



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FERRARA

FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE FISICHE E NATURALI

---

CORSO DI LAUREA IN FISICA

**Studio delle proprietà di collezione  
ottica di concentratori solari  
"nonimaging" di tipo Rondine®**

Relatore:

Prof. Antonio Parretta

Controrelatore:

Prof. Vincenzo Guidi

Correlatore:

Dott. Andrea Antonini

Laureanda:

Dott.ssa Letizia Zampierolo

---

Anno Accademico 2009/2010



# Indice

<b>1</b>	<b>Concentrazione solare: sistemi IO e NIO</b>	<b>5</b>
1.1	La fisica della concentrazione . . . . .	6
1.1.1	Conservazione dell'étendue . . . . .	7
1.1.2	L'étendue come quantità geometrica . . . . .	13
1.1.3	L'étendue come volume nello spazio delle fasi . . . . .	15
1.1.4	Definizione di rapporto di concentrazione . . . . .	19
1.2	Evoluzione della scienza della concentrazione solare . . . . .	20
1.3	Introduzione all'Ottica NonImaging . . . . .	24
<b>2</b>	<b>Ottica geometrica</b>	<b>27</b>
2.1	Concetti basilari di ottica geometrica . . . . .	27
2.2	Procedura di ray tracing . . . . .	29
2.3	Proprietà elementari dei sistemi a formazione d'immagine . . . . .	32
2.4	Le aberrazioni dei sistemi Ottici Imaging e i loro effetti sul rapporto di concentrazione . . . . .	33
2.5	OPL e il Principio di Fermat . . . . .	37
2.6	Etendue generalizzato . . . . .	38
2.7	L'invariante del momento ottico (Skew Invariant) . . . . .	43
2.8	La radiometria . . . . .	44
2.8.1	Sorgente lambertiana . . . . .	47
<b>3</b>	<b>Esempi di concentratori a formazione d'immagine</b>	<b>51</b>
3.1	Proprietà per l'idealità di un concentratore IO . . . . .	51
3.2	Esempi di configurazioni ideali di concentratori IO... . . . .	54
3.2.1	...Rifrangenti e a simmetria sferica . . . . .	56
3.2.2	...A indice di rifrazione variabile con continuità . . . . .	57
3.2.3	...Speculari . . . . .	61
3.3	Conclusioni sui concentratori classici IO . . . . .	63

<b>4</b>	<b>Sistemi ad Ottica NonImaging</b>	<b>65</b>
4.1	Limiti di concentrazione dei sistemi IO . . . . .	65
4.2	Il concentratore NIO . . . . .	66
4.2.1	Il metodo delle «stringe» o EDGE RAY PRINCIPLE . . . . .	69
4.3	Il CPC (Compound Parabolic Concentrator) . . . . .	70
4.3.1	Cenni storici sui CPC . . . . .	83
4.4	Proprietà del CPC . . . . .	85
4.4.1	Equazione della sezione meridiana di un CPC ideale . . . . .	85
4.4.2	Curve di trasmissione dei CPC . . . . .	89
4.5	Il CPC Troncato (CPCT) . . . . .	94
4.6	Il modulo Rondine <sup>®</sup> . . . . .	96
4.7	Coni e Paraboloidi come concentratori . . . . .	99
<b>5</b>	<b>Parte sperimentale</b>	<b>103</b>
5.1	Metodi di caratterizzazione di concentratori solari . . . . .	103
5.1.1	Metodo diretto . . . . .	104
5.1.2	Metodo inverso . . . . .	109
5.2	Caratterizzazione diretta sperimentale del Rondine <sup>®</sup> . . . . .	114
5.2.1	Sistema sperimentale e suo allineamento . . . . .	116
5.3	Verifica dei risultati con simulazioni in TracePro <sup>®</sup> . . . . .	134
5.3.1	Simulazioni metodo diretto . . . . .	134
5.3.2	Simulazioni metodo inverso . . . . .	141
5.4	Sintesi . . . . .	144
5.5	Conclusioni . . . . .	147
<b>A</b>	<b>Equazione delle lenti sottili</b>	<b>149</b>
<b>B</b>	<b>Lo specchio parabolico</b>	<b>151</b>
<b>C</b>	<b>Teoria delle sfere integratrici</b>	<b>155</b>

# Elenco delle figure

1.1	L'angolo $\theta_1$ e la distanza $d_1$ sono legate da $\frac{r}{d_1} = \sin \theta_1$ . . . . .	5
1.2	Man mano che la luce emessa da una sorgente sferica $S_R$ viaggia attraverso lo spazio, l'area che essa illumina aumenta, mentre la dispersione angolare della luce diminuisce. . . . .	6
1.3	Definizione di radianza. . . . .	7
1.4	L'angolo solido in coordinate sferiche. . . . .	8
1.5	Prima situazione: l'étendue della luce emessa da $dA_3$ verso $dA_4$ uguaglia la luce emessa da $dA_4$ verso $dA_3$ . . . . .	10
1.6	Seconda situazione: all'equilibrio, la radianza fondamentale della luce emessa da $dA_3$ verso $dA_4$ uguaglia quella della luce emessa da $dA_4$ verso $dA_3$ . . . . .	11
1.7	Terza situazione un corpo nero $dA_3$ alla temperatura $T_3$ emette luce verso l'apertura d'ingresso $dA_4$ di un'ottica $O_P$ . . . . .	12
1.8	Quarta situazione: un corpo nero $dA_4$ , alla temperatura $T_1$ emette luce che entra all'interno di un'ottica attraverso $dA_2$ . La stessa luce che esce dall'ottica attraverso $dA_3$ andando verso $dA_4$ , viene infine ridiretta verso $dA_5$ per mezzo dell'ottica $O_P$ . All'equilibrio termico, $T_5 = T_1$ . . . . .	12
1.9	L'étendue è una quantità geometrica che quantifica l'ammontare di spazio disponibile per il passaggio della luce. . . . .	14
1.10	L'interno di una scatola è illuminato usando tre torce parallele. Il buco <b>AB</b> su un lato della scatola è grande, ma la luce ha una piccola apertura angolare $\alpha$ . . . . .	14
1.11	L'interno della scatola è illuminato usando tre torce convergenti. Il buco <b>CD</b> su un lato della scatola è piccolo, ma la luce ha grande divergenza angolare $\beta$ . . . . .	15
1.12	In un mezzo ad indice di rifrazione $n$ , si ha più luce rispetto ad un mezzo ad indice di rifrazione con $n = 1$ . . . . .	16
1.13	Un raggio luminoso che attraversa l'asse $x_1$ verso $x_2$ positivo può essere definito da un punto <b>R</b> nello spazio delle fasi $x_1 p_1$ . . . . .	16

1.14	(a) Radiazione contenuta tra i raggi marginali $r_A$ e $r_B$ che passa attraverso il punto $(x,0)$ . (b) I due raggi marginali $r_A$ ed $r_B$ hanno componenti del vettore momento $p_{A1}$ e $p_{B1}$ lungo l'asse $x_1$ e sono rappresentati nello spazio delle fasi come due punti $R_A$ e $R_B$ . (c) Tutti i raggi luminosi al punto $(x,0)$ contenuti tra $r_A$ e $r_B$ sono rappresentati da una linea verticale tra $R_A$ e $R_B$ . . . . .	17
1.15	(a) Radiazione che attraversa la linea $x_m x_M$ con direzioni estreme variabili. Per ogni valore di $x_1$ , il momento ottico $\mathbf{p}$ ha componenti lungo $x_1$ che variano da $p_{A1}(x_1)$ a $p_{B1}(x_1)$ . (b) La zona R rappresenta tutti i raggi luminosi che passano in $x_m x_M$ e il bordo $\partial R$ rappresenta tutti i raggi marginali della radiazione. L'area all'interno di $\partial R$ corrisponde all'étendue della radiazione. . . . .	18
1.16	Diagramma schematico di un concentratore. Le superfici d'ingresso e d'uscita possono guardare in qualsiasi direzione; si è assunto che l'apertura $A'$ sia larga abbastanza da permettere a tutti i raggi di emergere una volta attraversata l'ottica dotata di un certo angolo di accettazione. . . . .	19
1.17	Raffigurazione dell'uso degli specchi ustori di Archimede contro le quinqueremi romane nell'attacco a Siracusa. . . . .	21
1.18	L'esperimento di Buffon del 1747. . . . .	22
1.19	La macchina di Mouchot. . . . .	23
1.20	Costruzione di un <i>imbuto</i> per la luce. . . . .	25
2.1	Determinazione della trasmissione dei raggi luminosi per mezzo del ray tracing. . . . .	28
2.2	Formulazione vettoriale della riflessione, dove $\mathbf{r}$ , $\mathbf{r}''$ , e $\mathbf{n}$ sono tutti vettori unitari. . . . .	28
2.3	I vari passaggi per il ray tracing nella riflessione. (a) Si trova il punto d'incidenza P. (b) Si trova la normale a P. (c) Applicando l'Equazione 2.1 si trova il raggio riflesso $\mathbf{r}''$ . . . . .	30
2.4	Formulazione vettoriale della rifrazione. . . . .	31
2.5	Un oggetto all'infinito ha un'estensione angolare $2\theta$ . Una lente di focale $f$ forma un'immagine di dimensione $2f\theta$ . . . . .	32
2.6	Un sistema ottico di étendue pari a $a^2\theta^2$ . . . . .	33
2.7	Rappresentazione di una lente semplice. La curvatura $c_1$ è positiva, mentre quella $c_2$ è negativa. . . . .	34
2.8	Rappresentazione dell'aberrazione sferica: i raggi a seconda del punto sul quale incidono sulla lente vengono deviati in punti diversi del piano dell'immagine nelle vicinanze del fuoco. . . . .	35

2.9	Un diagramma a punti per i raggi del fascio che entrano nella concentrazione ad Ottica Imaging all'angolo massimo $\theta_{\max}$ . La concentrazione per questo sistema è inferiore al limite teorico massimo poichè alcuni raggi non incidono sul bordo dell'apertura d'uscita a causa delle aberrazioni. . . . .	35
2.10	Grafico dell'efficienza di collezione in funzione dell'angolo $\theta$ . L'ordinata è la proporzione tra il flusso che entra dall'apertura d'ingresso del concentratore all'angolo $\theta$ e quello che emerge dall'apertura d'uscita. . . . .	36
2.11	Rappresentazione dei raggi luminosi e dei fronti d'onda geometrici (nelle linee segmentate). . . . .	37
2.12	Principio di Fermat. Si assume che il mezzo attraversato dalla radiazione abbia un indice di rifrazione che vari con continuità. Il percorso disegnato con la linea piena ha una lunghezza di cammino ottico stazionaria tra A e B, perciò è un percorso fisicamente possibile per un raggio. . . . .	37
2.13	L'étendue in un mezzo ad indice di rifrazione $n$ diventa $(na\theta')^2$ .	39
2.14	Generalizzazione dell'étendue . . . . .	40
2.15	Etendue generalizzata nella direzione $y$ . . . . .	41
2.16	Piano meridiano per un sistema ottico 2D: calcolo del rapporto di concentrazione teorico massimo. . . . .	42
2.17	Nella figura di sinistra sono messi in evidenza i raggi che incidono un CPC 3D nel piano meridiano all'interno di un cono $\pm\theta$ . Solo i raggi contenuti in questo piano vengono raccolti. Nella figura di destra sono mostrati anche i raggi obliqui molti dei quali vengono rigettati dal concentratore. . . . .	43
2.18	L'emittanza è la potenza per unità di area. Qui è rappresentata mentre la radiazione lasciando $dA$ successivamente prosegue verso destra. Sono incluse tutte le direzioni di propagazione $\theta$ tra $0$ e $\frac{\pi}{2}$ . . . . .	44
2.19	L'intensità radiante $I(\mathbf{n})$ rappresenta la potenza totale per unità di angolo solido in una direzione $\mathbf{n}$ da una sorgente finita $S$ . . . . .	45
2.20	Tutti i raggi nella stessa direzione $\mathbf{n}$ sono focalizzati nello stesso punto dalla lente. . . . .	45
2.21	. . . . .	46
2.22	. . . . .	46
2.23	Tabella riassuntiva della nomenclatura radiometrica. . . . .	48
2.24	. . . . .	48
2.25	L'angolo solido infinitesimale $d\Omega$ è l'area ombreggiata sulla sfera unitaria e uguaglia $2\pi \sin \theta d\theta$ . . . . .	49

3.1	Sezione meridiana di un concentratore IO che forma alla sua apertura d'uscita un'immagine della sorgente all'infinito. I diversi raggi che passano per il sistema vengono etichettati con un numero differente di frecce. . . . .	51
3.2	Sezione meridiana di un concentratore IO con rapporto di concentrazione massimo, in cui il mezzo finale in corrispondenza della sua apertura di uscita ha un indice di rifrazione $n$ maggiore dell'unità. L'angolo $\theta'$ in questo mezzo dovrebbe essere $\arcsin(\frac{1}{n})$ dando un angolo massimo di $\frac{\pi}{2}$ in aria al di fuori di esso. . . . .	52
3.3	Definizione dell'apertura numerica di un sistema IO. NA è pari a $n' \sin \alpha'_{\max}$ . . . . .	53
3.4	Raffigurazione dei vari effetti di distorsione per sistemi IO. Sono raffigurate tre immagini di uno schermo-oggetto rettangolare: nella prima non ha distorsione, nella seconda è soggetto alla distorsione «barrel» letteralmente «a bariletto» secondo la quale l'ingrandimento laterale decresce con la dimensione dell'oggetto, e nella terza è soggetto a distorsione «pincushion» letteralmente «a cuscinetto», dove l'ingrandimento cresce con la distanza dall'asse ottico. I sistemi ottici, si assume abbiano una simmetria rispetto ad un asse di rotazione. . . . .	55
3.5	Creazione di superfici concentriche aplanatiche per una superficie sferica rifrangente. . . . .	56
3.6	Un concentratore a formazione d'immagine costituito da un componente aplanatico. . . . .	57
3.7	Un ellissoide di rivoluzione come concentratore. L'apertura d'ingresso è posta in corrispondenza del primo fuoco del sistema. . . . .	58
3.8	Raggi nella lente fish-eye di J.C.Maxwell. I raggi sono archi di cerchio. . . . .	59
3.9	Lente di Luneburg. . . . .	60
3.10	Rappresentazione della coma per uno specchio paraboloidale. I raggi di un fascio assiale sono mostrati per mezzo della linea tratteggiata. I raggi emergenti di un fascio obliquo ad un angolo $\theta$ rispetto l'asse ottico, incontrano il piano focale lontano dall'asse rispetto ai raggi centrali di questo stesso fascio. . . . .	61
3.11	Raccolta della totalità di raggi da uno specchio concavo. . . . .	62
3.12	Camera Schmidt. Questo sistema ottico non ha nè aberrazione sferica nè coma, perciò potrebbe essere un buon concentratore per piccoli angoli di collezione. Ci sono comunque seri impedimenti pratici, come il costo e l'ostruzione centrale dell'apertura. . . . .	64



4.1	Concentratore solare 2D parabolico con assorbitore tubolare. . .	67
4.2	(a) In un sistema IO, la luce che proviene da qualsiasi punto <b>P</b> dell'oggetto è concentrata su un punto <b>Q</b> dell'immagine secondo $d_i = Md_o$ , dove $d_o$ e $d_i$ diventano rispettivamente le distanze di <b>P</b> e di <b>Q</b> dall'asse ottico. (b) Raffigurazione schematica di un sistema ottico che focalizza i raggi marginali uscenti da <b>F</b> verso il punto estremo <b>A</b> e quelli marginali uscenti da <b>E</b> verso il punto estremo <b>B</b> . Notare che <b>E</b> ed <b>F</b> sono i punti estremi dell'oggetto posto a distanza finita dalla lente <b>CD</b> , mentre <b>A</b> e <b>B</b> sono i punti estremi dell'oggetto. . . . .	67
4.3	Raffigurazione più essenziale riguardo alla differenza tra un sistema IO ed uno NIO. Nel primo i raggi vanno dai punti dell'oggetto ai rispettivi punti dell'immagine, nel secondo i raggi non vanno a formare nessuna immagine dell'oggetto. . .	68
4.4	Il principio di Fermat per i raggi e per le «stringhe». . . . .	70
4.5	Costruzione stringhe per un concentratore con assorbitore piano.	71
4.6	Man mano che la sorgente $E$ si muove verso sinistra e cresce in maniera tale che i suoi bordi continuino a toccare i raggi $r_1$ e $r_2$ , le sue dimensioni saranno via via $E_1, E_2, \dots$ . La radiazione ricevuta da <b>AB</b> si trova confinata in ogni punto all'interno di un angolo $2\theta$ . . . . .	71
4.7	Radiazione uniforme di apertura angolare totale $2\theta$ che cade verso la superficie <b>AB</b> . . . . .	72
4.8	Per concentrare la radiazione su <b>AB</b> , si posizionano degli specchi proprio nei punti <b>A</b> e <b>B</b> . Per raccogliere una potenza massima di radiazione, l'apertura d'ingresso <b>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub></b> deve essere a sua volta massima, che equivale a dire che l'angolo $\beta$ formato da questi specchi con la linea orizzontale deve essere minimo. Il valore minimo di $\beta$ è ottenuto quando il raggio estremo $r_1$ provenendo da sinistra, una volta caduto su <b>D<sub>1</sub></b> , viene riflesso verso il punto <b>A</b> . Se si provasse a diminuire ulteriormente l'angolo $\beta$ , questo raggio marginale verrebbe riflesso dal punto <b>D<sub>1</sub></b> verso lo specchio <b>AC<sub>1</sub></b> , e da qui verrebbe riflesso lontano da <b>AB</b> . . . . .	72
4.9	E' possibile ora aggiungere un nuovo specchio nei punti <b>C<sub>1</sub></b> e <b>D<sub>1</sub></b> allargando ulteriormente l'apertura d'ingresso, che ora è diventata <b>C<sub>2</sub>D<sub>2</sub></b> . . . . .	73
4.10	La procedura presentata nella Figura 4.9 può essere ora estesa aggiungendo via via più specchi e rendendo via via le loro dimensioni sempre più piccole. . . . .	73

