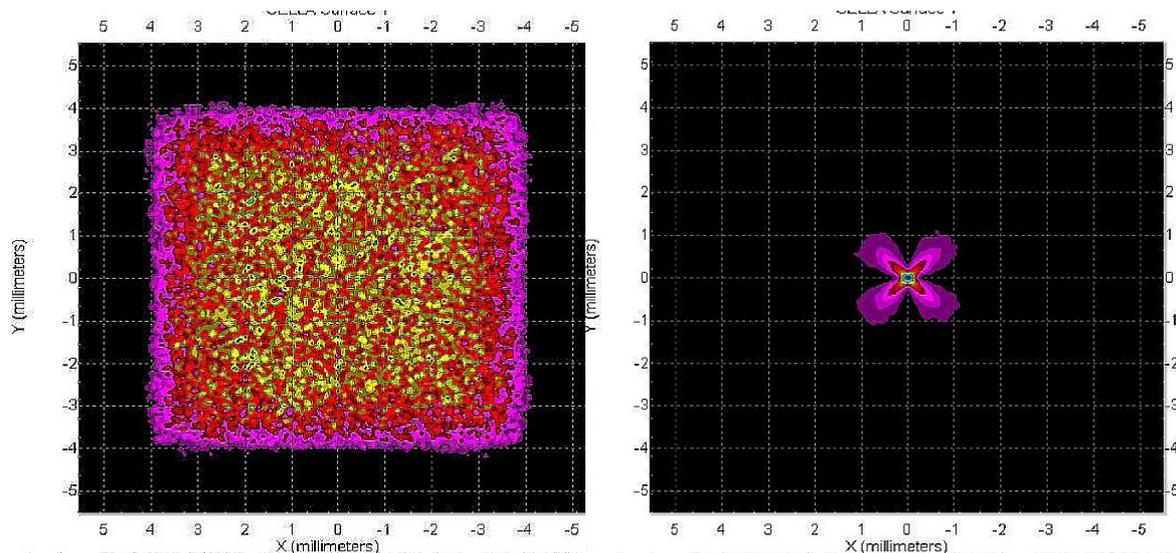


Figura 4.8: immagine prodotte sulla cella fotovoltaica (con metodo diretto), posta sul piano focale, delle lenti prismatica (a sinistra) e ibrida (a destra). I raggi sono stati presi paralleli all'asse ottico.

Se osserviamo il grafico in figura 4.9, la prima cosa che notiamo è che la curva di accettazione corrisponde ad una tipica curva di un concentratore imaging, in quanto varia con continuità da un massimo ad un minimo, contrariamente ad un concentratore non-imaging (ricordiamo la curva dell'efficienza di un CPC 2D, vista al capitolo 2). Inoltre risulta chiaro che le curve

---

possiamo sapere il **numero esatto** di raggi incidenti che vengono rifratti in direzione della cella fotovoltaica.

<sup>10</sup> Questo dipende dalla necessità che la sorgente lambertiana usata nel metodo inverso abbia un determinato profilo angolare. Il programma, infatti, dirigerà casualmente il numero di raggi in un determinato angolo solido e quindi aumentando l'angolo di lambertianità richiesta l'intensità di radiazione diminuirà mantenendo fisso il numero di raggi. Per avere intensità sufficientemente grandi da permettere di definire un profilo uniforme, quindi, saranno necessari molti più raggi rispetto al metodo diretto.

ottenute con i due metodi non coincidono perfettamente: il metodo diretto fornisce curve più "strette" rispetto al metodo inverso, e gli angoli di accettazione del metodo diretto risulteranno quindi più piccoli. I profili appartenenti alla stessa lente, però, sono comunque simili e ci aspettiamo quindi che la differenza trovata dipenda dalla risoluzione di misura.

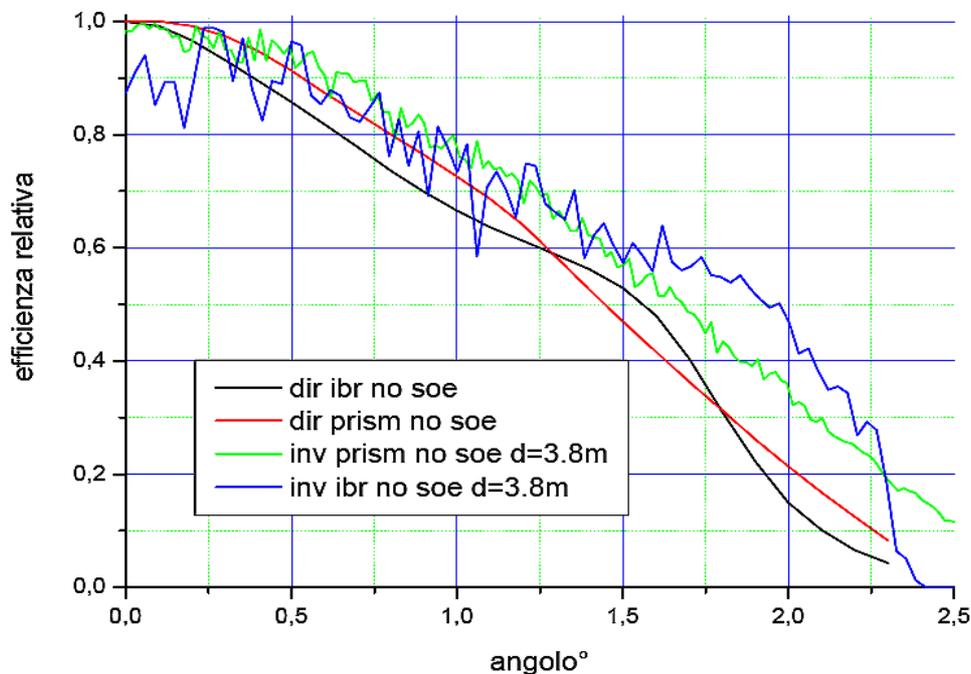


Figura 4.9: grafico dell'efficienza relativa ottenuta con le simulazioni sul Phocus senza secondario (SOE)

In effetti questo è conseguenza della richiesta sulle distanze dello schermo necessaria a rendere pienamente valido il metodo inverso. Le simulazioni riportate sono state ottenute ponendo lo schermo a 3,8 m di distanza dal concentratore (distanza precedentemente utilizzata nelle prove sperimentali); essendo le lenti del Phocus di 15,6 cm di lato, ciò significa che la risoluzione angolare dell'immagine, pari all'arcotangente del rapporto  $a_i/d$ , è pari a:

$$\arctan\left(\frac{a_i}{(d=3.8\text{m})}\right) \approx 1.6^\circ$$

dove  $a_i$  in questo caso è la *semidiagonale* della lente. Poiché dalle simulazioni del metodo diretto (che non hanno condizioni particolari sulla validità del metodo) risulta che l'angolo di accettazione al 50% delle lenti è poco superiore ad  $1^\circ$ , questo significa che alla distanza scelta il metodo inverso non ha la risoluzione richiesta e quindi fornisce dei profili più allargati. Tuttavia come è possibile vedere in tabella 4.1 alla fine di questo paragrafo, i

risultati per gli angoli di accettazione non differiscono di molto (pochi decimi di grado al massimo) e quindi il metodo inverso fornisce dei risultati accettabili. Per ottenere risultati più soddisfacenti basterebbe effettuare simulazioni aumentando la distanza schermo-concentratore a valori dell'ordine delle decine di metri.

Le simulazioni sul concentratore dotato di secondario sono state effettuate invece con il solo metodo inverso (a causa dell'elevato numero di simulazioni necessarie con il metodo diretto). In questo caso il profilo lambertiano della sorgente posta dietro il concentratore è stato aumentato a  $\pm 90^\circ$  e lo schermo è stato mantenuto alla distanza di 3.8m<sup>11</sup>. È ben visibile l'effetto provocato dalla presenza del SOE, in quanto le curve di accettazione si allargano, aumentando i valori degli angoli di accettazione ricercati (figura 4.10).

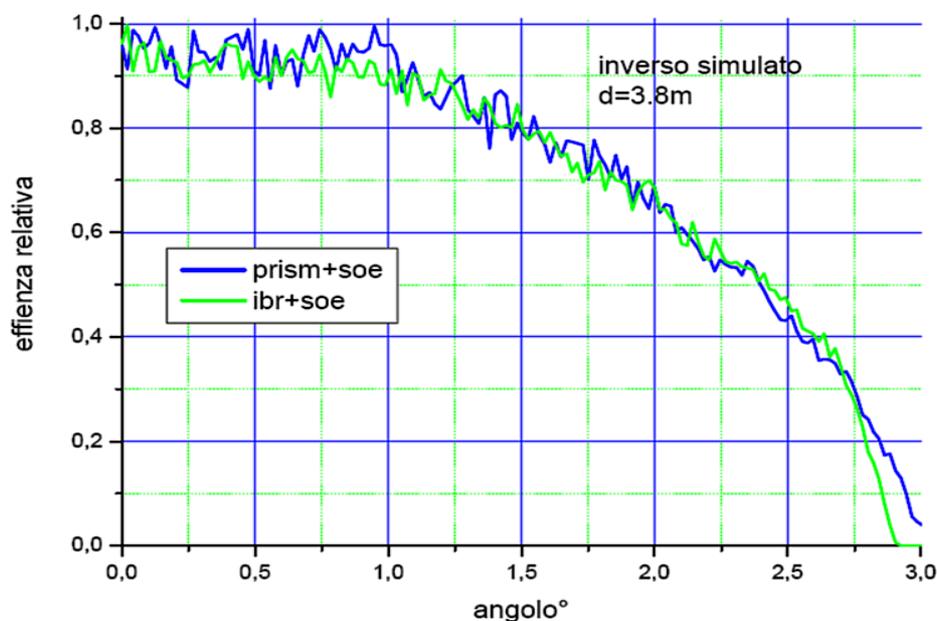


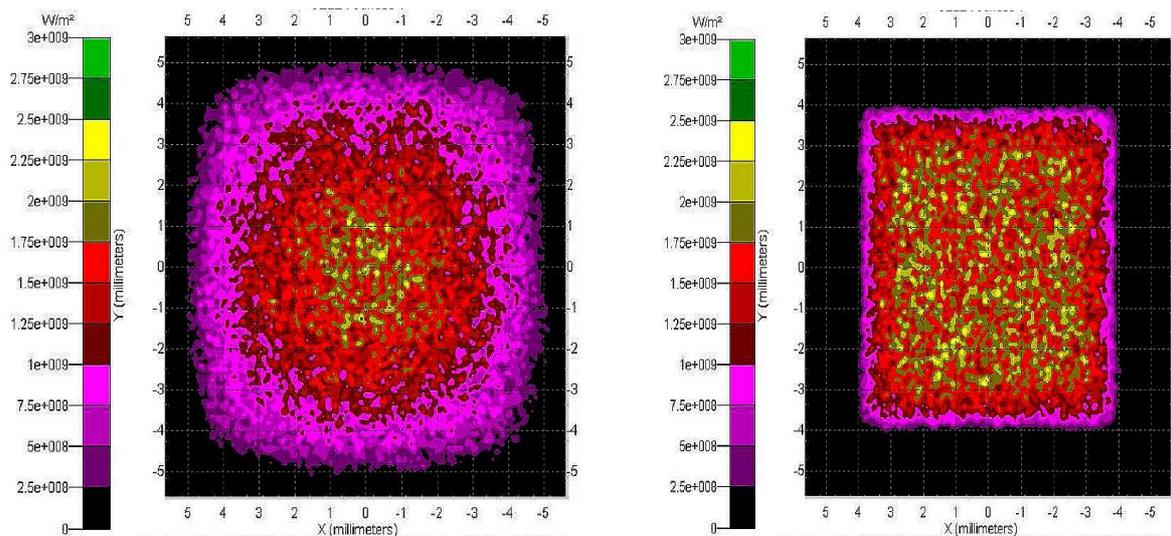
Figura 4.10: efficienze relative ottenute con il metodo inverso con le due lenti e l'aggiunta del concentratore secondario

Notiamo in particolare che il concentratore secondario tende ad uniformare le due lenti; prima le efficienze di trasmissione ottenute avevano un andamento diverso tra le due lenti, mentre ora le curve sono molto simili se non praticamente coincidenti. Sarà quindi interessante verificare se le prove sperimentali mostreranno questo medesimo effetto.

Un'ulteriore analisi effettuata, infine, è stata suggerita dal carattere rifrattivo del concentratore; a causa del suo principio di funzionamento, il Phocus è soggetto ad

<sup>11</sup> Potevamo anche decidere di aumentare la distanza, tuttavia per mantenere un confronto con le simulazioni precedenti abbiamo deciso di non modificare tale parametro. Inoltre, essendo gli angoli di accettazione del Phocus dotato di secondario maggiori di quelli in assenza di quest'ultimo, la risoluzione richiesta era minore.

aberrazione cromatica. Per verificare cosa comportava questo dettaglio, abbiamo eseguito due semplici simulazioni (limitandoci alla sola lente prismatica) con il metodo diretto, inviando raggi di diversa lunghezza d'onda (nel blu,  $\lambda = 450$  nm, e nel rosso,  $\lambda = 650$  nm) e osservando la differente immagine incidente sulla cella fotovoltaica (posta a 23 cm, come nelle prove sperimentali). I risultati sono visibili in figura 4.11. Notiamo come, essendo leggermente dietro il piano focale, i raggi di lunghezze d'onda più corta vengono rifratti all'esterno della cella, mentre le lunghezze d'onda maggiori vengono direzionate al centro.



*Figura 4.11:* immagini su cella ottenute illuminando le lente prismatica con due lunghezze d'onda diverse: a sinistra,  $\lambda = 450$  nm, a destra  $\lambda = 650$  nm

Seguendo la distribuzione dell'irradianza sulla superficie della cella (la cui intensità è indicata dalle barre a colori a fianco dell'immagine, nero indica il minimo e verde il massimo) vediamo che l'immagine ottenuta alla lunghezza d'onda maggiore è più definita e uniforme; al contrario l'immagine prodotta con  $\lambda = 450$  nm è meno definita e presenta bordi più ondulati con delle code (l'irradianza cala meno bruscamente). Questa differenza ci ha fatto supporre che il comportamento del sistema ottico in esame possa avere differenze non trascurabili per lunghezze d'onda incidenti diverse; di conseguenza sono state eseguite delle misure sperimentali con dei filtri colorati i cui risultati saranno esposti al prossimo paragrafo.

Nella tabella 4.1 sono riportati i valori ottenuti tramite le simulazioni per gli angoli di accettazione.

ANGOLI DI ACCETTANZA OTTENUTI CON SIMULAZIONI		PRISMATICA		IBRIDA	
		50%	90%	50%	90%
METODO DIRETTO	NO SOE	1,4°	0,5°	1,5°	0,4°
	CON SOE	-	-	-	-
METODO INVERSO	NO SOE	1,7°	0,6°	1,9°	0,5°
	CON SOE	2,4°	1,1°	2,4°	1,1°

Tabella 4.1 valori degli angoli di accettazione ottenuti dalle simulazioni con Tracepro.