- 4.11 Se i due archi di parabola fossero estesi in lunghezza verso l'alto, la distanza tra gli specchi aumenterebbe fino alla massima apertura **CD** per poi cominciare a decrescere. Inoltre, le porzioni **DD<sub>4</sub>** e **CC<sub>4</sub>** dello specchio, ombreggerebbero le altre porzioni di specchio **AC** e **BD**, rispettivamente. Poichè lo scopo è quello di massimizzare le dimensioni dell'apertura d'ingresso è necessario tagliare le parabole a **CD**. . . . . 74
- 4.12 Sezione meridiana di un CPC. E' un concentratore con apertura d'ingresso **CD**, che accetta radiazione che fa un angolo di  $\pm\theta_{\max}$  rispetto l'asse ottico del sistema e la concentra su **AB**. 75
- 4.13 Traiettorie dei raggi marginali all'interno del CPC, nel piano marginale. . . . . 76
- 4.14 Rappresentazione delle traiettorie di tre tipi di raggi all'interno del CPC (nella sezione meridiana). (a) Caso limite: un raggio che entra nel CPC con un'inclinazione pari a metà angolo di accettazione  $\theta_{\max}$ . Questo raggio è riflesso al bordo del ricevitore. (b) Un raggio che entra nel CPC ad un angolo rispetto l'asse ottico che è inferiore a  $\theta_{\max}$ , viene accettato e incide sul ricevitore. (c) Un raggio che entra nel CPC ad un angolo più grande di  $\theta_{\max}$  viene rigettato dal sistema e per mezzo di riflessioni viene mandato indietro verso l'apertura d'ingresso. . . 76
- 4.15 Diagramma dell'accettazione di un CPC ideale. Tutti i raggi che entrano nel CPC con inclinazioni inferiori a  $\theta_{\max}$  rispetto l'asse di simmetria colpiscono il ricevitore (*accettazione* = 1). I raggi che entrano nel CPC con angoli più grandi di  $\theta_{\max}$  rispetto l'asse di simmetria sono rigettati e quindi si ha accettazione nulla. 77
- 4.16 In una parabola la lunghezza del tragitto di due raggi di luce **ACF** e **BDF** è lo stesso per **A** e **B** posti lungo una linea perpendicolare all'asse ottico e con **AC** e **BD** paralleli all'asse ottico. . . . . 78
- 4.17 (a)Rappresentazione della situazione di raggiungimento del rapporto di concentrazione teorico massimo del CPC; (b)la sua lunghezza è  $L = L_1 + L_2$ . . . . . 78
- 4.18 Esempio di costruzione del profilo di CPC per mezzo dell'*edge ray principle*. . . . . 79
- 4.19 Alcune sezioni meridiane di CPC con differenti angoli di collezione; mantenendo fisso il diametro dell'apertura d'uscita, si osserva come cambia la lunghezza L e il diametro dell'apertura d'ingresso a seconda dell'angolo di collezione. . . . . 80
- 4.20 Curva della trasmissione in funzione dell'angolo di incidenza per un CPC con angolo di accettazione  $\theta_{\max} = 16^\circ$ . . . . . 81

4.21	Identificazione dei raggi che vengono respinti da un concentratore. I raggi mostrati sono identificati come le proiezioni dei raggi obliqui (si intende cioè quelli fuori dal piano meridiano) attraverso la sezione dell'apertura d'uscita corrispondenti esattamente a $\theta_{\max}$ . . . . .	81
4.22	Questi raggi disegnati rappresentano le proiezioni dei raggi fuori dal piano del diagramma (coincidono con i raggi stessi). . . . .	82
4.23	Modello ottico, schematico. L'apertura del modello di <i>trappola di calore</i> è esposta ad illuminazione uniforme proveniente da superfici bianche interne ad una scatola. La luce riflessa all'angolo $\theta$ è misurata dalla fotocellula. . . . .	84
4.24	In alto è schematizzato il diagramma di un cono ricettore nella retina dell'occhio umano. La parte ellissoidale è quella più scura. Nella parte bassa della figura è rappresentata la costruzione di un collettore di luce ideale. . . . .	84
4.25	Rotazione degli assi OXY in un nuovo sistema di assi cartesiani O'X'Y', per scrivere l'equazione della parabola 1 ruotata in senso CCW attorno a $F_1$ . Lo stesso discorso vale per la parabola 2. Disegno del prof.re A.Parretta. . . . .	87
4.26	Sistema di coordinate per l'equazione in rz del CPC ideale. . . . .	88
4.27	Curve di trasmissione in funzione dell'angolo per CPC 3D con $\theta_{\max}$ che varia da $2^\circ$ a $60^\circ$ . . . . .	89
4.28	Trasmissione totale all'interno dell'angolo $\theta_{\max}$ per un CPC 3D. . . . .	90
4.29	Modelli dei raggi accettati e respinti all'apertura di un CPC con angolo di accettazione $\theta_{\max} = 10^\circ$ . L'apertura d'ingresso è vista dall'alto con i raggi incidenti che arrivano da sinistra per poi procedere verso destra. I raggi che entrano nelle aree indicate con $n$ sono trasmessi dopo $n$ riflessioni; quelli che entrano nelle zone tratteggiate $Fm$ tornano indietro dopo $m$ riflessioni. Qui sono riportati i casi di fasci con angoli di incidenza fino all'angolo di accettazione del CPC: (a) $8^\circ$ ; (b) $9^\circ$ ; (c) $9.5^\circ$ ; (d) $10^\circ$ . . . . .	91
4.30	Modelli dei raggi accettati e respinti all'apertura di un CPC con angolo di accettazione $\theta_{\max} = 10^\circ$ . Qui sono riportati i casi per fasci con angoli di incidenza oltre l'angolo di accettazione del CPC: (a) $10.5^\circ$ ; (b) $11^\circ$ ; (c) $11.5^\circ$ . E' evidente la differenza di questi diagrammi con quelli nella Figura 4.29: in questi casi il fascio viene perso man mano che l'angolo di incidenza dei raggi si allontana oltre l'angolo $\theta_{\max} = 10^\circ$ del CPC. . . . .	92
4.31	Raggi all'apertura d'uscita usati per delineare le regioni di fallimento nella trasmissione dei raggi. . . . .	93

4.32	Esempio di profilo di un CPC con ricevitore sottile che concentra fino a 3 soli (3x). . . . .	94
4.33	Sistema di coordinate polari usate per ricavare gli effetti sulla radiazione del troncamento di un CPC. . . . .	95
4.34	Plot del rapporto $\frac{L_T}{a_T}$ in funzione della concentrazione nel caso di CPC e di CPCT. . . . .	95
4.35	Plot del numero di riflessioni per CPC e CPCT, mediato su tutta la radiazione che dall'apertura arriva all'assorbitore. Per il CPCT, la linea $1 - \frac{1}{C}$ può essere presa come limite inferiore per il numero di riflessioni per la radiazione all'interno dell'angolo di accettazione. . . . .	96
4.36	(a)Un'unità concentrante: ha un lato dell'apertura d'ingresso di 7 cm, ed è alta 15 cm; (b)prototipo del modulo Rondine <sup>®</sup> . . . . .	97
4.37	(a)Figura della geometria innovativa dell'unità concentrante del modulo Rondine <sup>®</sup> , vista di lato; (b) rappresentazione della sezione frontale dell'unità concentrante, la luce che incide frontalmente vede quindi la sezione di un quadrato. . . . .	98
4.38	Due punti di vista differenti dell'unità concentrante di dimensione ridotta. Ha il lato dell'apertura d'ingresso di circa 4 cm, mentre la sua altezza è 6 cm. . . . .	98
4.39	Un concentratore a cono con dimensioni tali per cui è comparabile con un CPC. . . . .	99
4.40	Un paraboloide di rivoluzione come concentratore. E' un sistema a formazione d'immagine. . . . .	100
4.41	Curva di trasmissione in funzione dell'angolo per un cono; $\theta_{\max} = 10^\circ$ . . . . .	100
4.42	Curve di trasmissione in funzione dell'angolo per specchi paraboloidali. I vari grafici sono etichettati con $\theta_{\max}$ . . . . .	100
5.1	Schema del metodo diretto direzionale (DDM). . . . .	105
5.2	Due esempi di concentratore solare con apertura d'ingresso (ia) contenuta in un piano. . . . .	105
5.3	Rappresentazione schematica del metodo integrale diretto (IDM). . . . .	107
5.4	Schema del metodo di illuminazione inversa, applicato ad un CPC. . . . .	109
5.5	(a)I punti del profilo dell'intensità sullo schermo sono ben risolti se lo schermo viene tenuto ad una distanza $d$ molto grande rispetto al raggio $a$ del CPC; (b)la risoluzione angolare è migliore per quei punti del profilo dell'intensità che si trovano a grandi angoli rispetto l'asse ottico z. . . . .	110

- 5.6 Calcolo dell'efficienza ottica assoluta  $\eta_{\text{dir}}(0)$  per mezzo della misura della radianza all'apertura d'ingresso di un CPC Troncato. . . . . 112
- 5.7 Setup sperimentale relativo a due modalità differenti per effettuare il metodo di illuminazione inverso. La lampada (lp) nel riquadro tratteggiato si riferisce al caso in cui l'illuminamento viene fatto direttamente a partire dall'apertura d'uscita del CPC. In questo caso la CCD può essere allineata con l'asse ottico z ed essere posta di lato allo schermo. E' rappresentato anche il laser (la) posizionato di fronte al CPC per il caso in cui venga prodotto un fascio collimato che va ad incidere la targhetta diffusiva (ld) posta all'apertura d'uscita del concentratore. . . . . 113
- 5.8 La soluzione sperimentale in cui si illumina l'apertura d'uscita del CPC con una sorgente lambertiana uscente dalla sfera integratrice (is ), è preferibile rispetto alle altre due presentate in questa Sezione. . . . . 113
- 5.9 Rappresentazione schematica del sistema sperimentale usato per la caratterizzazione del Rondine. Visione dall'alto del sistema (non è in scala). . . . . 116
- 5.10 SI-1 e SI-3 sui due appoggi, ottenuti da un tubo cavo, posizionate di fronte allo specchio parabolico; l'apertura d'uscita di SI-3 guarda lo specchio. Dalla foto nello specchio è visibile anche il Rondine già posizionato. . . . . 117
- 5.11 Visione frontale della coppia di sfere integratrici e del ventilatore; lo schermo nero separa la sorgente e il concentratore. . . 118
- 5.12 . . . . . 119
- 5.13 Immagine del fascio registrato dalla CCD; è visibile la zona che abbiamo selezionato per essere analizzata. . . . . 119
- 5.14 (a)Il profilo verticale dell'intensità del fascio mostra una chiara uniformità; (b)il profilo orizzontale tende a crescere in intensità spostandosi verso destra. . . . . 120
- 5.15 Rappresentazione schematica del sistema che viene caratterizzato otticamente. La figura non è in scala. . . . . 122
- 5.16 (a)Canale A per il segnale in ingresso al lock-in amplifier proveniente dal rilevamento di luce da parte della cella solare; (b)ingresso REF-IN per il segnale di riferimento in frequenza, proveniente dal chopper ottico, al quale si aggancia la frequenza del lock-in amplifier. . . . . 124

5.17	(a) Il Rondine in posizione $\theta = 0^\circ$ , è stato allineato dapprima verticalmente guardando lo specchio dalla parte della sorgente mettendo l'occhio a fianco della SI-3 alla stessa altezza della finestra d'uscita; (b) l'allineamento orizzontale è stato fatto invece mettendo l'occhio sulla verticale dell'apertura d'uscita della SI-3 e posizionando l'immagine del Rondine sull'asse verticale dello specchio. . . . .	125
5.18	(a) Posizionamento dell'asta di riferimento in corrispondenza del bordo del profilo dell'apertura d'ingresso del Rondine, a metà della lunghezza del lato dell'apertura; (b) visione complessiva della modalità di allineamento. . . . .	126
5.19	. . . . .	127
5.20	Plot dell'efficienza relativa in funzione dell'angolo di incidenza $\theta_i$ . Esprime il comportamento del solo Rondine, senza dover considerare l'effetto del ricevitore (nell'assunzione che la sfera integratrice sia ideale). . . . .	129
5.21	Rappresentazione schematica del sistema che viene caratterizzato otticamente. La figura non è in scala. . . . .	130
5.22	(a) Foto laterale del Rondine sul sostegno con il rivelatore fissato all'apertura d'uscita; (b) foto frontale del Rondine con superficie sensibile della cella ben visibile e centrata con l'apertura d'uscita. . . . .	131
5.23	Plot dell'efficienza relativa in funzione dell'angolo di incidenza $\theta_i$ . Il Rondine è caratterizzato in condizioni reali, nel senso che bisogna tener conto del rivelatore. . . . .	132
5.24	Rappresentazione schematica del sistema che viene caratterizzato otticamente nel caso C. La figura non è in scala. . . . .	133
5.25	Foto della base goniometrica utilizzata per la caratterizzazione della cella solare. . . . .	134
5.26	(a) Plot di $I_{SC}$ relativa in funzione dell'angolo di incidenza $\theta_i$ ; (b) plot di confronto tra i risultati sperimentali e l'andamento del $\cos \theta$ . . . . .	135
5.27	(a) Profilo yz del modello Rondine gen1 con le quattro pareti piane laterali con riflettanza al 100%, schermo semisferico con superficie interna perfettamente assorbente; (b) immagine 3D dei modelli CAD costruiti. . . . .	136
5.28	Nella figura son indicati i vari passaggi per creare la GRIDRAY-TRACE a partire da <i>analysis</i> che apre la finestra di impostazione della griglia. . . . .	137

5.29	Rappresentazione del raytracing di 200.000 raggi per la simulazione del Rondine investito da fascio collimato diretto inclinato di $7^\circ$ rispetto l'asse x. . . . .	138
5.30	(a)Finestra per la scelta delle impostazioni della mappa di irradianza, dove quelle che abbiamo scelto noi sono state indicate con frecce; (b)mappa di irradianza simmetrizzata rotazionalmente e profilo per i raggi che incidono la superficie perfettamente assorbente dello schermo semisferico, per il caso di fascio collimato diretto inclinato di $7^\circ$ rispetto l'asse x. . . . .	139
5.31	Rappresentazione schematica della simulazione di fascio diretto collimato incidente all'angolo $\theta$ sul Rondine e uscente da esso in direzione $\alpha$ entro un intervallo $d\alpha$ . La figura non è in scala. . . . .	140
5.32	Plot del flusso relativo incidente sulla cella e quello assorbito dalla stessa. . . . .	142
5.33	(a)Confronto profili di efficienza del lato corto con e senza pareti; (b)confronto profili di efficienza del lato lungo con e senza pareti. . . . .	143
5.34	(a)Illuminando da dietro il Rondine, oltre i $15^\circ$ , la luce esce prevalentemente dai profili parabolici laterali, in particolare il disegno si riferisce al caso in cui ci si mette alla destra dell'asse ottico del sistema; (b)chiudendo un profilo di parabola e mettendo uno specchio da quello opposto si riproduce una sorgente analoga al caso (a). . . . .	144
5.35	(a)Curve di efficienza del lato lungo e del lato corto del ricevitore, per Rondine senza pareti con distanza dello schermo $d = 224cm$ ; (b)confronto della zona di picco delle efficienze del lato corto per $d = 224cm$ e $d = 1000cm$ : la risoluzione angolare del secondo caso è circa 5 volte migliore del primo caso. . . . .	145
5.36	(a)Plot con il confronto della zona di plateau delle curve di efficienza sia simulate che sperimentali dei profili orizzontali, relative al Rondine, Rondine+cella, e modulo; (b)plot con il confronto di curve di efficienza con scala delle x più fitta. . . . .	146
A.1	. . . . .	149
A.2	. . . . .	150
B.1	. . . . .	151
B.2	. . . . .	152
C.1	. . . . .	156

- C.2 Sfera integratrice caratterizzata da una riflettività  $\rho_w$  della parete interna, da un flusso  $\Phi_{\text{in}}$  in ingresso e da una finestra di area  $A_i$ . . . . . 156
- C.3 Nuova rappresentazione della sfera integratrice, in cui è evidenziato anche il punto di primo impatto della radiazione. . . 158



# Introduzione

Circa 130 anni fa, alcuni dei problemi principali dei paesi in via di sviluppo, erano il costo del carbon fossile (necessario per la produzione di energia) e la sua difficile reperibilità a causa dei trasporti non ancora diffusi. Ora ci dobbiamo preoccupare della non illimitatezza delle risorse energetiche. L'uomo, durante il XX secolo, è stato spronato a doversi ingegnare per riuscire a sfruttare, in maniera sostenibile dal punto di vista economico e ambientale, risorse energetiche alternative ai combustibili fossili, come il sole, il vento e il mare.

A cavallo della seconda Rivoluzione Industriale (1856 - 1878), anche se non aveva interessato tutta l'umanità<sup>1</sup>, lo sviluppo delle macchine a vapore e l'abnorme utilizzo di carbon fossile, aveva spronato alcuni scienziati (in particolare il francese Augustin Mouchot) ad ideare macchine che non necessitassero più del carbone in previsione del termine del carburante.

Proprio a quegli anni si fan risalire i primi veri esperimenti su macchine solari (versioni più tecnologiche dei famosi specchi ustori di Archimede), per sfruttare l'energia solare a scopi termici. Queste «macchine», dopo un entusiasmo iniziale, subirono l'ondata della scoperta di nuove fonti energetiche come il petrolio e l'elettricità, risalente proprio a quegli anni. Il problema della reperibilità delle risorse energetiche era superato. Così si credeva.

Oggi questo problema oltre a riguardare tutta l'umanità è appesantito anche dalle situazioni climatico-ambientali critiche, legate proprio allo sviluppo industriale e ad uno sfruttamento spregiudicato dell'ambiente con rilevanti immissioni nell'atmosfera di  $CO_2$ . Proprio dagli inizi del XX secolo è cominciato lo sviluppo di sistemi in grado di sfruttare l'energia solare, che è l'alternativa più immediata ai combustibili fossili.

La tecnologia del solare, accompagnata anche dall'avvento dell'Ottica Non-Imaging (NIO)<sup>2</sup>, è oggi ad alti livelli. Oltre ai noti pannelli fotovoltaici piani

---

<sup>1</sup>Aveva riguardato in particolare l'Europa, USA e Cina.

<sup>2</sup>Un sistema Ottico Imaging è caratterizzato da tre componenti principali, l'oggetto, l'ottica e l'immagine che forma, mentre per un sistema Ottico NonImaging all'oggetto è sostituita una sorgente luminosa e all'immagine un ricevitore.

(i loro costi sono legati alla lavorazione del Silicio) è stata sviluppata una vasta gamma di modelli di concentratori solari, come quelli statici, a puntamento a uno o due assi, con approccio riflettivo o rifrattivo<sup>3</sup>. Tutti questi dispositivi, nonostante tutto, sono poco diffusi sia nei privati che nelle industrie, per motivi di costi e per problemi di carattere gestionale.