### 4.3 Risultati del metodo diretto sperimentale

Esponiamo ora i risultati ottenuti con il metodo diretto collimato sperimentale. Innanzi tutto in figura 4.12. sono riportate le efficienze relative alla lente prismatica senza secondario ottenute con il metodo diretto simulato e i metodi diretti sperimentali ottenuti utilizzando come sensori una cella fotovoltaica (SunPower, la stessa per cui è stato progettato il Phocus) e una sfera integratrice munita di fotodiode.

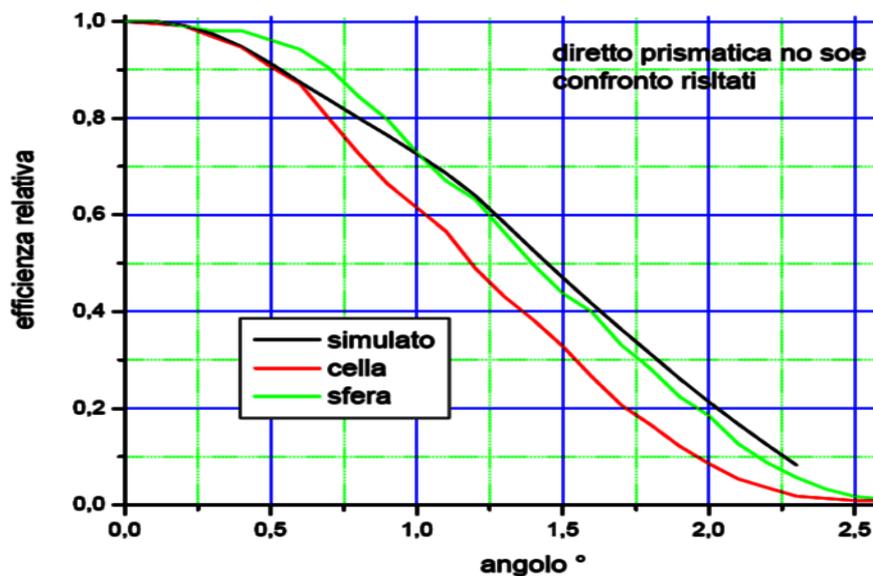


Figura 4.12: confronto diretto simulato e sperimentale lente prismatica su Phocus senza soe

Come vediamo la curva ottenuta utilizzando come sensore la combinazione sfera+fotodiode approssima in maniera significativa la curva ottenuta con la simulazione. Il risultato era quello che ci si augurava, in quanto la sfera integratrice raccoglie praticamente tutto il flusso di radiazione in uscita dal concentratore e lo convoglia sul fotodiode posto alla sua apertura

di uscita. In questo modo l'analisi con la sfera integratrice risente meno di eventuali errori di disallineamento del sistema, avvicinandosi quindi il più possibile alle simulazioni teoriche dove tale problema non esiste. Le efficienze relative ottenute utilizzando la sola cella solare, invece, hanno un andamento diverso; la curva approssima quella simulata solo inizialmente, cominciando poi a diminuire più rapidamente rispetto alle altre due curve. Le spiegazioni possono essere molteplici; come prima spiegazione va detto che la cella fotovoltaica non raccoglie il flusso incidente su di essa con efficienza paragonabile alla sfera e ad inclinazioni più grandi dei raggi incidenti una parte non trascurabile del flusso in uscita dal concentratore viene perso. Questo comporta inoltre una maggiore sensibilità ad errori di allineamento del sistema commessi da parte nostra e la conseguente riduzione dell'efficienza di trasmissione relativa misurata. Inoltre la cella, pur essendo texturizzata, riflette in parte la radiazione incidente; questo effetto era ridotto con la sfera integratrice, in quanto tale strumento riduceva le perdite dovute anche a questo fattore.

Il valore degli angoli accettazione da prendere come riferimento sono quelli ricavati dalle misure con la sola cella fotovoltaica in quanto nel concentratore Phocus non verrà posta una sfera integratrice tra cella e concentratore durante il suo utilizzo vero e proprio. Le misure con la sfera restano comunque utili per avere un termine di paragone tra simulazioni e misure sperimentali ed indicare quanto è possibile migliorare con opportuni accorgimenti l'efficienza del sistema.

In figura 4.13 è riportata l'efficienza relativa misurata con il metodo diretto con sfera e cella sulla lente ibrida (anche qui senza utilizzare il secondario); anche in questo caso possiamo notare come l'efficienza misurata con la sfera diminuisca più lentamente rispetto a quella misurata con la cella. Se confrontiamo ora le due lenti tra loro vediamo che i valori degli angoli di accettazione considerati risultano simili; tuttavia se consideriamo l'andamento delle curve (sia ottenute con la sfera che con la cella) notiamo un comportamento diverso. Questo comportamento era stato predetto in effetti dalle simulazioni teoriche: gli angoli di accettazione riportati in tabella 4.1 sono sostanzialmente gli stessi per le due lenti, a cambiare è l'andamento delle loro efficienze relative.

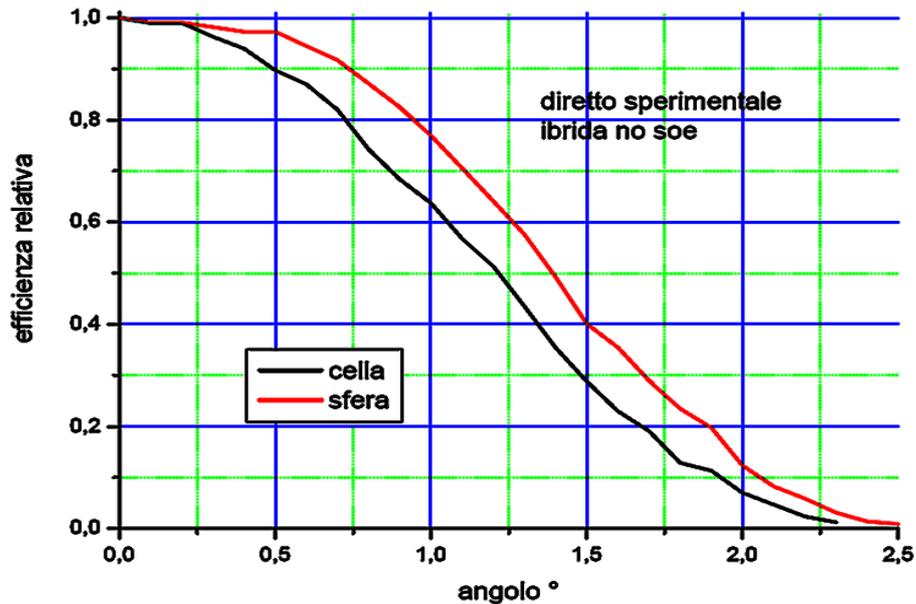


Figura 4.13: confronto diretto sperimentale con lente ibrida su Phocus senza soe

L'efficienza della lente prismatica in figura 4.12 sembra diminuire in modo quasi lineare e tendere a zero con gradualità, mentre nella lente ibrida rimane quasi costante per piccoli valori dell'angoli di incidenza per poi diminuire molto più rapidamente. La lente prismatica sembra quindi risentire in maniera maggiore degli errori di allineamento del sistema in quanto la sua efficienza di trasmissione inizia a diminuire già a piccoli inclinazioni dei raggi; la lente ibrida invece ha un'efficienza di trasmissione più costante, almeno a piccoli angoli, e quindi risentirà meno di piccoli errori di disallineamento.

In figura 4.14 sono riportati i risultati sperimentali ottenuti con il metodo diretto aggiungendo il concentratore secondario al Phocus. Notiamo ora che le efficienze di trasmissione del sistema formato da lente prismatica+secondario e lente ibrida+secondario hanno andamenti molto simili; in particolare le efficienze relative dei due sistemi considerati misurati con la cella fotovoltaica praticamente coincidono (linee nera e verde). Anche questo effetto era stato visto dalle simulazioni effettuate con il metodo inverso; il fatto che sia stato verificato anche con il metodo diretto sperimentale è a sostegno, quindi, dell'equivalente validità dei due metodi di caratterizzazione.

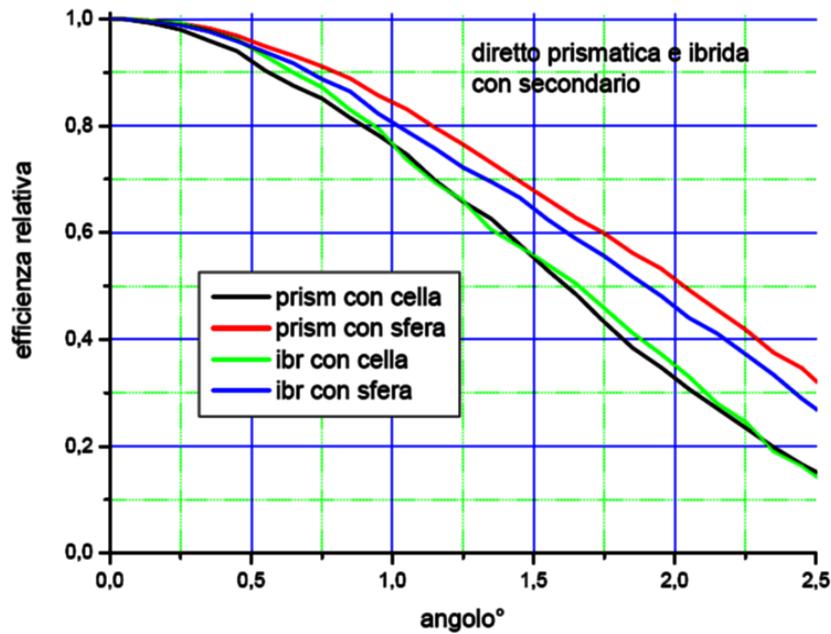


Figura 4.14: efficienze relative sperimentali ottenute con metodo diretto aggiungendo il concentratore secondario al modulo Phocus

L'effetto del secondario si nota soprattutto per l'aumento dell'efficienza relativa per valori più grandi dell'angolo di inclinazione dei raggi (si noti l'aumento dell'angolo di accettazione al 50%). A piccole inclinazioni, invece, l'effetto del secondario è quasi trascurabile (gli angoli di accettazione al 90% non cambiano sostanzialmente).

In tabella 4.2 sono riportati i risultati ottenuti con il metodo diretto collimato sperimentale; l'errore è stato calcolato tramite il metodo di propagazione<sup>12</sup> e risulta essere pari ad una incertezza di  $\pm 0,09^\circ$  sugli angoli riportati .

ANGOLI ACCETTANZA OTTENUTI CON MDC		PRISMATICA		IBRIDA	
		No soe	Con soe	No soe	Con soe
Cella fotovoltaica	50%	1,3	1,6	1,2	1,6
	90%	0,5	0,6	0,5	0,6
Sfera + fotodiode	50%	1,4	2	1,4	2
	90%	0,7	0,7	0,7	0,8

Tabella 4.2 riassunto dei risultati ottenuti per gli angoli di accettazione al 50% e al 90% con il metodo diretto collimato.

<sup>12</sup> Tale metodo è stato utilizzato in tutte le misure sperimentali effettuate. Gli errori da considerare nel metodo diretto sono essenzialmente dovuti ad errori di allineamento e quindi discendono dalle sensibilità delle strumentazioni usate per verificarlo. Un altro fattore di errore è dovuto strumenti di lettura in uscita dai sensori, ma data l'ottima sensibilità dei dispositivi a disposizione risulta essere un contributo agli errori decisamente inferiore. Nel calcolo sono stati considerati ovviamente entrambi i fattori.

### 4.3.1 Prove con filtri colorati

Questo paragrafo è stato dedicato ad alcune misure sperimentali effettuate sulle lente prismatiche con e senza secondario ponendo dei filtri colorati tra l'uscita del concentratore e la cella fotovoltaica. Lo scopo non era quello di determinare gli angoli di accettazione, quanto verificare il comportamento del Phocus a diverse lunghezze d'onda incidenti.

I filtri colorati utilizzati erano costituiti da alcuni fogli di materiale plastico colorato trasparenti con la proprietà quindi di trasmettere radiazione solo della lunghezza d'onda corrispondente al colore del foglio stesso. Per lo scopo che ci eravamo prefissi, infatti, non era richiesta la determinazione con precisione dell'energia dell'onda trasmessa; bastava che le due lunghezze d'onda fossero chiaramente differenti (nel senso che non dovevamo usare, ad esempio, un filtro rosso chiaro e uno rosso scuro). È bastato utilizzare, quindi, un foglio di colore blu e uno di colore rosso; le curve da qui in seguito verranno chiamate in base al colore del filtro utilizzato specificando la presenza o meno del secondario.

I risultati ottenuti con il metodo diretto sperimentale sono riportati in figura 4.15.

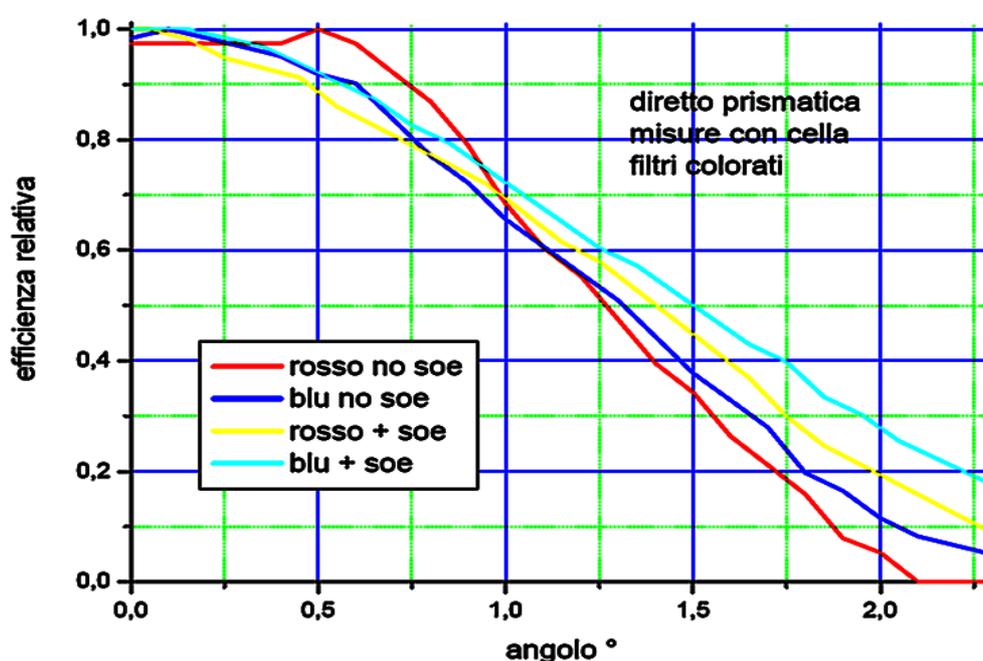


Figura 4.15: efficienza relative ottenute utilizzando come sensore la cella fotovoltaica e utilizzando i filtri colorati su lente prismatiche e lente prismatiche con secondario