La mia tesi ha riguardato l'analisi delle caratteristiche ottiche dei componenti a concentrazione solare per dispositivi fotovoltaici, sia ad Ottica Imaging che ad Ottica NonImaging.

Riporto in principio una descrizione teorica dei concentratori solari classici ad Ottica Imaging (IO) come ad esempio gli specchi paraboloidali, valutando il loro limite massimo di concentrazione.

Passo in seguito a parlare dello sviluppo dell'Ottica NonImaging, la cui prima applicazione è stata proprio nella realizzazione di componenti ottici a concentrazione dotati di una geometria basata sul *edge ray principle* tale da permettere il raggiungimento di elevati rapporti di concentrazione termodinamici. Inoltre il profilo di questi dispositivi ottici è tale per cui le celle solari, la cui funzione è quella di raccogliere il flusso di energia radiante e convertirlo in energia elettrica (con un'efficienza di circa il 15%), sono poste dietro di essi ed è così disponibile più spazio per i dissipatori di calore.

Oltre ai noti *Compound Parabolic Concentrator* (CPC) 2D-3D, studio anche il modulo Rondine sviluppato dallo spin-off *CPower® S.r.l* dell'Università di Ferrara, il quale ha la particolarità di avere il profilo dell'apertura dell'ingresso che non giace in un piano.

La tecnologia dei sistemi fotovoltaici a concentrazione richiede che i singoli componenti (di piccole dimensioni rispetto tutto il sistema) vengano caratterizzati con dei metodi ottici in modo tale da ricavare la loro efficienza ottica globale  $\eta(\theta)$  in funzione del loro disallineamento rispetto al sole. Gli ultimi capitoli della tesi sono dedicati alle due ramificazioni fondamentali dei metodi di caratterizzazione: il metodo diretto (DCM) e il metodo inverso (IM o ILLUME dall'inglese *Inverse ILLumination MEthod*). Quello che viene fatto in laboratorio è di riproporre una sorgente luminosa i cui raggi abbiano la stessa geometria di quelli solari. Nel metodo diretto i raggi vengono puntati direttamente dall'apertura d'ingresso del concentratore verso la sua uscita (si misura il cambio di flusso) che raccoglie la cella solare in funzione di spostamenti angolari (entro un valore caratteristico  $\theta_{acc}$  le proprietà del concentratore sono poco sensibili a questi spostamenti) del concentratore rispetto la direzione della sorgente. In questo modo è possibile costruire la curva d'efficienza del concentratore in funzione dell'angolo  $\theta$ . Questa proce-

---

<sup>3</sup>I sistemi a concentrazione richiedono un utilizzo ridotto del silicio rispetto ai pannelli fotovoltaici piani.

dura, come si può intendere, richiede una serie lunga di misure.

Nel metodo inverso il concentratore viene irradiato dall'apertura d'uscita verso quella d'ingresso con una sorgente luminosa che deve essere uniforme, lambertiana e non polarizzata. E' molto più immediato del metodo diretto. Il profilo dell'intensità della luce proiettata dal concentratore su uno schermo piano lambertiano può essere convertito nel profilo della radianza della sorgente emittente, la quale è equivalente al profilo della curva di efficienza di trasmissione del concentratore. In questo modo, poichè ci aspettiamo di ottenere risultati uguali per entrambi i metodi, si mette a verifica l'effettiva validità del metodo inverso e si prova il principio di *reversibilità*.

Questi studi teorici e sperimentali sono affiancati da simulazione (con il software TracePro®) di sistemi ottici analoghi a quelli reali assemblati in laboratorio. Queste informazioni non sono solo un'analisi dei concentratori (ad Ottica Imaging e Ottica NonImaging) da un punto di vista applicativo, ma possono rivelarsi importanti per l'individuazione di altri metodi di caratterizzazione o di altre applicazioni dei concentratori.



# Capitolo 1

## Concentrazione solare: sistemi IO e NIO

La luce che viaggia attraverso un sistema ottico occupa area e ha una certa estensione angolare.

Una sorgente sferica di luce  $S_R$  di raggio  $r$ , come nella Figura 1.1, emette luce in tutto lo spazio. La luce espandendosi illuminerà la superficie interna

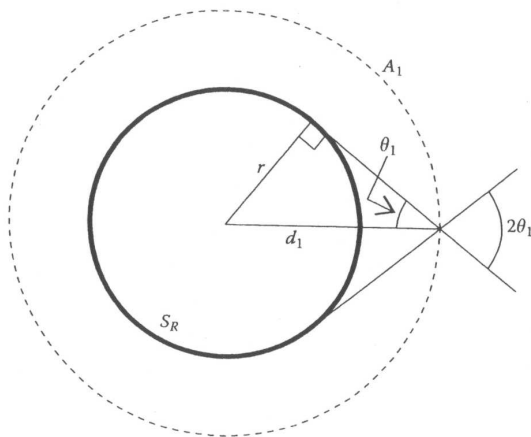


Figura 1.1: L'angolo  $\theta_1$  e la distanza  $d_1$  sono legate da  $\frac{r}{d_1} = \sin \theta_1$ .

di una sfera di area  $A_1 = 4\pi d_1^2$  e di raggio  $d_1$  sottendendo un angolo  $\theta_1$  che si ottiene da  $\frac{r}{d_1} = \sin \theta_1$ . Si riprende l'Equazione appena ottenuta del  $\sin \theta_1$  e la si sostituisce nell'espressione dell'area della superficie sferica  $A_1$  ottenendo  $A_1 \sin^2 \theta_1 = 4\pi r^2 = A_S$ , dove  $A_S$  è l'area della sorgente  $S_R$ .

Questo si ripete man mano che la luce continua ad espandersi su superfi-

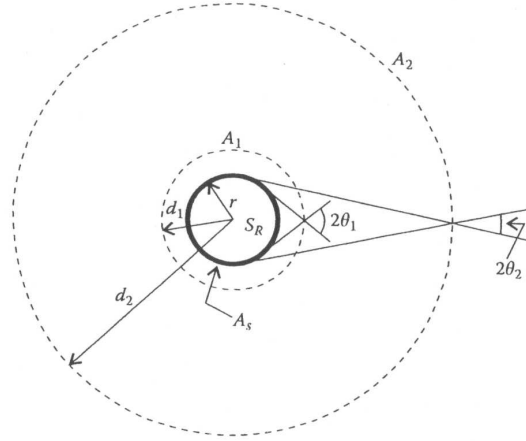


Figura 1.2: Man mano che la luce emessa da una sorgente sferica  $S_R$  viaggia attraverso lo spazio, l'area che essa illumina aumenta, mentre la dispersione angolare della luce diminuisce.

ci sferiche successive con raggi sempre più grandi ma in maniera tale che la quantità  $A \sin^2 \theta$  sia conservata. La quantità  $U = \pi A \sin^2 \theta$  è chiamata étendue della radiazione che attraversa un'area  $A$  all'interno di un cono di semi-angolo  $\pm \theta$  ed è conservata nella geometria appena descritta.

Se si avesse luce che si espande in un piano, emessa da una sorgente  $S_R$  a forma di cerchio, con un raggio  $d$  e un perimetro  $a$  sarebbe conservata la quantità  $a \sin \theta$ . La quantità  $U = 2a \sin \theta$  è chiamata étendue di una radiazione che attraversa una lunghezza  $a$  all'interno di un angolo  $\pm \theta$  ed è conservata nella geometria precedentemente spiegata.

## 1.1 La fisica della concentrazione

Un concentratore ottico è un dispositivo ottico che raccoglie la luce guidando i raggi su una sezione istantanea via via più piccola e allo stesso tempo incrementandone la divergenza angolare  $\theta$  in modo tale che, secondo quanto si ricava dal teorema di Liouville, la quantità  $A \sin^2 \theta$  sia costante<sup>1</sup>. Più fisicamente parlando, un concentratore non fa altro che aumentare la densità del flusso incidente.

Un concentratore ottico reale non è in grado di concentrare con un'efficienza

<sup>1</sup>Si vedrà in seguito come questa quantità è associata alla conservazione della radianza che a sua volta è legata alla conservazione dell'étendue.

del 100%, per vari motivi, come l'assorbimento da parte delle pareti stesse del concentratore oppure per riflessione indietro dei raggi.

### 1.1.1 Conservazione dell'étendue

Una tipica applicazione dell'ottica nonimaging è quella di trasferire radiazione da una sorgente ad un ricevitore conservando l'étendue. Proprio per

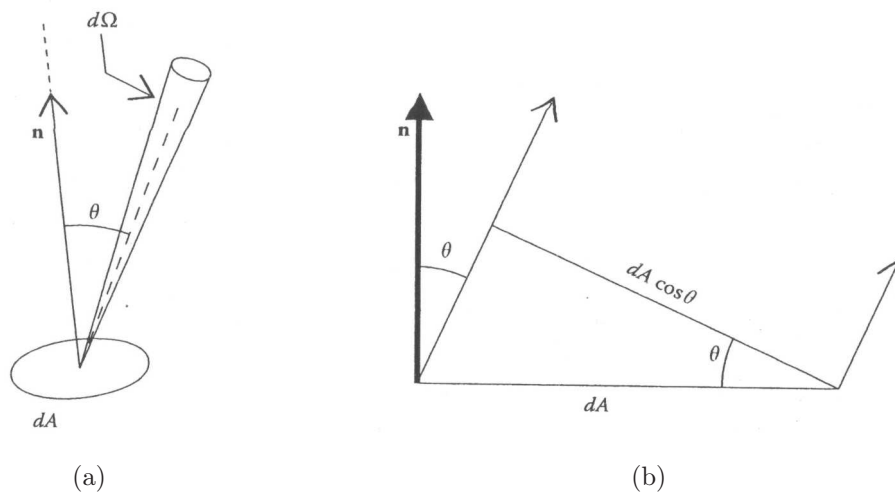


Figura 1.3: Definizione di radianza.

questo motivo, l'étendue rappresenta un concetto cardine in questo campo. La conservazione dell'étendue, anche se è stata introdotta in campo ottico, risulta essere importante anche in altri campi come in meccanica classica (statistica), in radiometria o in problematiche riguardanti il trasferimento di calore, e può essere ricavata a partire da principi ottici.

Qui la si ricava a partire da un punto di vista termodinamico, e per farlo si introduce il concetto di radianza, che sarà discusso più in dettaglio nel Capitolo 2. Sia  $dA$  una superficie che emette radiazione con un flusso  $d\Phi$  ad un angolo  $\theta$  rispetto il suo versore normale, e sia il flusso contenuto all'interno di una angolo solido  $d\Omega$ . La radianza è definita da

$$L = \frac{d^2\Phi}{dA \cos \theta d\Omega}. \quad (1.1)$$

L'Equazione 1.1, nel caso in cui la superficie  $dA$  sia contenuta in un mezzo

con indice di rifrazione<sup>2</sup>  $n$ , può essere riscritta come

$$d\Phi = \frac{L}{n^2} n^2 dA \cos \theta d\Omega = L^* dU, \quad (1.2)$$

dove  $L^* = \frac{L}{n^2}$  è chiamata radianza fondamentale, mentre

$$dU = n^2 dA \cos \theta d\Omega \quad (1.3)$$

è l'étendue che è stata introdotta in precedenza ma con un  $n^2$  in più all'interno dell'espressione poichè la radiazione si sta propagando in un mezzo ad indice di rifrazione  $n$ . L'intensità della radiazione, che corrisponde al flusso emesso

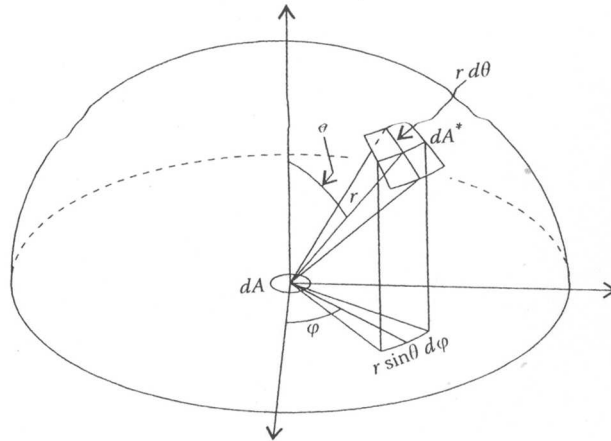


Figura 1.4: L'angolo solido in coordinate sferiche.

per angolo solido, è data da

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega} = L dA \cos \theta, \quad (1.4)$$

dove  $dA$  è l'area della superficie emittente e l'angolo  $d\Omega$  è preso attorno alla direzione che fa un angolo  $\theta$  rispetto alla normale  $\mathbf{n}$  alla superficie.

Generalmente  $L$  può dipendere dalla direzione della luce che viene emessa,

<sup>2</sup>Si precisa che l'indice di rifrazione è un parametro per un mezzo trasparente legato alla velocità della luce nel mezzo stesso. Nello specifico, se  $c$  è la velocità della luce nel vuoto, la velocità in un mezzo materiale trasparente è  $\frac{c}{n}$ . Per luce visibile, materiali sfruttabili nello spettro del visibile hanno valori di  $n$  che stanno tra l'unità e circa 3.



ma un caso particolarmente importante è quello in cui invece  $L$  è costante. L'intensità allora è proporzionale al  $\cos\theta$ , che è la proiezione dell'area  $dA$  lungo la direzione  $\theta$ , come si può osservare nella Figura 1.3(b). Una superficie che emette radiazione con questo tipo di distribuzione angolare è detta emettitore lambertiano (si tratterà in maniera più approfondita nel Capitolo 2).

E' possibile calcolare ora il flusso totale di emissione  $d\Phi_{\text{hem}}$  di un area  $dA$  immersa in un mezzo ad indice di rifrazione  $n$  su un intero emisfero semplicemente integrando l'Equazione 1.2 su un angolo solido sotteso dall'emisfero stesso. L'area  $dA^*$  sulla superficie di un sfera di raggio  $r$  sottende un angolo solido  $d\Omega$  che è dato da

$$d\Omega = \frac{dA^*}{r^2} = \sin\theta d\theta d\varphi, \quad (1.5)$$

come viene mostrato nella Figura 1.4 in coordinate sferiche.

Il flusso della luce emessa sull'intero emisfero dall'area  $dA$  è quindi fornito da

$$d\Phi_{\text{hem}} = L^* n^2 dA \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi = \pi n^2 L^* dA. \quad (1.6)$$

Si supponga che l'area  $dA$  sia un corpo nero emittente che si trova alla temperatura  $T$ , e che la sua emissione sia lambertiana; allora il flusso totale emesso, in watt, all'interno dell'emisfero è

$$d\Phi_{\text{hem}} = \sigma T^4 dA. \quad (1.7)$$

Il valore della costante  $\sigma$  di Stephan-Boltzmann in un materiale ad indice di rifrazione  $n$  è fornito dalla seguente espressione

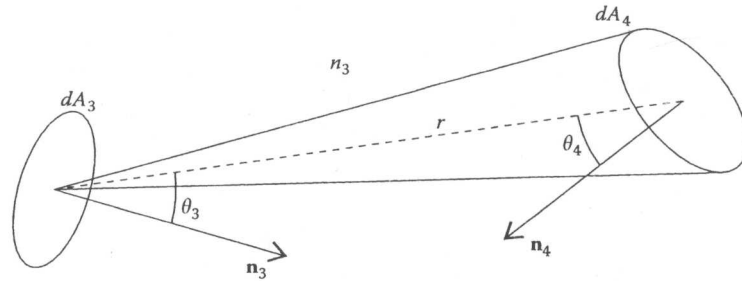
$$\sigma = n^2 \frac{2\pi}{15} \frac{k^4}{c_0 h^3} = n^2 \sigma_V, \quad (1.8)$$

dove  $\sigma_V = 5.670 \times 10^{-8} \text{Wm}^{-2} \text{K}^{-4}$  è il suo valore nel vuoto ( $n = 1$ ),  $h$  è la costante di Planck,  $k$  è la costante di Boltzmann, e  $c_0$  è la velocità della luce nel vuoto. Dall'Equazione 1.6, per mezzo della 1.7 e 1.8 si ricava

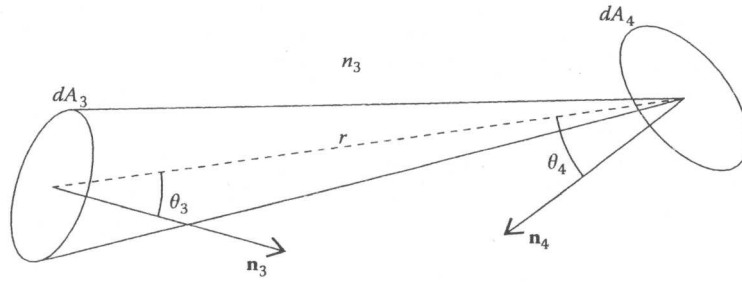
$$L^* = \frac{\sigma_V T^4}{\pi} \quad (1.9)$$

per la radianza fondamentale di un corpo nero emittente alla temperatura  $T$  attraverso un mezzo con indice di rifrazione  $n$ .

La Figura 1.5 mostra la prima di queste situazioni. Siano quindi  $dA_3$  e  $dA_4$



(a)



(b)

Figura 1.5: Prima situazione: l'étendue della luce emessa da  $dA_3$  verso  $dA_4$  uguaglia la luce emessa da  $dA_4$  verso  $dA_3$ .

due elementi di superficie separati da una distanza  $r$  e da un mezzo con indice di rifrazione  $n_3$ , e siano  $\theta_3$  e  $\theta_4$  gli angoli formati dalle normali  $\mathbf{n}_3$  e  $\mathbf{n}_4$  alle rispettive superfici con la direzione  $r$ .

Se la superficie  $dA_3$  stà emettendo verso  $dA_4$ , l'étendue è [Figura 1.5(a)]

$$dU_{34} = n_3^2 dA_3 \cos \theta_3 d\Omega_{34} = n_3^2 dA_3 \cos \theta_3 \frac{dA_4 \cos \theta_4}{r^2}. \quad (1.10)$$

Allo stesso modo, se è  $dA_4$  che emette verso  $dA_3$ , l'étendue della luce è [Figura 1.5(b)]

$$dU_{43} = n_3^2 dA_4 \cos \theta_4 d\Omega_{43} = n_3^2 dA_4 \cos \theta_4 \frac{dA_3 \cos \theta_3}{r^2}. \quad (1.11)$$

Si conclude, a partire dalle relazioni 1.10 e 1.11, che

$$dU_{34} = dU_{43}. \quad (1.12)$$

Si consideri ora una seconda situazione (si veda la Figura 1.6), in cui il sistema è in equilibrio, ovvero il flusso di radiazione  $d\Phi_{34}$  che  $dA_3$  emette verso  $dA_4$  bilancia esattamente il flusso  $d\Phi_{43}$  che  $dA_4$  emette verso  $dA_3$ . Dall'uguaglianza dei due flussi  $d\Phi_{34} = d\Phi_{43}$  e dalle Equazioni 1.2 e 1.12 si ha

$$L_3^* = L_4^*, \quad (1.13)$$

dove  $L_3^*$  è la radianza fondamentale della luce a  $dA_3$  della luce emessa da  $dA_3$  verso  $dA_4$  e  $L_4^*$  è la radianza fondamentale a  $dA_4$  della luce emessa da  $dA_4$  verso  $dA_3$ . Ora consideriamo anche una terza situazione, come mostra la Figura 1.7, in cui ora  $dA_3$  è un corpo nero alla temperatura  $T_3$  che emette luce all'interno di un mezzo con indice di rifrazione  $n_3$ .