Consideriamo inizialmente le curve relative al rosso e al blu in assenza di secondario: le due curve hanno una forma molto diversa. Il rosso, che dalle simulazioni abbiamo visto essere rifratto al centro della cella fotovoltaica, ha un'efficienza di trasmissione che rimane costante a piccoli angoli e poi inizia a diminuire bruscamente. Il blu, invece, diminuisce in maniera graduale fin da subito. Notiamo quindi un aspetto di grande importanza: la lente prismatica, se consideriamo lunghezze d'onda incidenti nella banda del rosso, ha un'efficienza relativa il cui andamento ricorda la lente ibrida. Al contrario nel blu il comportamento rispecchia l'andamento ricavato senza l'utilizzo dei filtri. Possiamo quindi supporre che *la differenza tra le due lenti nel Phocus sia dovuta al modo diverso in cui le lenti rifraggono la luce e in particolare lunghezze d'onda diverse.*

L'aggiunta del secondario al sistema, vediamo, tende ad aumentare l'efficienza di trasmissione ad angoli più grandi in entrambe le lunghezze d'onda mentre lascia anche qui quasi inalterati i valori ad angoli più piccoli; questo è plausibile, in quanto il secondario è un concentratore riflettivo e quindi non soggetto ad aberrazione cromatica. L'effetto del SOE è ben visibile in particolare nel rosso, però, dove la curva dell'efficienza assume una forma più appiattita, diminuendo in maniera più graduale e assumendo un andamento ora più somigliante al blu.

Se consideriamo i valori degli angoli di accettazione al 50%, possiamo riscontrare che il loro incremento sembrerebbe essere maggiore nel blu rispetto che nel rosso; ciò significherebbe che il flusso, altrimenti perso, recuperato dal concentratore secondario riguarda soprattutto le lunghezze d'onda più corte, in quanto sono i raggi di questa banda ad essere rifratti dalla lente sui punti più esterni della cella. Questo è un buon risultato in quanto avvalorava, ricordando le analisi sulla riflettività effettuate dall'Enea e accennate in precedenza, la scelta del film polimerico della 3M come elemento per formare la superficie interna del SOE.

#### **4.4 Risultati Metodo inverso sperimentale**

Esponiamo infine i risultati ottenuti con il metodo secondario. Tale metodo è stato applicato sperimentalmente solo al concentratore Phocus dotato di secondario con lente ibrida e prismatica per avere un confronto con le simulazioni effettuate. Le prove senza secondario non sono state realizzate poiché, pur ritenendo i risultati delle simulazioni ottenuti in questa configurazione accettabili, la messa in pratica sperimentale di tale apparato avrebbe introdotto errori che facilmente avrebbero influito sui risultati. La caratterizzazione ottica del Phocus dotato di secondario, invece, è stata considerata più sicura in particolare per il riscontrato aumento degli angoli di accettazione del sistema ottico misurati in precedenza con il metodo diretto sperimentale.

Come accennato precedentemente, il metodo inverso è stato effettuato, almeno inizialmente, ponendo lo schermo (dove veniva proiettata l'immagine prodotta dal concentratore) a 3,8m di distanza dall'apertura di uscita del Phocus. I risultati ottenuti sono stati considerati buoni, in particolare considerando la risoluzione dell'immagine disponibile a tale distanza. Tuttavia, per dimostrare l'effettiva validità del metodo, si è scelto di effettuare delle ulteriori misurazioni ponendo lo schermo più lontano dal concentratore. Data la scarsità di spazio disponibile in laboratorio, l'aumento della distanza schermo-concentratore è stato ottenuto aggiungendo un secondo specchio piano tra questi allo schema visualizzato in figura 3.20 nel precedente capitolo e modificando la configurazione come rappresentato in figura 4.16. In questo modo abbiamo quasi raddoppiato la distanza risultata in questo caso, misurata con metro e misuratore ad ultrasuoni, pari a circa 7,5m. Notiamo quindi che in questo modo la risoluzione dell'immagine ottenuta sarà:

$$\arctan\left(\frac{a_i}{(d=7,5\text{ m})}\right) \approx 0,8^\circ$$

pari a circa la metà dell'angolo di accettazione al 50% che dalle misure con il metodo diretto risulta essere intorno 1,5°-1,6° (nei sistemi con secondario). Ci si aspetta, in questo modo, che le curve dell'efficienza relativa diventino più strette rispetto a quella a 3,8m.

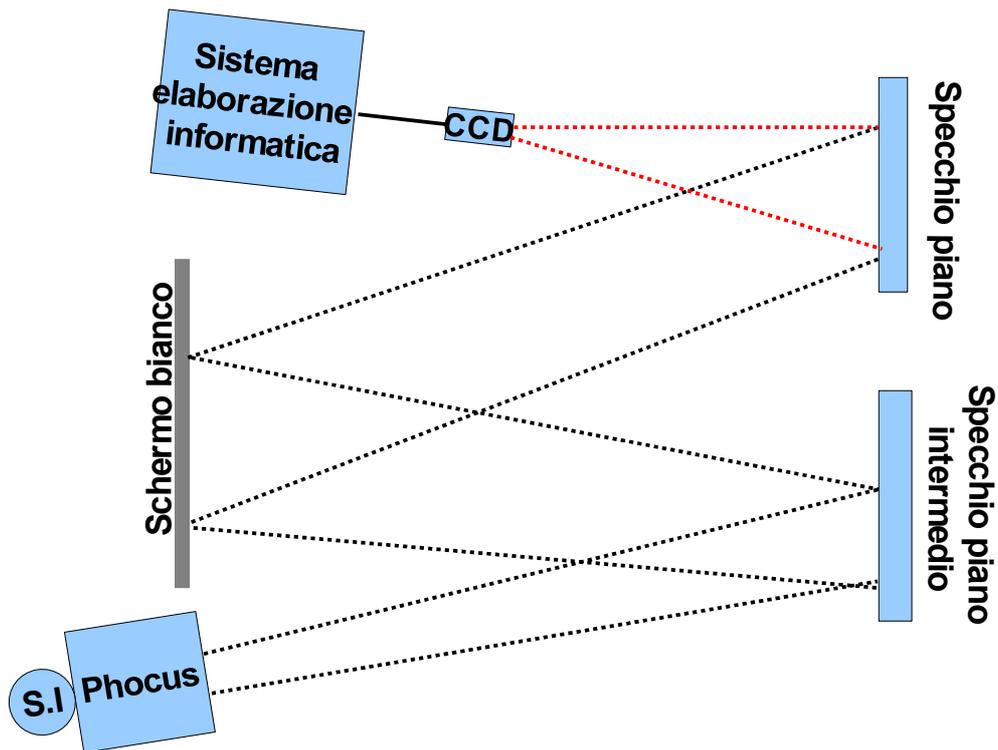


Figura 4.16: configurazione usata per aumentare la distanza tra schermo e concentratore nel metodo inverso.

Vediamo ora in figura 4.17 le curve dell'efficienza relativa ottenute con il metodo inverso (schermo a 3,8m) applicato al Phocus con secondario su lenti prismatiche. Il termine profilo indica che per ricavarle dalle elaborazioni informatiche sono state considerate una striscia verticale e una orizzontale nella matrice di dati ottenuta analizzando con il software HiPic la foto scattata con la CCD. La distribuzione angolare è stata ricavata dopo aver determinato il rapporto mm/pixel come accennato al capitolo 3. La necessità di considerare delle strisce di dati e non l'immagine intera è conseguenza del fatto che l'immagine prodotta con il metodo inverso non è quadrata e uniforme, ma circolare. È quindi necessario considerare due strisce, una orizzontale e una verticale, passanti per il centro dell'immagine per ricavare l'efficienza relativa, considerando il resto dell'immagine prodotta come una combinazione lineare dei due profili.