Tra le aree  $dA_4$  e  $dA_5$  è sistemata un'ottica arbitraria  $O_P$  che manda la luce in arrivo da  $dA_3$  verso  $dA_5$ . Analogamente anche  $dA_5$  è un corpo nero, e la sua temperatura  $T_5$  è strettamente legata alla radiazione che scambia con la sorgente  $dA_3$ . Il corpo nero  $dA_5$  a sua volta, a causa della sua stessa temperatura  $T_5$ , emette luce, perciò si può considerare che l'ottica  $O_P$  tra  $dA_4$  e  $dA_5$  spedisca la luce di nuovo verso  $dA_3$ . A questo punto, delineata la situazione, si possono fare le considerazioni di tipo termodinamico. Il secondo principio della termodinamica afferma che un processo in cui si abbia il solo trasferimento di calore da un corpo ad un altro che si trova a temperatura più alta è impossibile (postulato di Clausius). Per come è stato supposto il sistema, e per ciò che stabilisce il secondo principio della termodinamica, quindi, il valore massimo della temperatura di  $dA_5$  deve uguagliare la temperatura di

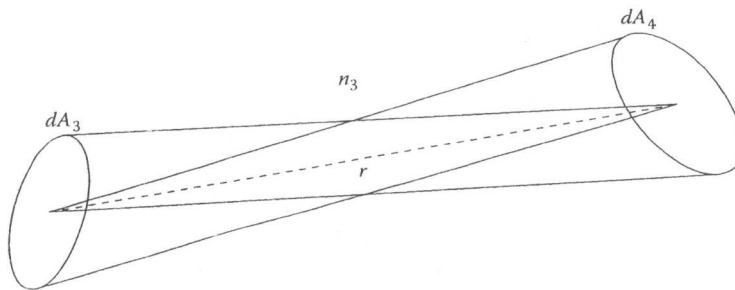


Figura 1.6: Seconda situazione: all'equilibrio, la radianza fondamentale della luce emessa da  $dA_3$  verso  $dA_4$  uguaglia quella della luce emessa da  $dA_4$  verso  $dA_3$ .

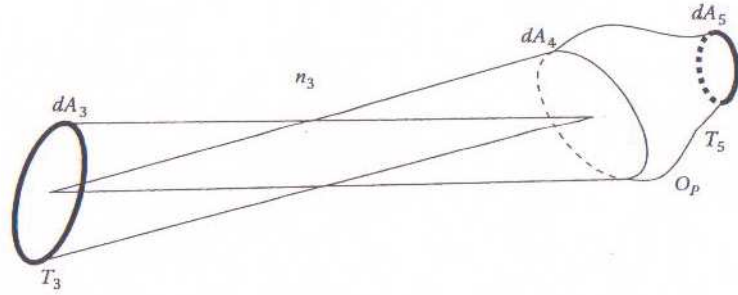


Figura 1.7: Terza situazione un corpo nero  $dA_3$  alla temperatura  $T_3$  emette luce verso l'apertura d'ingresso  $dA_4$  di un'ottica  $O_P$ .

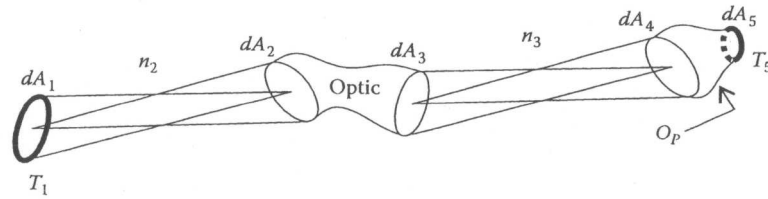


Figura 1.8: Quarta situazione: un corpo nero  $dA_4$ , alla temperatura  $T_1$  emette luce che entra all'interno di un'ottica attraverso  $dA_2$ . La stessa luce che esce dall'ottica attraverso  $dA_3$  andando verso  $dA_4$ , viene infine ridiretta verso  $dA_5$  per mezzo dell'ottica  $O_P$ . All'equilibrio termico,  $T_5 = T_1$ .

$dA_3$ , ovvero  $T_{5\max} = T_3$ . Quindi è stabilito anche il massimo valore della radianza fondamentale  $L_5^*$  a  $dA_5$ , poichè essa è strettamente connessa alla temperatura secondo l'Equazione 1.9. Se tutto il sistema è all'equilibrio a  $T_3 = T_5$ , e cioè anche le radianze fondamentali associate alle rispettive temperature sono uguali  $L_3^* = L_5^*$ , si ricava che

$$L_3^* = L_4^* = L_5^*. \quad (1.14)$$

Si consideri ora una quarta e ultima situazione, che comprende tutte le situazioni precedenti (si veda la Figura 1.8). Sia  $dA_1$  un corpo nero alla temperatura  $T_1$  che emette luce attraverso il mezzo ad indice di rifrazione  $n_2$  in cui è immerso. La luce emessa, viene catturata da  $dA_2$  che è l'apertura d'ingresso di un'ottica, e una volta attraversata l'ottica stessa, se ne esce dall'apertura d'uscita  $dA_3$ . La luce viaggia poi da  $dA_3$  verso  $dA_4$  in un mezzo ad indice di rifrazione  $n_3$  per poi giungere ad un corpo nero  $dA_5$  attraversando un'altra

ottica  $O_P$ . Secondo ciò che è stato mostrato alla seconda situazione, si conclude che vale  $L_1^* = L_2^*$ , e poichè per il secondo principio della termodinamica si stabilisce che la temperatura massima per il corpo nero  $dA_5$  non può che essere  $T_5 = T_1$ , si ha pure l'uguaglianza tra le loro radianze  $L_1^* = L_5^*$ . Nel complesso, dall'Equazione 1.14 si ottiene il seguente risultato:

$$L_1^* = L_2^* = L_3^* = L_4^* = L_5^*, \quad (1.15)$$

che ci mostra come la radianza fondamentale si conservi attraverso tutto il sistema. Si può quindi affermare che, se attraverso un sistema si conserva il flusso, poichè la radianza fondamentale è a sua volta conservata, anche attraverso l'ottica (cioè  $L_1^* = L_2^*$ ), allora anche l'étendue è conservata attraverso l'ottica. Si può cioè scrivere

$$dU_{21} = dU_{34}, \quad (1.16)$$

la quale stabilisce che l'étendue della luce che entra nell'ottica a  $dA_2$  uguaglia l'étendue della luce che esce dall'ottica in  $dA_3$ .

### 1.1.2 L'étendue come quantità geometrica

Si danno ora altre nozioni per fissare meglio il significato fisico dell'étendue. Si considera il caso banale di calcolare l'étendue nel caso di indice di rifrazione  $n = 1$ , che corrisponde all'aria. L'étendue in questo caso è data da  $dU = dA \cos d\Omega$ , la quale non è altro che una quantità geometrica (si veda la Figura 1.9)

Per spiegare l'espressione dell'étendue, si immagini la luce che attraversa un'area  $dA$ , e poi si ritrova in una stanza. La stanza viene descritta per mezzo di una coordinata spaziale che altro non è che la superficie, e da una coordinata angolare che è rappresentata dall'angolo solido. La quantità  $dA \cos \theta$  indica la proiezione dell'area  $dA$  lungo una direzione  $\theta$  rispetto la sua normale lungo la quale si propaga la luce. Ecco perchè l'étendue non è altro che il prodotto dello spazio disponibile nella stanza  $dA \cos \theta$  con la sua estensione angolare  $d\Omega$  che è il ben noto angolo solido. La conservazione dell'étendue significa che il prodotto di queste due componenti deve essere costante attraverso tutto un sistema, quindi se l'area disponibile alla luce cala, l'angolo solido che vede deve aumentare e viceversa.

Si immagini di illuminare l'interno di una scatola con tre torce che emettono un fascio di luce con un'apertura angolare  $\alpha$ . Si pratichi su un lato della scatola un'apertura grande **AB**, come nella Figura 1.10: essa riceve la luce

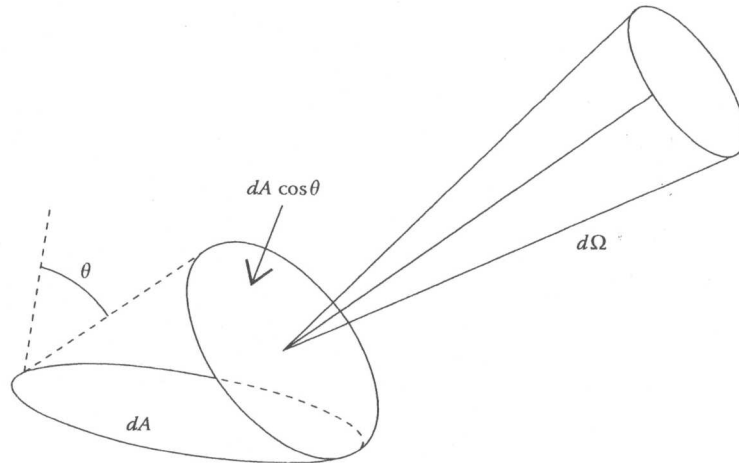


Figura 1.9: L'étendue è una quantità geometrica che quantifica l'ammontare di spazio disponibile per il passaggio della luce.

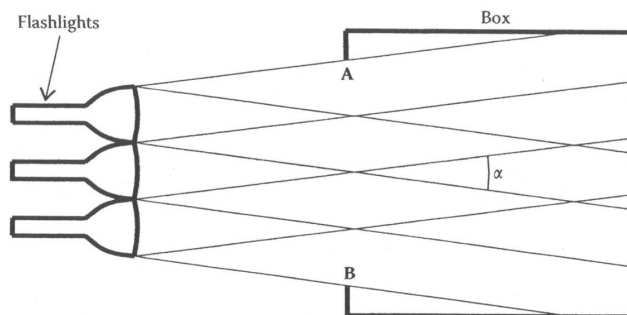


Figura 1.10: L'interno di una scatola è illuminato usando tre torce parallele. Il buco **AB** su un lato della scatola è grande, ma la luce ha una piccola apertura angolare  $\alpha$ .

attraverso l'apertura **AB** ma la vede con una piccola apertura angolare  $\alpha$ . Si sceglie di illuminare in maniera alternativa la scatola praticandole ora una piccola apertura **CD** e inclinando le torce in maniera che la luce attraversi l'apertura (si veda Figura 1.11). In questo caso l'apertura angolare della luce che entra nella scatola è più grande e la si indica con  $\beta$ . Si è visto nuovamente come fornendo più area alla luce, cala la necessità di spazio angolare e viceversa. Questa conservazione area - angolo non è altro che la conservazione dell'étendue.

Si complica la situazione, la luce viaggia attraverso un mezzo ad indice di

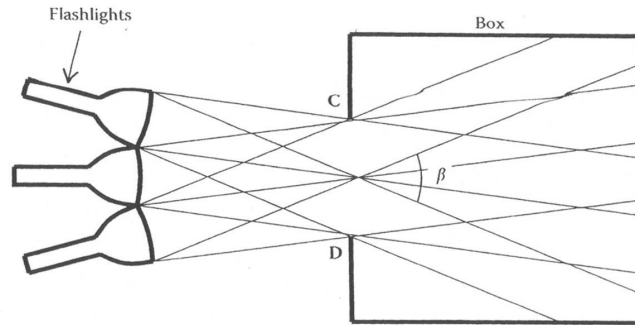


Figura 1.11: L'interno della scatola è illuminato usando tre torce convergenti. Il buco  $CD$  su un lato della scatola è piccolo, ma la luce ha grande divergenza angolare  $\beta$ .

rifrazione  $n \neq 1$ : in questo caso si può raccogliere  $n^2$  volte più luce rispetto al caso in cui passa attraverso l'aria ( $n = 1$ ), e l'étendue è ora  $dU = n^2 dA \cos d\Omega$ . Si veda la Figura 1.12. La luce diffusa all'interno di un mezzo ad indice di rifrazione  $n$  rifrange verso l'aria. La luce che è contenuta all'interno dell'angolo critico  $\pm\alpha_C$  rifrange verso l'aria espandendosi su tutto lo spazio angolare tra  $\pm\frac{\pi}{2}$ . Il fascio  $b_1$  che si trova oltre l'angolo critico è soggetto a riflessione interna totale, perciò continua il suo percorso nel mezzo ad indice di rifrazione  $n$ , come il fascio  $b_2$ . Questo significa che lo spazio, sia in termini di superficie che in termini di angolo, disponibile per la luce in aria è più piccolo, e alcuni raggi nel mezzo ad indice di rifrazione  $n$  vengono rigettati a causa di riflessione interna all'interfaccia.

Ora mandando la luce dall'aria verso il mezzo ad indice di rifrazione  $n$ , si può osservare come la luce rifratta in questo mezzo rimanga confinata all'interno di un angolo critico, ovvero non occupa tutto lo spazio angolare disponibile. Tutte queste considerazioni sono importanti per fissare l'idea che se il flusso di luce è costante, la stanza attraversata dalla luce stessa si adatta in superficie e dimensione angolare in modo tale che l'étendue rimanga costante. È proprio questo concetto fisico che è alla base della concentrazione di radiazione. Inoltre, la radianza di base fornita dall'Equazione 1.1 può essere riscritta come  $L^* = \frac{d\Phi}{dU}$ , che non è altro che una misura della «densità» di luce.

### 1.1.3 L'étendue come volume nello spazio delle fasi

Si supponga di avere un raggio luminoso che taglia l'asse  $x_1$  nel punto  $(x,0)$  e che poi prosegue nella direzione dell'asse  $x_2$  positiva definita dal momento

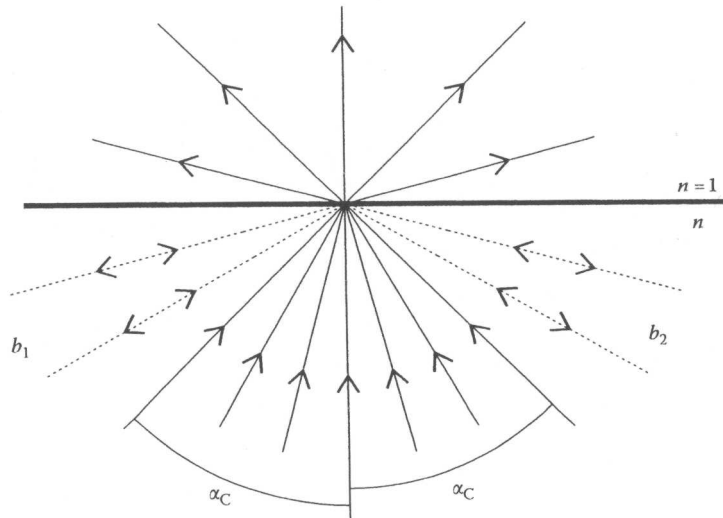


Figura 1.12: In un mezzo ad indice di rifrazione  $n$ , si ha più luce rispetto ad un mezzo ad indice di rifrazione con  $n = 1$ .

ottico  $\mathbf{p}$ , come si può osservare nella Figura 1.13 (sinistra). L'asse  $x_1$  ha

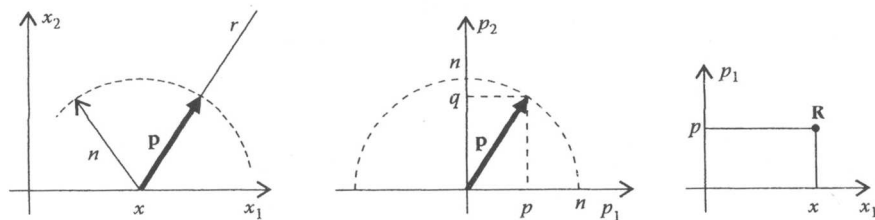


Figura 1.13: Un raggio luminoso che attraversa l'asse  $x_1$  verso  $x_2$  positivo può essere definito da un punto  $\mathbf{R}$  nello spazio delle fasi  $x_1 p_1$ .

indice di rifrazione  $n$ . Il momento ottico ha componenti  $\mathbf{p} = (p, q)$  nello spazio  $(p_1, p_2)$ ; poichè la luce si propaga verso le  $x_2$  positivo e  $|\mathbf{p}| = n$ , si ha che  $p^2 + q^2 = n^2$  con  $q > 0$ . La coordinata  $q$  del momento ottico può essere ricavata in funzione di  $p$  da

$$q = \sqrt{n^2 - p^2}. \quad (1.17)$$

Nella Figura 1.13 (centro) è possibile vedere come  $\mathbf{p}$  è anche un vettore che



parte dall'origine di un semicerchio di raggio  $n$ , centrato nell'origine e giacente sull'asse  $x_1$ . Con il solo valore di  $p$  si definisce completamente  $(p, q)$  e quindi il vettore  $\mathbf{p}$  e la direzione del raggio luminoso, ciò vuol dire che la coordinata  $p_1$  del vettore  $\mathbf{p}$ , data da  $p$ , è sufficiente per definire la direzione di propagazione del raggio luminoso  $r$  nel punto  $(x, 0)$ .

Secondo queste considerazioni, si può dedurre che il raggio luminoso può essere definito per mezzo di un punto  $\mathbf{R} = (x, p)$  nello spazio  $(x_1, p_1)$  detto spazio delle fasi, il quale da solo fornisce sia la posizione che la direzione del raggio stesso in un mezzo ad indice di rifrazione  $n$ . Si supponga ora di avere radiazione contenuta all'interno di raggi marginali  $r_A$  ed  $r_B$  nel punto  $(x, 0)$  immerso in un indice di rifrazione  $n$  (vedi Figura 1.14(a)). Ognuno di

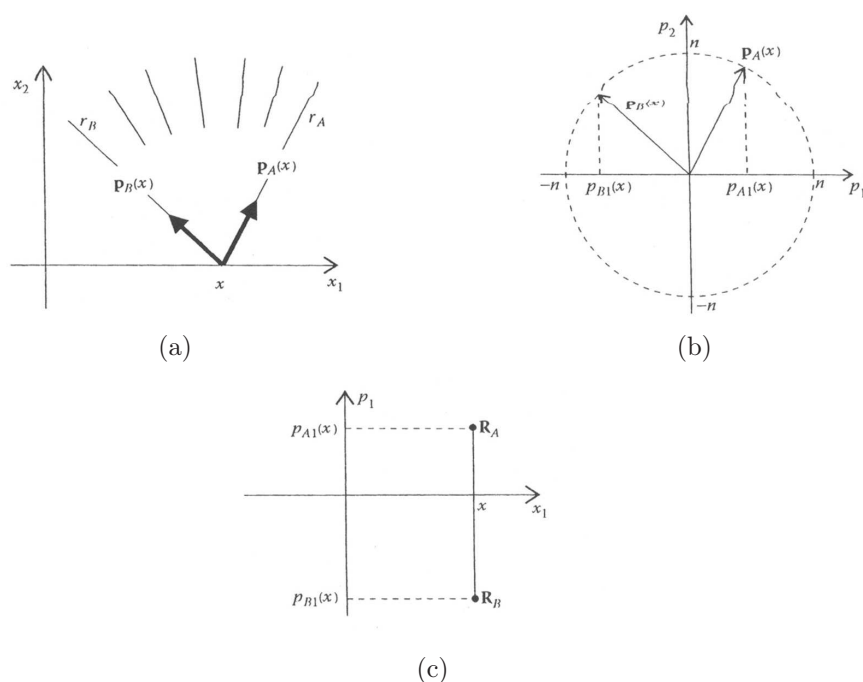


Figura 1.14: (a) Radiazione contenuta tra i raggi marginali  $r_A$  e  $r_B$  che passa attraverso il punto  $(x, 0)$ . (b) I due raggi marginali  $r_A$  ed  $r_B$  hanno componenti del vettore momento  $p_{A1}$  e  $p_{B1}$  lungo l'asse  $x_1$  e sono rappresentati nello spazio delle fasi come due punti  $R_A$  e  $R_B$ . (c) Tutti i raggi luminosi al punto  $(x, 0)$  contenuti tra  $r_A$  e  $r_B$  sono rappresentati da una linea verticale tra  $R_A$  e  $R_B$ .

questi raggi ha momento ottico  $\mathbf{p}_A(\mathbf{x})$  e  $\mathbf{p}_B(\mathbf{x})$  che hanno componenti lungo l'asse  $x_1$  che sono rispettivamente  $p_{A1}(x)$  e  $p_{B1}(x)$  (si veda Figura 1.14(b)). Analogamente a prima, ai due raggi luminosi rappresentati nello spazio delle fasi  $(x_1, p_1)$  corrispondono due punti  $R_A$  e  $R_B$ , come si può vedere dalla

Figura 1.14(c). Tutti gli altri raggi luminosi, passanti per il punto  $(x,0)$  con direzioni intermedie tra quelle dei raggi marginali  $r_A$  e  $r_B$ , saranno rappresentati nello spazio delle fasi alla stessa posizione orizzontale  $x$ , ma con valori di  $p_1$  che variano tra  $p_{A1}(x)$  e  $p_{B1}(x)$  come si può vedere ancora nella Figura 1.14(c). Questi raggi quindi sono rappresentati come linee verticali nello spazio delle fasi tra i punti  $R_A$  e  $R_B$ .

Ora si consideri un intervallo  $x_m x_M$  lungo l'asse  $x_1$ , lungo il quale si verifica passaggio di radiazione, per la quale le direzioni estreme variano da punto a punto dell'intervallo suddetto. Si veda la figura Figura 1.15. Per ogni punto

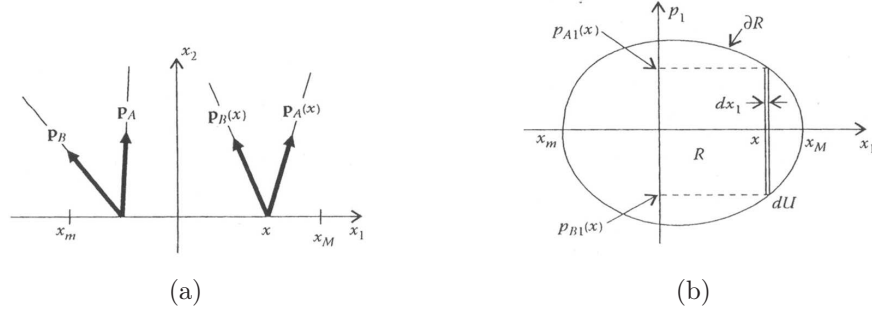


Figura 1.15: (a) Radiazione che attraversa la linea  $x_m x_M$  con direzioni estreme variabili. Per ogni valore di  $x_1$ , il momento ottico  $\mathbf{p}$  ha componenti lungo  $x_1$  che variano da  $p_{A1}(x_1)$  a  $p_{B1}(x_1)$ . (b) La zona  $R$  rappresenta tutti i raggi luminosi che passano in  $x_m x_M$  e il bordo  $\partial R$  rappresenta tutti i raggi marginali della radiazione. L'area all'interno di  $\partial R$  corrisponde all'étendue della radiazione.

lungo  $x_1$  all'interno di  $x_m x_M$ , la radiazione è contenuta tra raggi con vettori momento  $\mathbf{p}_A(\mathbf{x}_1)$  e  $\mathbf{p}_B(\mathbf{x}_1)$ , i quali hanno componenti lungo  $p_1$  pari a  $p_{A1}(\mathbf{x}_1)$  e  $p_{B1}(\mathbf{x}_1)$  come si può evincere dalla Figura 1.15(b).

Questo insieme composto da tutti i raggi marginali è rappresentato nello spazio delle fasi come una linea di contorno  $\partial R$  che passa attraverso i punti  $(x_1, p_{A1}(x_1))$  e  $(x_1, p_{B1}(x_1))$ . La zona  $R$  racchiusa da questo bordo rappresenta tutti i raggi luminosi che attraversano l'asse  $x_1$  nell'intervallo  $x_m x_M$ . Sulla base di questo è possibile calcolare l'étendue della radiazione che passa nell'intervallo  $x_m x_M$  nel modo seguente

$$U = - \iint dp_1 dx_1 = - \int_{x_m}^{x_M} \left( \int_{r_A}^{r_B} dp_1 \right) dx_1 = \int_{x_m}^{x_M} |p_{A1}(x_1) - p_{B1}(x_1)| dx_1, \quad (1.18)$$

dove

$$dU = |p_{A1}(x_1) - p_{B1}(x_1)| dx_1 \quad (1.19)$$

è l'area della striscia verticale di spessore  $dx$  da  $p_{A1}(x_1)$  a  $p_{B1}(x_1)$ , come si può vedere nella Figura 1.15(b) nel caso particolare di  $x = x_1$ . Quindi,

$U = - \iint dp_1 dx_1$ , non è altro che l'area della zona  $R$  nello spazio delle fasi. Si può concludere che l'etendue della radiazione che attraversa  $x_m x_M$  è data dall'area della zona  $R$  nello spazio delle fasi racchiusa dal bordo  $\partial R$ .

#### 1.1.4 Definizione di rapporto di concentrazione

E' necessario introdurre una grandezza che quantifichi quanto è grande il potere di concentrazione di un concentratore. Una delle proprietà più importanti di un concentratore, e che si denota con  $C$ , è il *rapporto di concentrazione*. E' possibile identificare due tipi distinti di rapporto di concentrazione in base alle quantità che vengono utilizzate per valutare il grado di concentrazione di un concentratore: se viene calcolato sulla base della geometria del concentratore si valuterà il rapporto di concentrazione geometrico  $C = C_{\text{geo}}$ , mentre se viene calcolato sulla base di quantità energetiche si valuterà quello ottico  $C = C_{\text{opt}}$ .

Si supponga ora che un arbitrario concentratore sia modellato come una scatola. Questa scatola è costituita da un'apertura d'ingresso planare di area  $A$

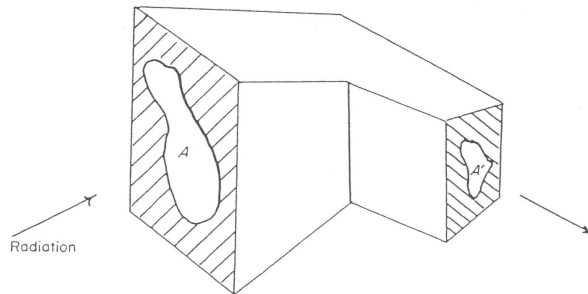


Figura 1.16: Diagramma schematico di un concentratore. Le superfici d'ingresso e d'uscita possono guardare in qualsiasi direzione; si è assunto che l'apertura  $A'$  sia larga abbastanza da permettere a tutti i raggi di emergere una volta attraversata l'ottica dotata di un certo angolo di accettazione.

e da un'apertura d'uscita di area  $A' < A$ , che è larga abbastanza da permettere a tutti i raggi trasmessi di emergere (si veda la Figura 1.16). Allora il rapporto di concentrazione geometrico è

$$C_{\text{geo}} = \frac{A}{A'}. \quad (1.20)$$

Per la definizione appena fatta, è stato assunto che la compressione del fascio entrato nel concentratore, avvenga in entrambe le dimensioni trasverse rispetto alla direzione del fascio stesso, esattamente come avviene nei sistemi

costituiti da lenti. Questa precisazione è legata al fatto che nella tecnologia dell'energia solare esiste una classe ampia di sistemi, nella quale il fascio subisce la compressione in una sola dimensione.

Il rapporto di concentrazione ottico è invece definito come

$$C_{\text{opt}} = \frac{E_{\text{out}}}{E_{\text{in}}}, \quad (1.21)$$

il quale è il rapporto tra due irradianze (questa quantità sarà approfondita nel capitolo 2), misurate in  $\frac{W}{m^2}$ . Generalmente la  $C_{\text{opt}}$  è inferiore alla  $C_{\text{geo}}$ , infatti sono legate dalla seguente relazione

$$C_{\text{opt}} = \eta(\theta)C_{\text{geo}}, \quad (1.22)$$

dove la  $\eta(\theta)$  è l'efficienza di trasmissione di un concentratore, che può essere al massimo  $|1|$ . Il caso limite, per l'appunto, è quando  $C_{\text{geo}} = C_{\text{opt}}$  e questo si verifica per un concentratore ideale (tutta la radiazione che viene trasmessa all'apertura d'uscita del concentratore emerge senza perdite), la cui efficienza è quindi al 100%.

## 1.2 Evoluzione della scienza della concentrazione solare

Quando si parla di «*specchi ustori*» non si può fare a meno di pensare al grande scienziato siracusano Archimede (287a.C - 212a.C), al quale la tradizione attribuisce la loro invenzione e l'utilizzo per la concentrazione della luce del sole in un punto per produrre il fuoco. La leggenda narra che i suoi specchi furono impiegati come macchine belliche dai siracusani contro la flotta romana di quinqueremi, capitanata dal console Marcello, durante la seconda guerra punica nel 212 a.C. In particolare erano stati utilizzati per indirizzare il raggio riflesso del sole verso le barche incendiandole (Figura 1.17). Si può partire da qui per fare un excursus complessivo di come le conoscenze tecniche e scientifiche riguardo alla concentrazione solare si sono evolute nei secoli, anche nel tentativo di riproporre l'esperienza degli specchi ustori di Archimede. Durante il periodo classico, sono numerosi gli autori che hanno riportato degli accenni agli specchi di Archimede. Si possono citare Galeno da Pergamo (129d.C - 216d.C)<sup>3</sup>, che nel terzo libro dell'opera *De temperamentis* ha scritto «*Archimede che con gli specchi ustori bruciò le navi romane*», o anche Antemio di Tralle (474d.C - 534d.C)<sup>4</sup> che nel suo trattato in greco

<sup>3</sup>Medico greco.

<sup>4</sup>Architetto e matematico bizantino, studioso e docente di geometria, meccanica ed ottica.



Figura 1.17: Rappresentazione dell'uso degli specchi ustori di Archimede contro le quinqueremi romane nell'attacco a Siracusa.

«*Paradossi meccanici*» ha dedicato un capitolo intero alla descrizione degli specchi ustori.

Nel periodo Medioevale, soprattutto gli scienziati arabi proseguirono con studi riguardanti la concentrazione solare, mentre durante il Rinascimento si possono citare gli esperimenti di Leonardo da Vinci e Cardano. Tra il '700 e l'800, vennero svolti i primi veri esperimenti per lo sfruttamento dell'energia solare per produrre energia termica.

Il conte di Buffon, Georges Louis Leclerc (1707 - 1788)<sup>5</sup>, volendo emulare la strabiliante leggenda di Archimede e dei suoi specchi ustori, si dedicò allo studio della concentrazione solare. Nel 1747 costruì una struttura piana in legno, sulla quale sistemò circa 150 specchi piani fatti con vetro ricoperto di un impasto a base di stagno delle dimensioni di  $16 \times 22$  cm, in modo tale che ognuno di essi potesse essere spostato lungo due assi per mezzo di leverismi (Figura 1.18). Con questa struttura, la quale era tale per cui era possibile variare il fuoco e adattarsi alla posizione assunta, il conte di Buffon riuscì a portare a combustione legno di abete, e riuscì a fondere del piombo e dello stagno. Fu uno dei pochi scienziati a sostenere la veridicità storica dell'esperienza degli specchi di Archimede. Negli anni seguenti preparò altri

<sup>5</sup>Naturalista, matematico, saggista e cosmologo francese.

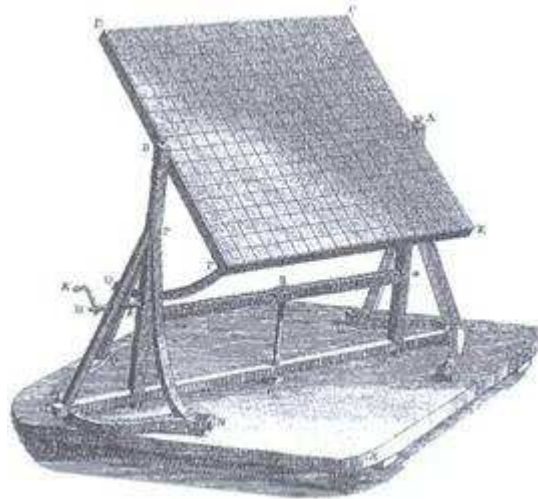
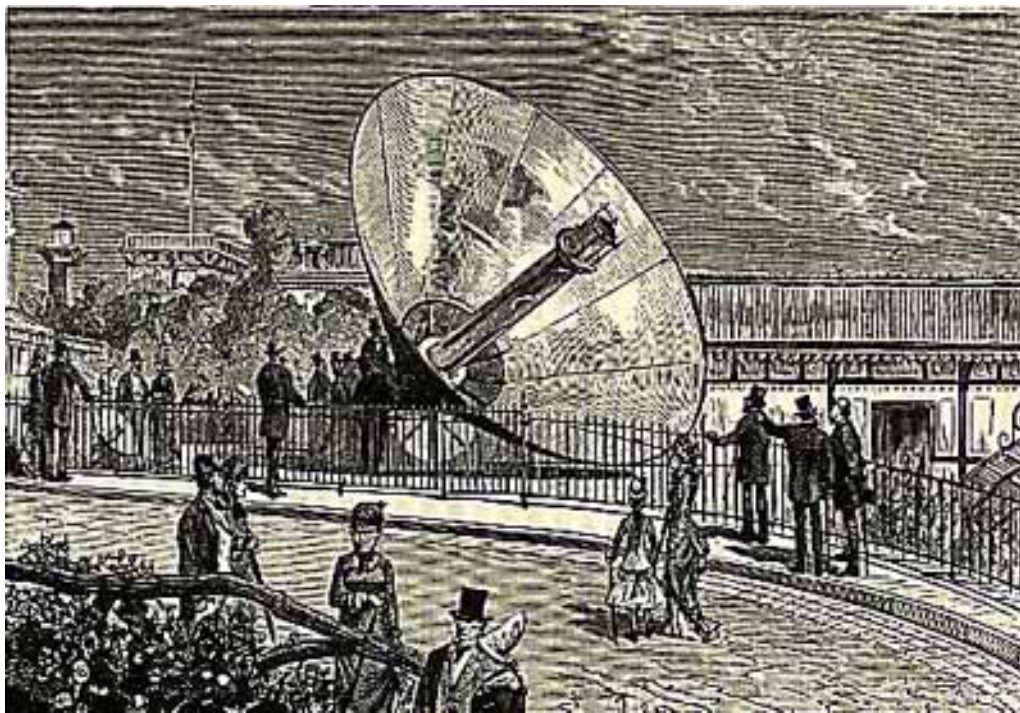


Figura 1.18: L'esperimento di Buffon del 1747.

esperimenti analoghi ma utilizzando specchi fatti con il rame essendo consapevole che all'epoca di Archimede non esistevano specchi a vetro.

Quasi cento anni più tardi, Augustin Bernard Mouchot (1823 - 1912)<sup>6</sup> cominciò a sperimentare macchine solari per ottenere energia termica, spinto dalle previsioni di esaurimento del carbon fossile molto sfruttato all'epoca. Verso il 1860 brevettò e realizzò una caldaia solare, la cui forma assomigliava a quella di un alambicco che produceva vapore. Nel 1869 riuscì a realizzare, con l'appoggio economico del governo francese, una macchina costituita da una caldaia costituita da un concentratore solare metallico a tronco di cono, che era in grado di azionare un motore alternativo da mezzo cavallo di potenza. Nel 1878, partecipò all'esposizione mondiale di Parigi, dove con il suo assistente Abel Pifre, espose un motore solare costituito da uno specchio di diametro 4m ed una caldaia con una capienza di 70l di acqua, che per mezzo di vapore ad una pressione poteva produrre ghiaccio (Figura 1.19). Negli anni successivi i finanziamenti da parte del governo francese vennero meno in virtù del fatto che i prezzi del carbone scesero per la diffusione delle ferrovie. A.Pifre (assistente di Mouchot) in occasione del Meeting dell'Unione francese della gioventù (Parigi 1882) espose un generatore di vapore a concentrazione solare. Questo alimentava con una pressione di circa 7bar una macchina tipografica *Marioni*. La macchina operò con continuità da l'una del pomeriggio fino alle cinque e mezza del pomeriggio, permettendo alla macchina tipografica di produrre approssimativamente 500 copie all'ora del giornale *Soleil Journal*, pubblicazione creata per l'occasione dallo stesso Pifre.