In figura 4.17 vediamo che i due profili sostanzialmente coincidono; l'unica vera differenza è costituita da un andamento meno regolare a piccoli angoli del profilo orizzontale, riscontrata poi anche nelle misurazioni con la lente ibrida. Abbiamo poi verificato che questo è dovuto ad alcune ondulazioni presenti sullo schermo bianco utilizzato che hanno

inferito sulla qualità dell'immagine in senso orizzontale.

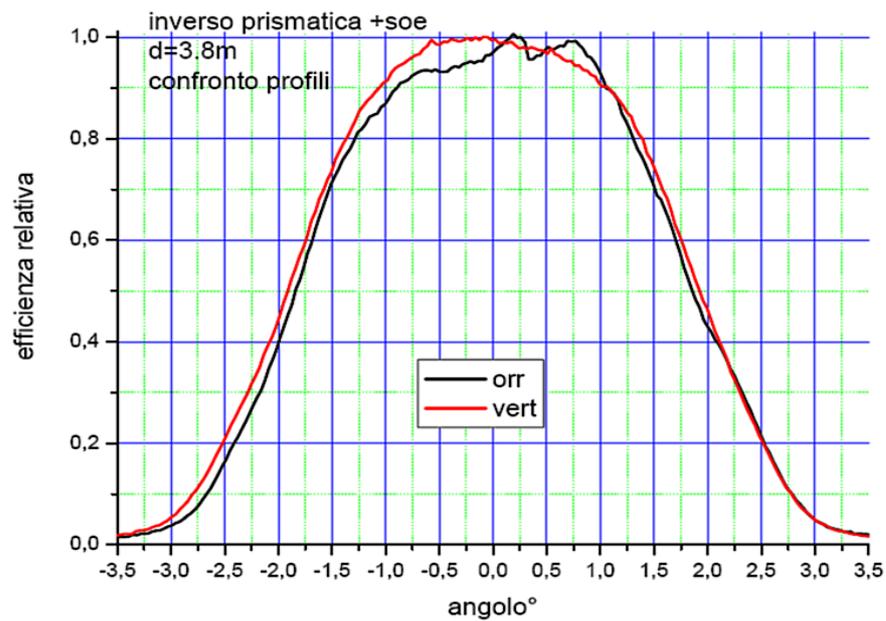


Figura 4.17: efficienza relativa ottenuta con metodo inverso su Phocus dotato di lente prismatica con secondario. Confronto tra il profilo verticale e orrizzontale ottenuti

I dati ottenuti indicano, ancora una volta, come il concentratore Phocus sia di tipo imaging nonostante l'aggiunta del secondario (che ricordiamo essere NIO), come è possibile vedere la curva dell'efficienza relativa corrispondente. Questo è visibile anche osservando i risultati ottenuti con lente ibrida in figura 4.18.

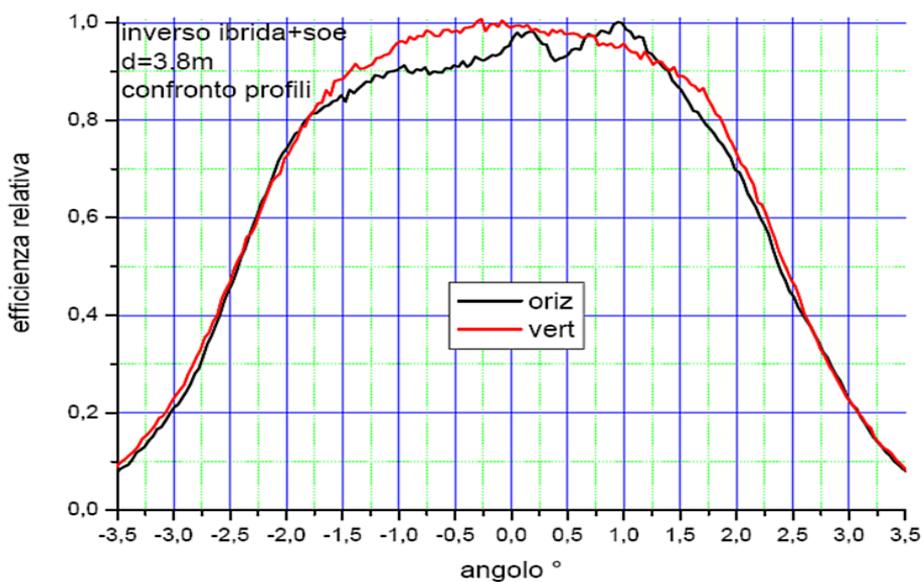


Figura 4.18: efficienza relativa ottenuta con metodo inverso su Phocus dotato di lente ibrida con secondario. Confronto tra il profilo verticale e orrizzontale

I profili ottenuti sono stati considerati buoni, come detto, anche se poco risolti angularmente; i valori per gli angoli di accettazione ottenuti in questo caso saranno quindi leggermente superiori a quelli effettivi. Nonostante questo, però, il metodo inverso ha confermato una sostanziale equivalenza tra le due lenti montate sul concentratore dotato di secondario. Tuttavia prima di confermare questa ipotesi è opportuno verificare i risultati ottenuti con il metodo inverso alla distanza di 7,5 m tra schermo e concentratore. In figura 4.19 sono riportati i profili verticali ottenuti per la lente ibrida e quella prismatica con secondario nella configurazione mostrata in figura 4.19, mentre in figura 4.20 è riportato un confronto tra le misura a 7,5 m e il metodo diretto sperimentale effettuato utilizzando come sensore la cella fotovoltaica.

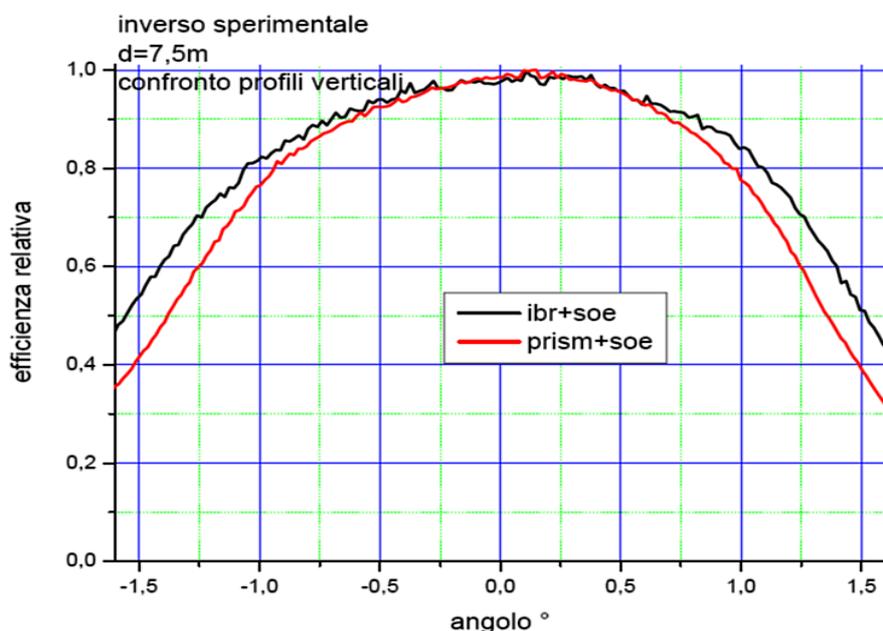


Figura 4.19: profili verticali ottenuti con metodo inverso a 7,5m sulle configurazioni indicate

I profili riportati sono solo quelli verticali poiché lo specchio piano intermedio non era sufficientemente grande per riflettere per intero il profilo orizzontale in uscita dal Phocus. Si noti, inoltre, che l'aumento della distanza ha comportato un ingrandimento tale dell'immagine proiettata sullo schermo che con la CCD non siamo comunque riusciti a fotografare per intero il profilo verticale. Per fortuna l'immagine che siamo riusciti a scattare ha permesso di ricavare l'efficienza relativa almeno fino al 50%, permettendoci quindi di determinare tutti gli angoli di accettazione.