<sup>6</sup>Professore di matematica al Liceo di Tours in Francia.



*Figura 1.19: La macchina di Mouchot.*

La sperimentazione di macchine solari non fu un fenomeno che riguardò solo l'Europa. Fra la fine dell'800 e gli inizi del '900, in America, venne depositato un numero rilevante di brevetti sulla realizzazione di macchine termiche e concentratori. Non tutti i progetti erano realistici, ma alcuni si rivelarono tecnologicamente interessanti e quindi validi per essere realizzati.

I primi prototipi di macchine solari a concentrazione, destinate alla commercializzazione risalgono agli inizi del XX secolo. Possiamo citare John Ericsson (1803 - 1889)<sup>7</sup> e la sua pompa per irrigazione mossa da vapore solare costruita nel 1888, oppure Aubrey Eneas (1860 - 1920)<sup>8</sup>, il quale costruì concentratori solari a tronco di cono di notevoli dimensioni, che furono utilizzati soprattutto in ambito agricolo in California per azionare pompe idrauliche di irrigazione grazie al vapore prodotto dall'energia solare.

La più importante applicazione degli specchi a concentrazione solare in ambito commerciale fu l'impianto solare costruito da Frank Shuman (1862 - 1918) nel 1912, a Meadi in Egitto. Fu il più grande impianto solare dell'epoca, era costituito da  $1200m^2$  di collettori solari, funzionante 24 ore al giorno grazie ad un sistema di accumulo termico ad acqua calda; era usato per un

<sup>7</sup>Ingegnere svedese.

<sup>8</sup>Inventore inglese residente in America.

impianto di pompe da irrigazione della potenza di 55 cavalli ed una capacità di pompaggio fino a 27000l di acqua al minuto. Fu un'impresa eccezionale che presentò le possibilità future ai paesi in via di sviluppo di sopperire ai fabbisogni energetici senza dover necessariamente dipendere dai combustibili fossili.

### 1.3 Introduzione all'Ottica NonImaging

Per introdurre il concetto di Ottica NonImaging nell'ambito della concentrazione, si sceglie come esempio esplicativo la sua applicazione per l'utilizzo dell'energia solare.

La densità di potenza di radiazione che arriva sulla Terra dalla superficie del Sole, generalmente denotata con  $S$ , picca approssimativamente a  $1kWm^{-2}$  (dipende da molti fattori). Se si volesse raccogliere questa potenza assorbendola con un corpo nero perfetto, trascurando effetti quali perdite per convezione o conduzione, la temperatura  $T$  del corpo nero sarà data da<sup>9</sup>

$$\sigma T^4 = S. \quad (1.23)$$

Secondo questo esempio, la temperatura di equilibrio del corpo nero sarebbe di 364°K, la quale sarebbe sufficiente ad esempio per il rifornimento di acqua calda per i privati. La generazione di potenza elettrica su larga scala richiede ben più di una sorgente a 364°K, poichè quest'ultima ha una bassa efficienza termodinamica (nel senso che non sarebbe in grado di fornire una grande differenza in temperatura nel caso in cui si usasse un fluido per fornire calore). Una temperatura oltre i 300°C, la quale permetterebbe di generare potenza motrice, può essere ottenuta aumentando  $S$  di un fattore  $C$  che va tra i 6 ai 10 nell'Equazione 1.23. Questo non è altro che uno degli usi di un concentratore.

I primi sistemi per la concentrazione della densità di potenza della radiazione solare erano basati sull'Ottica Imaging, come è stato spiegato nei paragrafi precedenti. I problemi da risolvere per questi sistemi sono sia tecnici che pratici, ma hanno portato anche ad alcune considerazioni relative alla pura ottica geometrica. Una prima domanda riguardante i sistemi a concentrazione ad Ottica Imaging è relativa alla concentrazione massima, ovvero quanto può essere grande il valore di  $C$  nel limite di permissività teorica. Un'altra lecita domanda a questo punto è se questo valore di  $C$  può essere raggiunto in pratica. Si osserverà in seguito che per questi sistemi, riguardo il valore limite di concentrazione bisogna tener conto di problematiche

<sup>9</sup>Per il valore della costante  $\sigma$  di Stefan Boltzmann si veda l'Equazione 1.8 a pagina 9.



legate ai materiali e alla lavorazione degli stessi. In breve, i progettisti hanno constatato che la costruzione di concentratori ad Ottica Imaging che siano dotati di determinate caratteristiche richiederebbero un numero inammissibile di superfici rifrangenti e riflettenti. A volte fin da principio, non possono stabilire se esista la possibilità di apportare delle correzioni alle aberrazioni di un certo tipo. L'approccio naturale dei fisici dell'ottica classica è allora quello di giudicare il problema al pari di quello di riuscire a disegnare un sistema ad Ottica Imaging dotato di un numero di apertura molto grande o piccolo rapporto di apertura.

Uno dei risultati più interessanti emersi in questo campo è una classe di concentratori molto efficienti che soffrirebbero di aberrazioni molto grandi se fossero usati come i noti sistemi a formazione d'immagine. Questi sistemi, chiamati concentratori ad Ottica NonImaging (NIO) possono essere disegnati in modo tale che approssino il limite teorico massimo di concentrazione. Il termine *NonImaging* a volte viene sostituito dal termine *anidolico* (proviene dal greco e la sua etimologia significa *senza immagine*) nelle lingue come lo spagnolo e il francese, poichè è più specifico. Hanno alcune delle proprietà delle *pipe luminose* e alcune delle proprietà dei sistemi a formazione d'immagine ma con grandi aberrazioni. Lo sviluppo di progetti per questi concentratori e lo studio delle loro proprietà ha portato allo sviluppo di nuove idee e teoremi in ottica geometrica. Il tipo particolare di concentratore NIO, che ha dato inizio al più grande sviluppo, era originariamente concepito come un dispositivo per la raccolta di più luce possibile da un grande volume in un certo range di angolo solido al catodo di un fotomoltiplicatore (Figura 1.20). Poichè il fotomoltiplicatore era limitato in dimensione, mentre il volume in

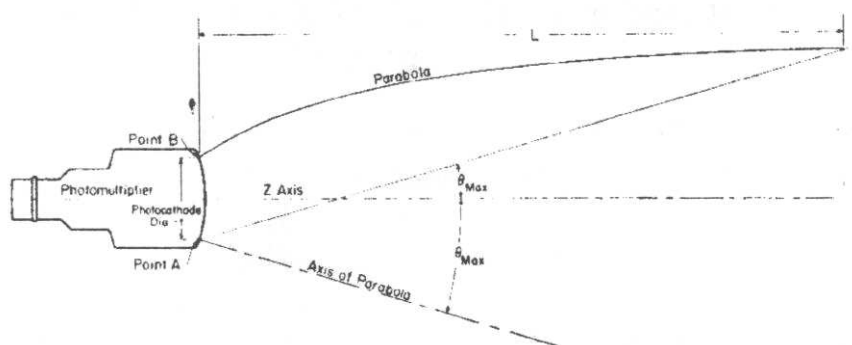


Figura 1.20: Costruzione di un imbuto per la luce.

questione era dell'ordine di  $1m^3$ , questo era chiaramente un problema di concentrazione (Harper e altri, 1966). In seguito questo concetto venne applicato

alla rilevazione di infrarossi (Harper e altri,1976), dove è ben noto che il rumore in un sistema per un certo tipo di rilevamento cresce con l'area della superficie del rilevatore.

E' fondamentale chiarire che l'aggettivo *NonImaging* non è opposto a quello *Imaging*.

## Capitolo 2

# Ottica geometrica

### 2.1 Concetti basilari di ottica geometrica

L'ottica geometrica è usata come strumento base nel disegno della maggior parte dei sistemi ottici, sia che siano a formazione d'immagine o meno. Si usa l'idea intuitiva di raggio di luce, definito come il percorso lungo il quale l'energia del raggio viaggia, abbinata alle superfici che riflettono e trasmettono la luce. Basti pensare alla ben nota *legge della riflessione*, secondo la quale, nel caso in cui della luce viene riflessa da una superficie regolare, i raggi incidenti e quelli riflessi fanno lo stesso angolo rispetto alla normale alla superficie stessa e assieme alla normale sono complanari. Quando la luce viene trasmessa, la direzione del raggio cambia in accordo alla nota *legge di Snell*: il seno dell'angolo tra la normale e il raggio incidente sta in rapporto costante con il seno dell'angolo tra la normale e il raggio rifratto, dove ancora una volta le tre direzioni giacciono nello stesso piano. Queste due leggi, nel caso in cui si considerino solo raggi parassiali (i raggi possono essere considerati paralleli tra loro se la sorgente è molto lontana dalla lente o dallo specchio) permettono facilmente di calcolare e costruire la posizione e la dimensione dell'immagine. La maggior parte dei progetti e analisi dei concentratori è accompagnata da uno studio per la costruzione (con l'uso dell'ottica geometrica) dei percorsi fatti, (o quelli possibili), dai raggi luminosi, applicando correttamente la legge della riflessione e quella della rifrazione; significa fare il *ray tracing*. Questo è un processo ben noto per il disegno di lenti convenzionali, ma non è così immediato quando ci si trova a dover progettare un concentratore. Il motivo della semplicità del ray tracing per le lenti è legato alla simmetria di questi sistemi ottici, poichè son costituiti da superfici rifrangenti che hanno forme relativamente semplici, il più delle volte sono porzioni di sfere i cui centri stanno tutti lungo una linea retta.

I concentratori NIO, ad esempio, non hanno in generale superfici sferiche, o comunque superfici con forme analitiche esplicite, anche se si vadrà in seguito quanto solo un asse o un piano di simmetria saranno sufficienti per lo sviluppo di schemi per il ray tracing basato su formulazioni vettoriali.

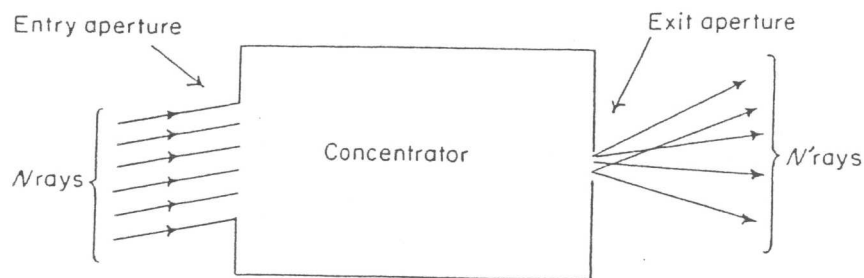


Figura 2.1: Determinazione della trasmissione dei raggi luminosi per mezzo del ray tracing.

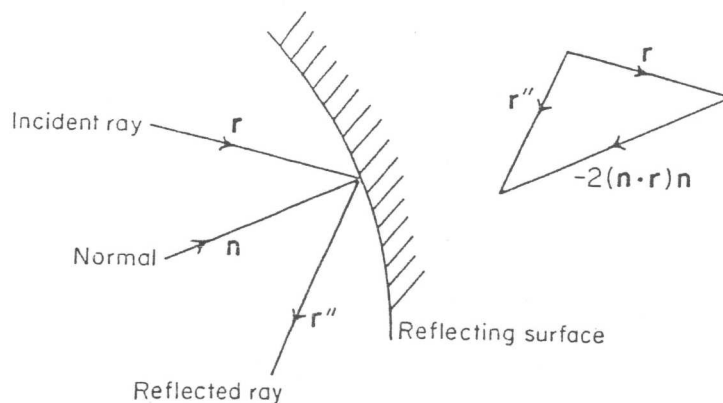


Figura 2.2: Formulazione vettoriale della riflessione, dove  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{r}''$ , e  $\mathbf{n}$  sono tutti vettori unitari.

In ottica geometrica si usa la seguente convenzione: la densità di potenza attraverso una superficie viene rappresentata per mezzo delle intersezioni della densità dei raggi con la superficie, mentre la potenza totale associata al fascio corrisponde al numero totale di raggi. A questo punto, si mandino  $N$  raggi, spazialmente uniformi, verso l'apertura d'ingresso di un concentratore ad un angolo  $\theta$  come nella Figura 2.1. Si supponga ora che, dopo aver effettuato il processo di tracciatura dei raggi attraverso il sistema, solo  $N'$

emergano dall'apertura d'uscita, in questo modo le dimensioni di quest'ultima son univocamente determinate dal rapporto di concentrazione geometrico che si vuole raggiungere (vedi espressione 1.20 a pagina 19). I raggi rimanenti  $N - N'$  vengono persi. La potenza di trasmissione del concentratore considerato all'angolo  $\theta$  sarà allora data dal rapporto  $\frac{N}{N'}$ , ed è chiaro che  $N$  deve essere grande abbastanza affinché sia possibile fare un'esplorazione dei possibili percorsi dei raggi all'interno del concentratore.

## 2.2 Procedura di ray tracing

Si sceglie di esprimere la legge della riflessione e quella della rifrazione in forma vettoriale in modo tale che sia garantito l'adattamento della procedura di ray tracing a tutte le situazioni. Nella Figura 2.2 si può vedere la geometria costituita dai raggi unitari  $\mathbf{r}$  e  $\mathbf{r}''$  rispettivamente lungo il raggio incidente e quello riflesso, mentre  $\mathbf{n}$  è il vettore unitario lungo la normale alla superficie. L'equazione della riflessione espressa in forma vettoriale è la seguente

$$\mathbf{r}'' = \mathbf{r} - 2(\mathbf{n} \cdot \mathbf{r})\mathbf{n}. \quad (2.1)$$

Sulla base dell'Equazione 2.1, per effettuare il ray tracing per la luce riflessa da una superficie regolare, è necessario:

- a. individuare il punto d'incidenza del raggio incidente, che è un problema geometrico riguardante la direzione del raggio incidente e la forma della superficie stessa;
- b. individuare la normale alla superficie nel punto d'incidenza del raggio;
- c. usare l'Equazione 2.1 con le informazioni appena trovate per individuare la direzione del raggio riflesso.

Questi passaggi sono illustrati nella Figura 2.3. La procedura di ray tracing attraverso una superficie che rifrange è analoga a quella appena vista, ma prima si deve esprimere la legge di Snell in forma vettoriale. La legge della rifrazione si trova in genere nella forma

$$\sin(I')n' = \sin(I)n, \quad (2.2)$$

dove  $I$  e  $I'$  sono rispettivamente gli angoli di incidenza e di rifrazione, come si può vedere nella Figura 2.4, mentre  $n$  e  $n'$  sono gli indici di rifrazione dei mezzi attraversati dalla luce da entrambi i lati della superficie rifrangente. L'espressione della legge della rifrazione in forma vettoriale è invece la seguente

$$n'(\mathbf{r}' \times \mathbf{n}') = n(\mathbf{r} \times \mathbf{n}), \quad (2.3)$$

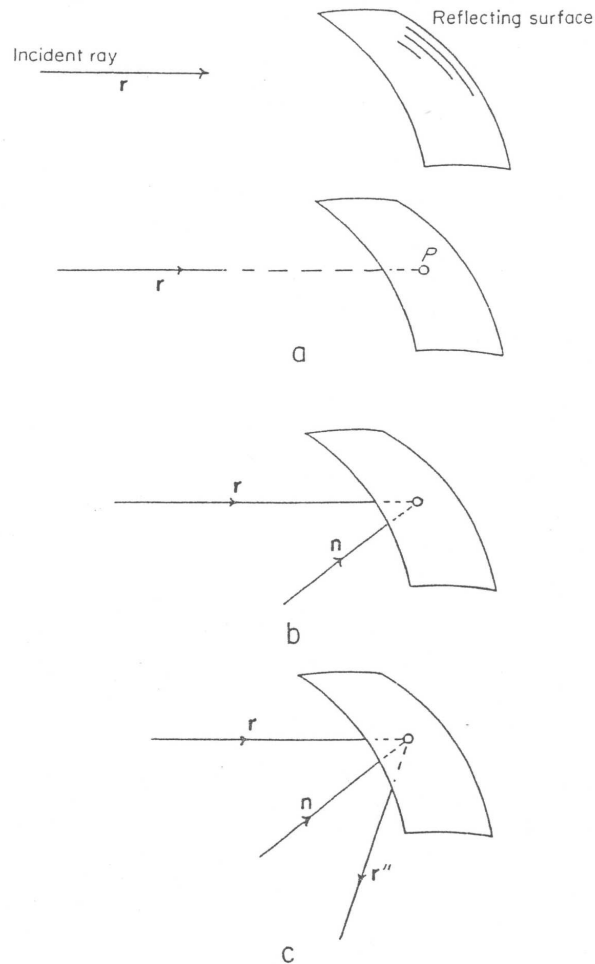


Figura 2.3: I vari passaggi per il ray tracing nella riflessione. (a) Si trova il punto d'incidenza  $P$ . (b) Si trova la normale a  $P$ . (c) Applicando l'Equazione 2.1 si trova il raggio riflesso  $\mathbf{r}''$ .

dove  $\mathbf{r}$  è il vettore unitario lungo il raggio incidente,  $\mathbf{r}'$  è il vettore unitario lungo il raggio rifratto,  $\mathbf{n}$  è il vettore unitario lungo la normale alla superficie nel punto d'incidenza (Figura 2.4). Questa espressione in realtà non è propriamente la più comoda per procedere con il ray tracing, per questo motivo moltiplicando vettorialmente entrambi i membri dell'Equazione 2.3 per  $\mathbf{n}$  e

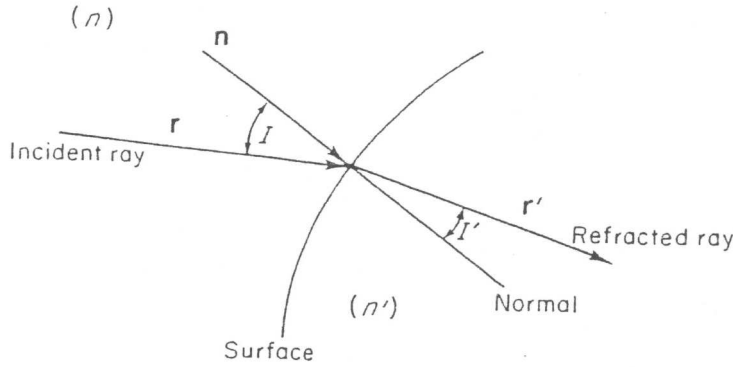


Figura 2.4: Formulazione vettoriale della rifrazione.

facendo un pò di passaggi algebrici si ottiene

$$\begin{aligned}
 n'(\mathbf{r}' \times \mathbf{n}') \times \mathbf{n} &= n(\mathbf{r} \times \mathbf{n}) \times \mathbf{n} \\
 n'(\mathbf{n} \times (\mathbf{r}' \times \mathbf{n})) &= n(\mathbf{n} \times (\mathbf{r} \times \mathbf{n})) \\
 \mathbf{n}'((\mathbf{n} \cdot \mathbf{n})\mathbf{r}' - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}')\mathbf{n}) &= \mathbf{n}((\mathbf{n} \cdot \mathbf{n})\mathbf{r} - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{r})\mathbf{n}) \\
 n'\mathbf{r}' - n\mathbf{r} &= n'(\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}')\mathbf{n} - n(\mathbf{n} \cdot \mathbf{r})\mathbf{n} \\
 n'\mathbf{r}' &= n\mathbf{r} + (n'\mathbf{r}' \cdot \mathbf{n} - n\mathbf{r} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}, \tag{2.4}
 \end{aligned}$$

dove tra la seconda e la terza riga son state sfruttate alcune proprietà del prodotto scalare e del prodotto vettoriale, in particolare

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -\mathbf{b} \times \mathbf{a} \tag{2.5}$$

$$(\mathbf{b} \times (\mathbf{c} \times \mathbf{d})) = (\mathbf{b} \cdot \mathbf{d})\mathbf{c} - (\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})\mathbf{d}. \tag{2.6}$$

Analogamente alla situazione del ray tracing per un raggio riflesso, usando l'Equazione 2.4, una volta individuato il punto d'incidenza del raggio alla superficie rifrangente e la normale in questo punto, si ricava immediatamente la direzione del raggio rifratto  $\mathbf{r}'$ .

Per concludere, secondo l'Equazione 2.2, si può constatare che se della radiazione viaggia da un mezzo ad indice di rifrazione  $n$  verso un bordo con un altro indice di rifrazione  $n' < n$ , essendo impossibile avere  $\sin(I')$  maggiore dell'unità, essa sarà costretta ad essere completamente riflessa al bordo. Questo è il fenomeno della *riflessione totale*, e si osserverà in seguito che è un effetto utile da considerare per la progettazione di concentratori.

## 2.3 Proprietà elementari dei sistemi a formazione d'immagine

Il ray tracing, come è stato visto, fornisce tutte le informazioni riguardo l'ottica geometrica del sistema ottico, sia esso NIO o IO. Questa procedura non è sufficiente nel caso in cui si vogliano costruire nuovi sistemi con proprietà adatte per certi propositi. Il concetto di rapporto di concentrazione introdotto nel Capitolo 1, che specifica le prestazioni generali di un sistema ottico, può anche essere usato per descriverne le proprietà.

Per introdurre alcuni di questi concetti si consideri una lente convergente sottile (lo spessore della lente può essere trascurato), la quale è caratterizzata da una lunghezza focale  $f$ , punto nel quale convergono tutti i raggi che sono giunti sulla lente paralleli gli uni agli altri a partire da una sorgente emissiva a distanza infinita<sup>1</sup>. In esperimenti è stato osservato che se i raggi provengono da una sorgente di dimensione finita posta a grande distanza dalla lente, questi raggi convergeranno in separati punti focali formando un'immagine.

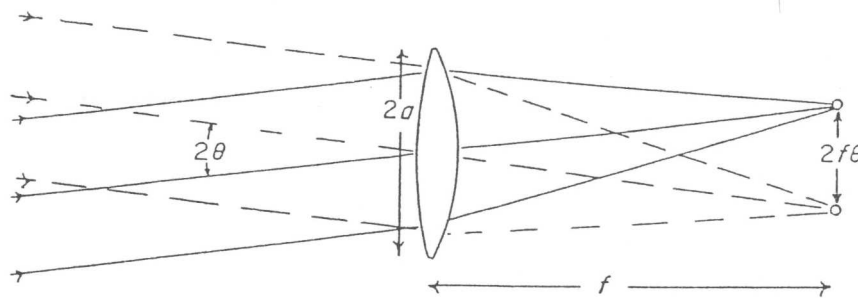


Figura 2.5: Un oggetto all'infinito ha un'estensione angolare  $2\theta$ . Una lente di focale  $f$  forma un'immagine di dimensione  $2f\theta$ .

Se la sorgente sottende un angolo  $2\theta$  piccolo<sup>2</sup> rispetto l'asse della lente, è stato mostrato che la dimensione dell'immagine che si forma nel suo fuoco è  $2f\theta$ , come si può vedere nella Figura 2.5. Sulla base di quanto è stato detto fin ora si possono già intuire alcuni dei concetti fondamentali per la teoria

<sup>1</sup>La teoria per i sistemi ottici sotto questa condizione è chiamata *ottica parassiale* o *ottica gaussiana*. Consiste nel considerare raggi luminosi poco inclinati rispetto all'asse del sistema e raggi di curvatura delle superfici sufficientemente grandi, che i valori delle funzioni  $\sin\theta$  e  $\tan\theta$  per gli angoli  $\theta$  formati dai raggi stessi con l'asse possono essere considerati coincidenti con il valore di  $\theta$  in radianti. E' un'approssimazione comunque utile per studiare le proprietà principali su larga scala dei sistemi ottici a formazione d'immagine.

<sup>2</sup>Si può cioè usare l'approssimazione  $\sin\theta \sim \theta$ .



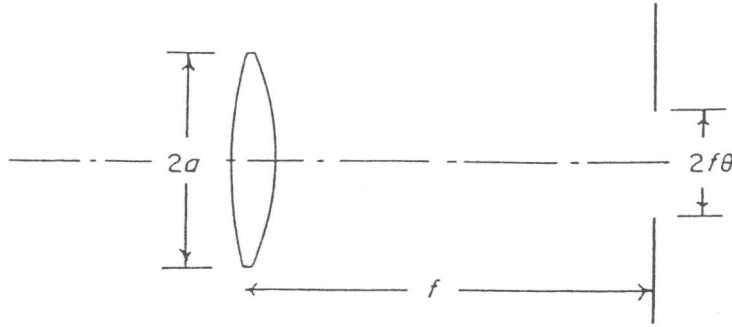


Figura 2.6: Un sistema ottico di étendue pari a  $a^2\theta^2$ .

dei concentratori: il diametro del fascio di luce e l'angolo sotteso dal fascio (rispetto all'asse del sistema ottico). Il prodotto di queste due quantità, privato del fattore 4,  $a^2\theta^2$ , fornisce l'étendue o l'accettanza del sistema, che è stata trattata nel Capitolo 1. È un invariante attraverso il sistema ottico, nel caso si assuma che non ci siano ostruzioni al fascio di luce e che si possano trascurare perdite dovute ai materiali, quali l'assorbimento o lo scattering. Per interpretare fisicamente  $a^2\theta^2$  per il sistema 3D della lente, si consideri un sistema ottico che funzioni come un concentratore con  $C_{\text{geo}} = (\frac{2a}{2f\theta})^2$ , cioè deve far convergere attraverso un'apertura d'uscita di diametro  $2f\theta$  solo quei raggi che sono entrati dall'apertura d'ingresso di diametro  $2a$  all'interno di un'estensione angolare pari a  $\pm\theta$  (Figura 2.6). Si supponga ora che un flusso di radiazione  $B$  ( $Wm^{-2}sr^{-1}$ ) incida sulla lente provenendo da sinistra, come nella Figura 2.6; il flusso totale accettato dalla lente è pari a  $B\pi^2\theta^2a^2W$ , ciò significa che la quantità  $\theta^2a^2$  rappresenta la potenza del flusso che la può attraversare (nell'assunzione che la formazione d'immagine sia corretta e che l'apertura d'uscita attraverso la quale passano i raggi abbia diametro  $2f\theta$ ). A livello pratico, un sistema con diametro fissato, caratterizzato da un certo valore del rapporto di concentrazione  $C_{\text{geo}}$ , guadagna in concentrazione man mano che si riduce il più possibile la lunghezza focale  $f$ .

## 2.4 Le aberrazioni dei sistemi Ottici Imaging e i loro effetti sul rapporto di concentrazione

Secondo l'ultima affermazione della sezione precedente basterebbe quindi diminuire a sufficienza la lunghezza focale  $f$  per ottenere un rapporto di concentrazione geometrica indefinitamente grande. Nella realtà, in generale,

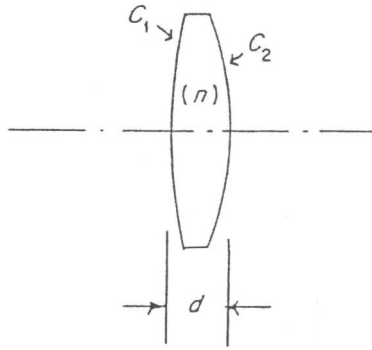


Figura 2.7: Rappresentazione di una lente semplice. La curvatura  $c_1$  è positiva, mentre quella  $c_2$  è negativa.

esiste un limite superiore al rapporto di concentrazione *massimo* e la motivazione di questa affermazione è legata ad una problematica che caratterizza proprio i sistemi ad Ottica Imaging, per i quali non si riesce più ad applicare l'approssimazione parassiale; sono soggetti ad *aberrazioni ottiche* di varia natura, quali ad esempio quella sferica (laterale e longitudinale), quella *off-axis* (fuori-asse), cromatica, la distorsione e così via. Per aberrazione ottica di un sistema ottico si intende ogni deformazione dell'immagine rispetto all'oggetto.

Si consideri una lente come quella nella Figura 2.7. La lente, che ha le curvature  $c_1$  e  $c_2$  (non sono altro che i reciproci dei raggi), spessore centrale  $d$ , e indice di rifrazione  $n$ , nel caso in cui si trascuri  $d$ , ha una lunghezza focale  $f$ , nell'approssimazione parassiale, che è data da<sup>3</sup>

$$\frac{1}{f} = (n - 1)(c_1 - c_2). \quad (2.7)$$

In generale i raggi non provengono da una sorgente all'infinito e quei raggi che incidono su una lente convessa in punti lontani dall'asse (*raggi marginali*) non convergono nel fuoco ma in punti vicini al piano dell'immagine, come si può vedere nella Figura 2.8. Questo effetto è noto come *aberrazione sferica*, dove si precisa che l'aggettivo *sferico* è fraintendibile, poichè questo tipo di aberrazione si può verificare anche per sistemi che non sono costituiti da superfici rifrangenti sferiche. L'aberrazione cromatica, invece, è semplicemente dovuta al fatto che l'indice di rifrazione cambia con la lunghezza d'onda della luce. Ora, si supponga che per un momento sia possibile eliminare le aberrazioni sferiche appena spiegate, ma non quelle dovute ad un fuori-asse

<sup>3</sup>Questo risultato è mostrato nell'appendice A.

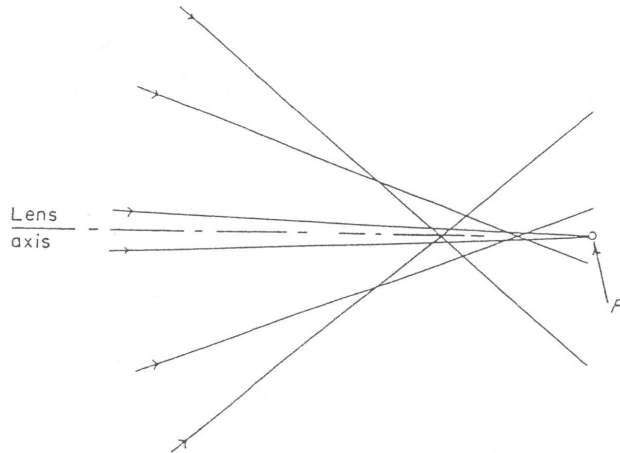


Figura 2.8: Rappresentazione dell'aberrazione sferica: i raggi a seconda del punto sul quale incidono sulla lente vengono deviati in punti diversi del piano dell'immagine nelle vicinanze del fuoco.

del sistema rappresentato nella Figura 2.6. Alcuni raggi del fascio all'angolo estremo  $\theta$  cadranno fuori dall'apertura d'uscita di diametro  $2f\theta$ . Per

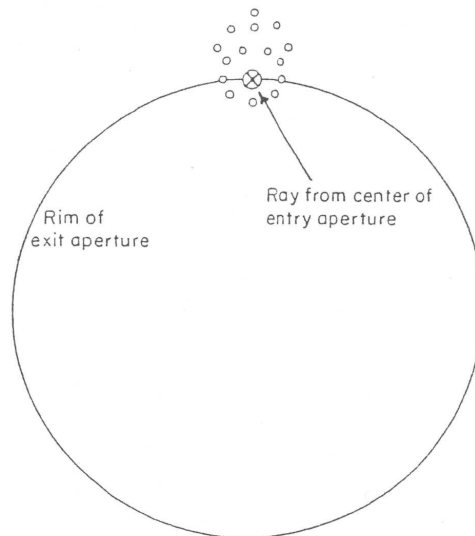


Figura 2.9: Un diagramma a punti per i raggi del fascio che entrano nella concentrazione ad Ottica Imaging all'angolo massimo  $\theta_{\max}$ . La concentrazione per questo sistema è inferiore al limite teorico massimo poichè alcuni raggi non incidono sul bordo dell'apertura d'uscita a causa delle aberrazioni.

mettere bene a fuoco cosa significa questo, si supponga ora di rappresentare l'aberrazione attraverso un diagramma a punti, i quali non sono altro che le intersezioni dei raggi del fascio con il piano dell'immagine che contiene l'apertura d'uscita del concentratore. Un tale diagramma per  $\theta_{\max}$  potrebbe apparire come nella Figura 2.9. Il diagramma mostra come i raggi che passano attraverso il centro della lente all'angolo estremo  $\theta$ , giungano proprio sul bordo dell'apertura d'uscita del concentratore per definizione, perciò un'ammontare considerevole di flusso non lo attraversa ma allo stesso tempo parte del flusso del fascio ad un angolo più grande di  $\theta$  viene raccolto. Questa situazione può essere riassunta con un grafico sulla proporzione di luce raccolta dal concentratore per diversi angoli fino al valore massimo teorico  $\theta_{\max}$  (vedi Figura 2.10). Un concentratore ideale seguirebbe l'andamento a gradino dell'efficienza di collezione in funzione dell'angolo, cioè la curva con la linea piena, poichè raccoglierebbe solo il flusso contenuto all'interno dell'angolo  $\theta_{\max}$  e non quello al di fuori di questo angolo.

Per finire possiamo dare qualche stima qualitativa sull'effetto delle aberrazioni per le performance dei sistemi ottici a formazione d'immagine. Le aberrazioni sono di piccola entità per quei sistemi ottici che sono stati progettati per formare immagini nitide, ma per soddisfare questa condizione, essi non sono in grado di lavorare ad un angolo di convergenza abbastanza grande per poter raggiungere il rapporto di concentrazione teorico massimo. Se volessimo usare un sistema a formazione d'immagine convenzionale in

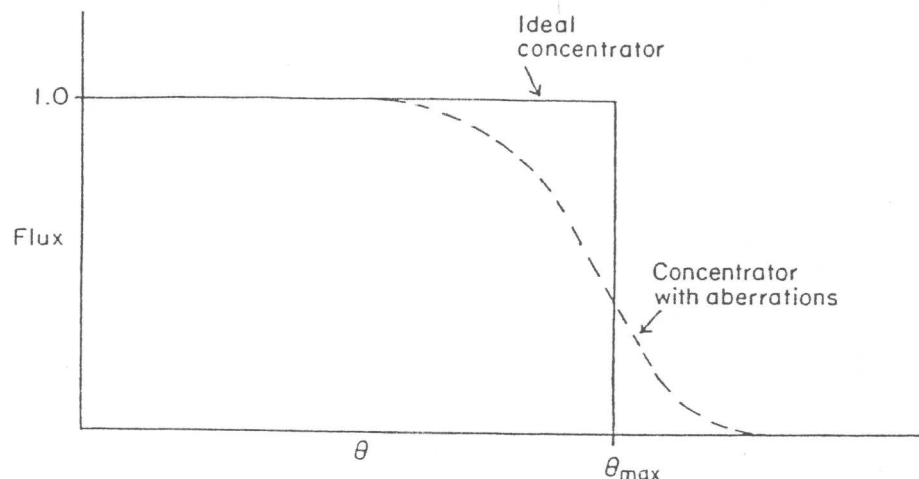


Figura 2.10: Grafico dell'efficienza di collezione in funzione dell'angolo  $\theta$ . L'ordinata è la proporzione tra il flusso che entra dall'apertura d'ingresso del concentratore all'angolo  $\theta$  e quello che emerge dall'apertura d'uscita.

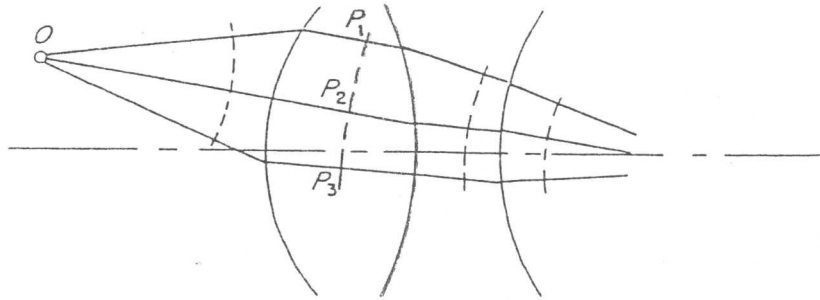


Figura 2.11: Rappresentazione dei raggi luminosi e dei fronti d'onda geometrici (nelle linee segmentate).

queste condizioni, esso sarebbe soggetto a grandi aberrazioni che deprimerebbero seriamente il rapporto di concentrazione. Questo non significa che la formazione d'immagine è incompatibile con il raggiungimento della concentrazione massima, ma la limitazione dovuta alle aberrazioni è stata sicuramente uno dei motivi che contribuirono allo sviluppo dei sistemi Ottici NonImaging.

## 2.5 OPL e il Principio di Fermat

E' molto interessante delineare i concetti fondamentali dell'ottica geometrica e le performance dei sistemi ottici secondo un approccio alternativo.