Il grafico in figura 4.20 è comunque di sicuro il più rilevante. Notiamo ora, infatti, come la migliore risoluzione angolare abbia ristretto le curve dell'efficienza ottenute con il metodo inverso; i risultati ora sono molto simili, sicuramente in maniera maggiore rispetto alle misure effettuate a 3,8m.

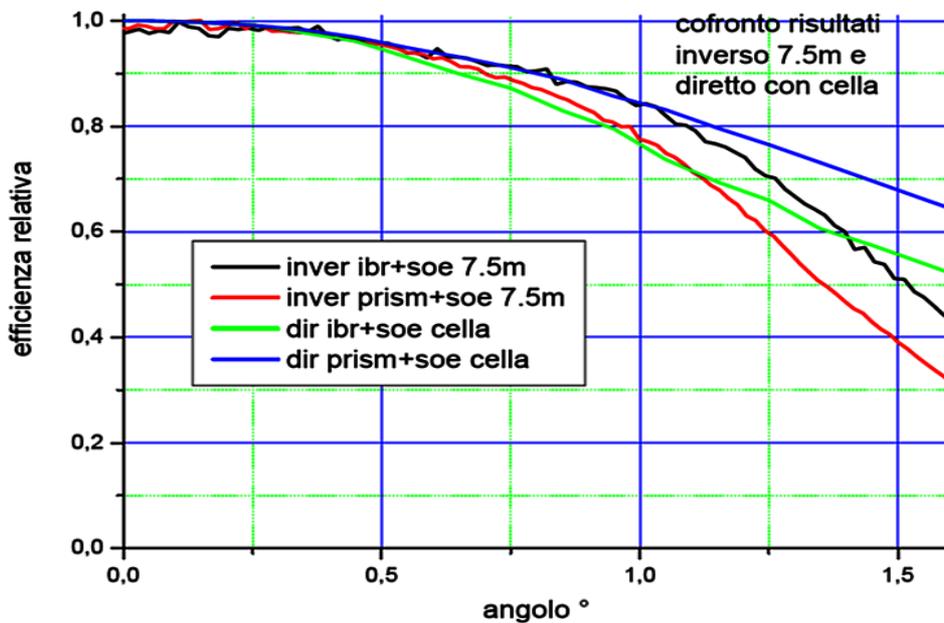


Figura 4.20: confronto risultati diretto con cella e inverso a 7.5m

Dai dati ottenuti, possiamo quindi sostenere che il comportamento delle lenti tra loro è simile se viene aggiunto il secondario (le curve ottenute con il metodo inverso tra loro si assomigliano, come prima quelle ottenute con il metodo diretto). L'unica differenza risulta anche ora una efficienza di trasmissione leggermente più costante per piccoli angoli della lente ibrida, che quindi conferma le nostre impressioni su una sua minore sensibilità a piccoli errori di allineamento del sistema.

In tabella 4.3 riportiamo gli angoli di accettazione ricavati dall'analisi con il metodo inverso effettuate sperimentalmente.

ANGOLI DI ACCETTANZA RICAVALI		PRISMATICA		IBRIDA	
		50%	90%	50%	90%
METODO INVERSO	D = 3.8m	1,9°	1°	2,4°	1,4°
	D = 7.5m	1.4°	0,7°	1,5°	0,8°

Tabella 4.3 risultati metodo inverso sperimentale

Come ultima osservazione, notiamo la differente dipendenza dagli errori del metodo

inverso; al contrario del diretto, gli errori in questo metodo sono dovuti alla risoluzione angolare dell'immagine prodotta e discendono quindi dalla condizione sulle distanze più volte accennata. Errori di allineamento o di misura delle distanze comporterebbero semplicemente un'immagine allargata con una determinazione per eccesso degli angoli di accettazione. L'errore è quindi già stato calcolato<sup>13</sup> ed è pari alla risoluzione angolare dell'immagine, pari a circa 1,6° alla distanza più corta e a 0,8° alla distanza più lunga.

#### 4.4.1 Efficienza assoluta ricavata con il metodo inverso

Come ultima analisi per verificare la potenza del metodo inverso, sono state fatte alcune misure per verificare come con estrema semplicità sia possibile determinare l'efficienza di trasmissione assoluta con tale metodo.

Avendo ormai ricavato in più modi l'efficienza di trasmissione relativa, per ricavare l'efficienza assoluta è necessario determinare la costante che lega le due quantità, ovvero l'efficienza di trasmissione assoluta misurata con i raggi del fascio (sia esso diretto o inverso) paralleli all'asse ottico del sistema. Per ricavarla il sistema è stato quello descritto al paragrafo 3.3.3.

È stato sufficiente effettuare tre foto con la CCD; essa è stata posta in asse con il concentratore Phocus illuminato inversamente. Una prima fotografia è stata effettuata togliendo le lenti dal modulo, le altre due riposizionandole. Dalle immagini scattate è stato estrapolato il profilo dell'irradianza tramite il software HiPic e i dati ottenuti elaborati con OriginPro. I valori ottenuti per le costanti sono stati i seguenti:

$$\eta_{prism}^{ass}(0) \approx 0.887 \pm 0.0009$$

$$\eta_{ibr}^{ass}(0) \approx 0.899 \pm 0.0009$$

In questo modo, molto più semplice rispetto a tutte le procedure necessarie con il metodo diretto in particolare la richiesta di un secondo specchio parabolico, è possibile determinare rapidamente la costante richiesta e quindi, insieme alle curve di efficienza relative ottenute, determinare l'efficienza di trasmissione assoluta. Inoltre notiamo che per effettuare tali

---

<sup>13</sup> Si tratta quindi di un errore sistematico riducibile via via che la risoluzione angolare viene migliorata. Nonostante gli errori siano di un ordine di grandezza non trascurabile, abbiamo riportato le misure per poter comunque vedere come i risultati del metodo inverso a 7,5m siano in sostanziale accordo con i risultati ottenuti precedentemente.

misure l'immagine non è stata proiettata sullo schermo e la CCD è stata posta davanti al concentratore e parallela al suo in asse; gli errori dovuti alla risoluzione angolare vengono quindi eliminati, in quanto non viene più fotografata un'immagine ma direttamente le aperture del concentratore una volta illuminate inversamente. La precisione delle misure è determinata dal potere risolutivo della CCD e dalla precisione dell'allineamento effettuato. Il primo aspetto può essere facilmente risolto ponendo la CCD in asse ma ad una distanza opportuna dal concentratore (una volta fissato lo strumento le misure non dipendano dalla distanza a cui ci si è posti); il secondo dipende ovviamente dalla precisione degli strumenti per il posizionamento in asse (in questo caso metro e misuratore di distanze ad ultrasuoni) che hanno determinato l'errore riportato. Per questo motivo, quindi, gli errori commessi nel calcolo delle costanti  $\eta(0)$  con il metodo inverso sono inferiori a quelli risultanti nella determinazione, con il medesimo metodo, dell'efficienza di trasmissione relativa.



## CONCLUSIONI

Il lavoro svolto in questa tesi ha riguardato uno studio originale su un tipo di concentratore rifrattivo con rapporto di concentrazione geometrico medio-alto (ricordiamo essere pari a  $\sim 200$ ), oltre che un interessante confronto tra due diversi tipi di lente (ibrida e prismatica) e tra due diversi metodi di caratterizzazione ottica (diretto e inverso). Inoltre tutte le caratterizzazioni sono state eseguite in laboratorio (misure indoor) e utilizzando in alcuni casi sistemi molto semplici.

Lo studio effettuato ha permesso di ricavare le principali caratteristiche delle lenti, ovvero la loro curva di efficienza di trasmissione relativa (con metodo diretto e inverso) e anche quella dell'efficienza assoluta (con metodo inverso). Abbiamo inoltre determinato, tramite le simulazioni informatiche, l'uniformità di illuminazione del ricevitore prodotta dal concentratore Phocus ed effettuato un'interessante quanto semplice analisi cromatica su una delle sue componenti. I risultati ottenuti, quindi, ci permettono di affermare i seguenti aspetti.

In primo luogo le due lenti hanno dimostrato un comportamento leggermente diverso in assenza del concentratore secondario in termini di efficienza relativa. Il SOE tende ad uniformare le proprietà di trasmissione delle due ottiche a prescindere dalla lunghezza d'onda del fascio incidente, oltre che ad incrementare sensibilmente l'accettanza angolare del Phocus. L'efficienza ottica assoluta a  $0^\circ$  calcolata con il metodo inverso, inoltre, è risultata praticamente la stessa per le due lenti, e quindi ciò permette di ricavare il rapporto di concentrazione ottico (ricordando la relazione 2.4) che risulta essere pari a circa 180 (quando i raggi sono paralleli all'asse, ovvero quando l'efficienza relativa del sistema è massima).

In secondo luogo il confronto tra i due metodi di caratterizzazione ha permesso di determinare i vantaggi e gli svantaggi di entrambi. Il metodo diretto è risultato uno strumento di indagine di sicura affidabilità che fornisce risultati in accordo con le simulazioni teoriche; per contro la sua complessa messa in pratica, causata dalla necessaria precisione nel posizionamento delle strumentazioni oltre che all'elevato numero di misurazioni da effettuare, lo rende un metodo estremamente lento e laborioso.

Il metodo inverso è risultato invece un metodo di indagine comodo, veloce e di semplice

applicazione mantenendo allo stesso tempo un'ottima attendibilità dei risultati, soprattutto considerando il fatto che il concentratore utilizzato presenta caratteristiche che hanno permesso di indagare l'affidabilità del metodo in condizioni estreme di validità (piccoli angoli di accettazione, dimensioni lineari del concentratore non trascurabili e distanze dello schermo limitate). L'unico svantaggio vero di tale metodo di indagine risulta quindi essere la risoluzione angolare richiesta per ottenere un'immagine ben definita angularmente per le successive elaborazioni informatiche.

## BIBLIOGRAFIA

- W.T.Welford, R.Winston, "*The optics of nonimaging concentrators, light and solar energy*", Academic Press Inc. (1978).
- J. Chavez, "*Introduction to nonimaging optics*", CRC Press Taylor & Francis Group (2008).
- A.Parretta, A.Antonini, E.Milan, M.Stefancich, G.Martinelli, M.Armani, "*Optical efficiency of solar concentrators by a reverse optical path method*", Optics Letters, **33** (2008) 2044-2046.
- A.Parretta et al., "*Theoretical aspects of light collection in solar concentrators*" (*Theory of "Direct Method"*), "*Theory of the "Inverse" Method for Characterization of Solar Concentrators*", "*Direct and inverse methods of characterization of solar concentrators*", Optics for Solar Energy (SOLAR)", Tucson, AZ, USA, June 7-10, 2010.
- A.Parretta, A.Antonini, M.A.Butturi, P.Di Benedetto, D.Uderzo, P.Zurru, "*Optical Methods for Indoor Characterization of Small-Size Solar Concentrators Prototypes*", Advances in Science and Technology, **74** (2010) 196-204.
- A.Sarno, G.Contento, A.Mittiga, C.Privato, F.Roca, "*The Phocus Project*", PV in Europe Conf., Rome, Italy, 7-11 October 2002.
- A.Sarno, F.Apicella, C.Cancro, R.Fucci, F.Pascarella, M.Pellegrino, C.Privato, F.Roca, "*The Phocus standard unit: design, realization and preliminary performance analysis*", 20<sup>th</sup> EPSEC, 6-10 June 2005, Barcelona, Spain.
- E.Bobeico, C.Cancro, R.Fucci, G.Graditi, A.Romano, A.Parretta, A.Antonini, M.Armani, "*Elemento ottico secondario C-module Phocus: progettazione e analisi delle prestazioni*", Class.ne ENE: EGE 05029, Lab. ENEA-Portici, 18 Ottobre 2005.
- C.Cancro, G.Graditi, M.Pellegrino, C.Privato, A.Romano, A.Antonini, "*The hybrid lens: a new concept to concentrate the solar beams*", 21<sup>st</sup> EPSEC, Dresden, Germany, 4-8 Sept. 2006.
- A.Parretta, "*Sviluppo e definizione dell'ottica per il fotovoltaico a concentrazione*", Progetto PhoCUS, ENEA/ENE-FOTO/2002\_1, Marzo 2002.

- D.Roncati, *“Studio dell'efficienza ottica di concentratori solari “senza immagine” con un metodo di illuminazione inversa”*, tesi (a.a. 2006-2007).
- L.Zampierolo, *“Studio delle proprietà di collezione ottica di concentratori solari “nonimaging” di tipo Rondine®”*, tesi (a.a. 2009-2010).

## RINGRAZIAMENTI

Dopo cinque lunghi anni, la stesura di questo lavoro segna la fine della mia carriera studentesca universitaria; è stato per me un lungo periodo denso di momenti di difficoltà e soddisfazioni. Ho incontrato molte persone nel periodo in cui ho frequentato l'università di Ferrara; alcune hanno rappresentato solo delle semplici conoscenze, altre sono diventate amicizie di grande importanza. Con queste poche righe voglio ringraziare tutti coloro, quindi, che in un modo o nell'altro mi sono state di aiuto in tutti questi anni.

Innanzitutto ringrazio la mia famiglia; i miei genitori, che mi hanno sostenuto e permesso di studiare ciò che più mi interessava senza mai giudicare le mie scelte, e le mie sorelle, sempre pronte ad aiutarmi nei momenti di necessità.

Ringrazio il mio professore relatore Antonio Parretta, che oltre a seguirmi nonostante i propri impegni si è dimostrato un capace e paziente insegnante.

Ringrazio Dario Roncati per tutto l'aiuto che mi ha fornito sia nelle simulazioni che nelle misure sperimentali effettuate in questa tesi.

I miei amici; Barbara, compagna di studi in moltissimi esami, Giovanni e Gabriele, insieme a me ultimi superstiti (!) del corso di Tecnologie avanzate, e poi Andrea, Michele, Marco, Alessandro e Jacopo, miei amici da una vita (letteralmente).

Non so ancora, mentre sto scrivendo, quale sarà il risultato finale di tutto il lavoro svolto negli ultimi mesi; tuttavia, è certo che senza queste persone probabilmente non sarei mai potuto giungere a questo traguardo con la medesima velocità e soddisfazione.