Nel Capitolo 1 è stato visto che la velocità di un raggio luminoso in un mezzo ad indice di rifrazione  $n$  è pari a  $\frac{c}{n}$ , ovvero in questo mezzo copre una distanza  $s$  in un tempo  $\frac{s}{v} = \frac{ns}{c}$ . La quantità  $ns$  è la lunghezza di cammino ottico (dall'inglese OPL, acronimo di Optical Path Length) corrispondente alla lunghezza  $s$ . Si supponga di avere una sorgente  $O$  che emette luce in un



Figura 2.12: Principio di Fermat. Si assume che il mezzo attraversato dalla radiazione abbia un indice di rifrazione che vari con continuità. Il percorso disegnato con la linea piena ha una lunghezza di cammino ottico stazionaria tra A e B, perciò è un percorso fisicamente possibile per un raggio.

sistema ottico come quello nella Figura 2.11. Si traccino un numero qualsiasi di raggi attraverso esso e si etichettino lungo ognuno di questi raggi con  $P_1, P_2, P_i$ , quei punti che si trovano alla stessa lunghezza di cammino ottico rispetto al punto  $O$  dove c'è la sorgente. Questa stessa procedura può essere ripetuta nel caso in cui la radiazione passa in un mezzo. Questi punti possono essere uniti tra loro a formare una superficie a fase costante per l'onda luminosa che si sta propagando (teoria ondulatoria della luce) ed è chiamata *fronte d'onda geometrico* o semplicemente *fronte d'onda*.

Ora è possibile introdurre il Principio di Fermat, fondamentale per l'ottica, e non così intuitivo come la legge della riflessione e quella della rifrazione; si basa proprio sul concetto di cammino ottico. Per mezzo di questo principio si può predire il percorso fisicamente possibile per un raggio luminoso attraverso un mezzo ottico. Si immagini allora di disporre di un sistema ottico costituito da lenti e da specchi posizionati in un mezzo ad indice di rifrazione che si assume vari con continuità. Si vuole individuare il percorso della luce tra due punti  $A$  e  $B$ , come mostra la Figura 2.12. Si possono disegnare tra questi due punti un numero infinito di possibili percorsi per la luce, ma il Principio di Fermat stabilisce che il percorso fisicamente possibile tra tutti è quello per il quale la lunghezza di cammino ottico lungo esso tra  $A$  e  $B$  è un estremo, dove per estremo si può anche dire minimo, termine usato nella stesura originale del Principio di Fermat.

A partire da esso si deriva tutto dell'ottica geometrica, come la legge della riflessione, della rifrazione e non solo (poichè il fatto che i fronti d'onda geometrici sono ortogonali ai raggi luminosi è proprio una conseguenza del Principio di Fermat). A partire da questo principio si può arrivare anche ad una spiegazione alternativa delle aberrazioni. Se un sistema non soffre di nessun tipo di aberrazione, l'OPL tra un punto dell'oggetto e un punto dell'immagine è lo stesso lungo tutti i raggi, questo perchè in tale condizione tutti i raggi si incontrano in uno stesso punto, cioè il fuoco, e i fronti d'onda devono quindi essere porzioni di sfere. Le aberrazioni possono allora essere viste come un discostamento dalla forma sferica ideale dei fronti d'onda geometrici.

## 2.6 Etendue generalizzato

Nella Sezione 1.3 è stato spiegato che la quantità<sup>4</sup>  $(a\theta)^2$  è la misura della potenza accettata dal sistema stesso caratterizzato da un'apertura d'ingresso

<sup>4</sup>In questo caso, il fatto che l'espressione dell'étendue sia elevata al quadrato è dovuto al fatto che fa riferimento ad un sistema 3-Dimensionale più semplicemente 3D. Cioè in generale si avrà una  $(\text{étendue})^{n-1}$  per un sistema di dimensione spaziale  $nD$ .

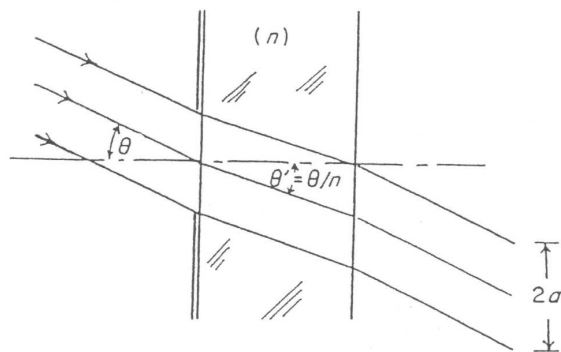


Figura 2.13: L'étendue in un mezzo ad indice di rifrazione  $n$  diventa  $(na\theta')^2$ .

di raggio  $a$  e con  $\theta$  pari al semiangolo d'inclinazione del fascio raccolto rispetto l'asse del sistema. Questa quantità è un invariante nell'approssimazione parassiale per un sistema ottico assial-simmetrico; se viene considerata all'interno di un mezzo ad indice di rifrazione diverso dall'unità, per rimanere invariante deve essere scritta come  $(na\theta')^2$ . Per capire questa modifica si osservi la Figura 2.13. Il fascio incide all'angolo estremo  $\theta$  su un piano di vetro ad indice di rifrazione  $n$ . Al suo interno, proprio a causa dell'indice di rifrazione diverso dall'unità, la sua escursione angolare subisce un cambiamento secondo  $\theta' = \frac{\theta}{n}$  in accordo con la legge della rifrazione<sup>5</sup>.

Si potrebbe pensare di usare l'étendue per ricavare il limite superiore teorico del rapporto di concentrazione per un sistema ottico. Si supponga di avere un sistema assial-simmetrico con apertura d'ingresso di raggio  $a$ , tale per cui se un fascio parallelo lo colpisce dovrà emergere dall'apertura d'uscita di raggio  $a'$ . Per definizione il rapporto di concentrazione geometrico  $C_{\text{geo}}$  è  $(\frac{a}{a'})^2$ , ma se si usa l'étendue invariante e si assume che il mezzo iniziale e quello finale attraversati dal fascio siano entrambi l'aria, si otterrà  $C_{\text{geo}} = (\frac{\theta'}{\theta})^2$ . Per considerazioni geometriche  $\theta'$  non può superare  $\frac{\pi}{2}$ , perciò il limite massimo teorico del rapporto di concentrazione risulta  $(\frac{\pi}{2\theta})^2$ . Questo risultato non è valido poichè l'étendue per come è stata definita è una quantità parassiale; in questo esempio si avrebbe un'étendue non più invariante per angoli  $\theta'$  prossimi e superiori a  $\frac{\pi}{2}$ , e tutto ciò sarebbe causato proprio dalle aberrazioni ottiche.

E' necessario ricorrere ad una generalizzazione dell'étendue per raggi ad angoli finiti rispetto l'asse ottico del sistema, in modo tale che si possa applicare a sistemi ottici con struttura qualsiasi (simmetria o meno, rifrangenti, riflettenti o con indice di rifrazione che varia con continuità). Si supponga di avere

<sup>5</sup>L'approssimazione parassiale è sottintesa, si ha sempre  $\sin \theta \sim \theta$ .

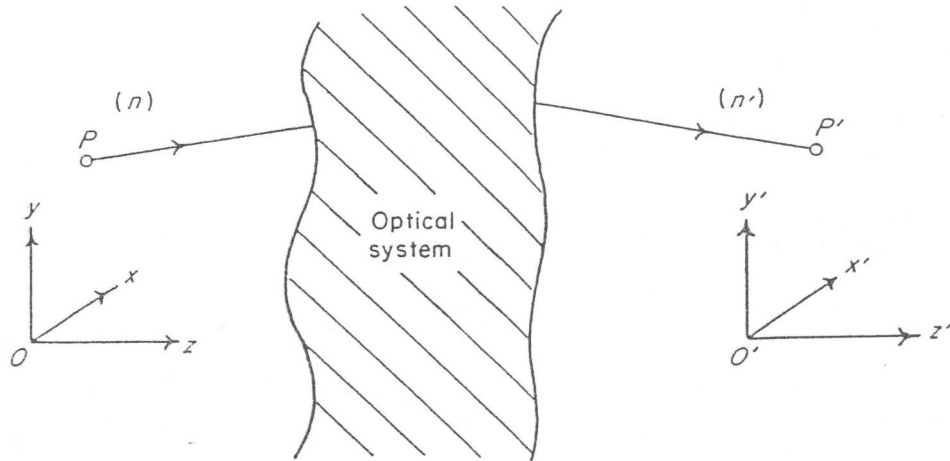


Figura 2.14: Generalizzazione dell'étendue

un sistema ottico interposto tra mezzi ad indice di rifrazione omogenei  $n$  ed  $n'$  e che un raggio luminoso passi attraverso i punti  $P$  e  $P'$ , i quali si trovano rispettivamente nel mezzo d'ingresso e in quello d'uscita. Si considerino piccoli spostamenti spaziali e cambiamenti in direzione del segmento del raggio che parte da  $P$ . Questi cambiamenti si ripercuoteranno sul raggio emergente in  $P'$  con il risultato che si avrà un fascio con una certa sezione d'urto e un'estensione angolare. Per valutare questi cambiamenti si costruisca un sistema di riferimento cartesiano  $Oxyz$  nel mezzo  $n$  ed uno  $O'x'y'z'$  nel mezzo  $n'$ ; le origini e le direzioni degli assi di uno sono arbitrarie rispetto a quelle dell'altro (Figura 2.14). Le direzioni per i raggi uscenti dal punto  $P(x, y, z)$  sono definite dai coseni direttori  $(L, M, N,)$  e la stessa modalità di etichettatura la si mantiene per i raggi uscenti nel secondo mezzo dal punto  $P'(x', y', z')$ . Gli spostamenti spaziali del punto  $P$  (si considera  $z = z' = \text{costante}$ ) vengono rappresentati per mezzo di incrementi  $dx$  e  $dy$  rispettivamente lungo  $x$  e  $y$ , mentre spostamenti in direzione del raggio uscente da questo punto saranno etichettati con  $dL$  e  $dM$ , che sono variazioni dei coseni direttori lungo  $x$  e  $y$ . Si dispone ora di un fascio costituito da una sezione spaziale  $dx dy$  ed un'estensione angolare  $dL dM$  il quale una volta passato nel mezzo  $n'$  per continuità avrà una sezione  $dx' dy'$  ed un'estensione angolare  $dL' dM'$  (Figura 2.15). Per poter scrivere un'étendue generalizzata la quantità che deve risultare invariante deve essere  $n^2 dx dy dL dM$ , consegue perciò che deve



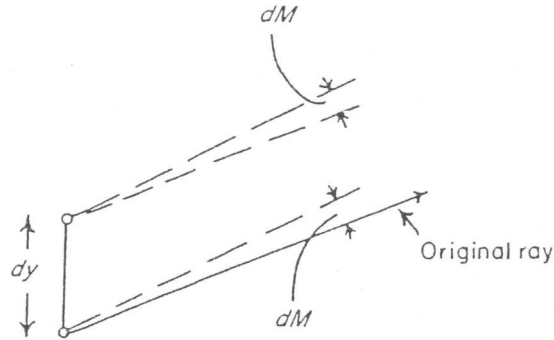


Figura 2.15: Etendue generalizzata nella direzione  $y$ .

valere

$$\underbrace{n'^2 \underbrace{dx' dy'}_{a'^2} \underbrace{dL' dM'}_{d\theta'^2}}_{(\text{mezzo } n')} = n^2 \underbrace{dx dy}_{a^2} \underbrace{dL dM}_{d\theta^2}}_{(\text{mezzo } n)}. \quad (2.8)$$

Il significato fisico della relazione 2.8 è quello di fornire il cambiamento delle dimensioni e dell'estensione angolare di un fascio dopo aver attraversato il sistema. Ora è possibile fare una corretta misura della potenza del fascio trasmesso dal sistema indipendentemente da traslazioni o rotazioni di coordinate del sistema stesso. Si associa un valore di étendue a qualsiasi fascio di raggi a quattro parametri (ma possono esserci altri insiemi dei quattro parametri, diversi tra loro, che descrivono lo stesso fascio) e per ogni combinazione dei quattro parametri spiegati sopra, cioè  $x, y, L, M$  ( $X', Y', L', M'$ ), si definisce un singolo raggio del fascio.

In geometria 2D, i raggi sono contenuti nel piano, il *piano meridiano* (non è altro che il piano del foglio stesso), e si può definire l'étendue per qualsiasi gruppo di raggi per mezzo di due soli parametri (un sistema dotato di una qualche simmetria è definito con meno gradi di libertà rispetto ad un sistema privo di simmetria). Si supponga, ad esempio, che il piano contenente tutti i raggi sia  $x = \text{costante}$ ; l'étendue differenziale, invariante, è semplicemente  $dE = ndy dM$ . Una volta che è stato esposto come generalizzare l'étendue invariante si potrebbe pensare di usarla per calcolare il corretto rapporto di concentrazione teorico massimo, dato che il problema avuto in precedenza era proprio un'erronea espressione di  $C_{\text{geo}}$  dovuta alla non invarianza dell'étendue. Si consideri per semplicità un sistema 2D come quello rappresentato nella Figura 2.16 (sempre assial-simmetrico come si può vedere). Per ogni raggio di un certo fascio che attraversa il sistema,

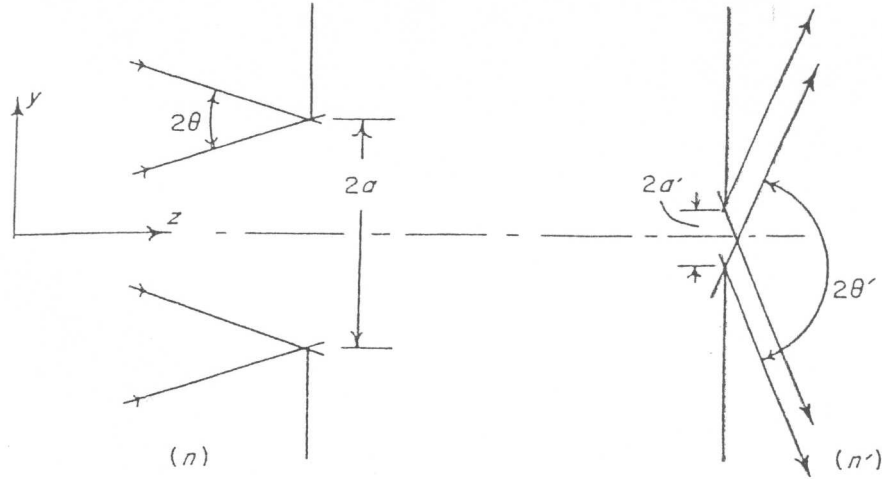


Figura 2.16: Piano meridiano per un sistema ottico 2D: calcolo del rapporto di concentrazione teorico massimo.

supponendo che  $z = z' = \text{costante}$ , si ha

$$ndy dM = n' dy' dM', \quad (2.9)$$

la quale integrata sul dominio d'integrazione di valori fisicamente accettabili, individuato da  $y \in [-a, a]$  e  $M \in [-\sin\theta, \sin\theta]$ , si ottiene

$$4nasin\theta = 4n'a'\sin\theta' \quad (2.10)$$

cosicchè il rapporto di concentrazione è

$$\frac{a}{a'} = \frac{n' \sin\theta'}{n \sin\theta}, \quad (2.11)$$

dove  $a'$  è il raggio dell'apertura d'uscita del concentratore (grande abbastanza da permettere a qualsiasi raggio che la raggiunge di emergere), mentre  $\theta'$  è il semi-angolo più grande al quale possono emergere i raggi, che chiaramente per costruzione non può superare  $\frac{\pi}{2}$ . Il rapporto di concentrazione teorico massimo per un sistema 2D è quindi

$$(C^{2D})_{\max} = \frac{a}{a'} = \frac{n'}{n \sin\theta}. \quad (2.12)$$

Analogamente si può mostrare che per un sistema assial-simmetrico 3D il rapporto di concentrazione teorico massimo è

$$(C^{3D})_{\max} = \left(\frac{a}{a'}\right)^2 = \left(\frac{n'}{n \sin\theta}\right)^2, \quad (2.13)$$

dove  $\theta$  è il semi-angolo d'ingresso dei raggi rispetto l'asse del sistema. In pratica si è visto che il concentratore 3D, è soggetto a perdite di raggi, anche se questi sono entrati entro l'angolo limite  $\theta$ , a causa ad esempio di assorbimento o scattering da parte dei materiali.

## 2.7 L'invariante del momento ottico (Skew Invariant)

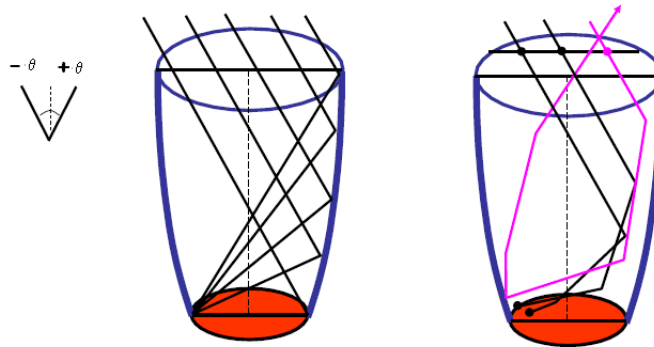


Figura 2.17: Nella figura di sinistra sono messi in evidenza i raggi che incidono un CPC 3D nel piano meridiano all'interno di un cono  $\pm\theta$ . Solo i raggi contenuti in questo piano vengono raccolti. Nella figura di destra sono mostrati anche i raggi obliqui molti dei quali vengono rigettati dal concentratore.

Il problema della perdita di raggi (quelli fuori dal piano meridiano) per un sistema 3D (Figura 2.17), suggerisce la necessità di caratterizzare quei raggi che entrano nel sistema ad una certa distanza dall'asse ottico e con una certa inclinazione rispetto ad esso. La cosa più lecita è associare un *invariante* al cammino di un raggio che attraversa obliquamente un sistema ottico 3D assial-simmetrico. Sia  $S$  la distanza più corta proiettata tra il raggio e l'asse del concentratore e sia  $\gamma$  l'angolo tra queste due direzioni. L'*invariante del momento ottico* attraverso tutto il sistema è definito come

$$h = nS \sin \gamma. \quad (2.14)$$

E' immediato capire come i raggi meridiani siano un caso particolare dell'Equazione 2.14, poichè essi avendo  $S = 0$  hanno lo skew invariant  $h = 0$ .

## 2.8 La radiometria

In ottica si associa un'unità fisica alle quantità legate all'energia. Per questa unità fisica è possibile scegliere il sistema m.k.s o un ibrido che usa anche i watt.

L'**energia radiante**  $Q_e$  espressa in Joule indica l'ammontare totale dell'energia emessa, trasmessa o raccolta in un processo che riguarda la radiazione. La **densità di energia radiante**  $U_e$ , espressa in  $\frac{\text{Joule}}{\text{m}^3}$ , è l'energia radiante contenuta in un'unità di volume dello spazio.

Il **flusso radiante**  $\phi_e$ , espresso in watt, è la potenza di energia radiante. Le quantità così definite si riferiscono alla radiazione totale per tutte le lunghezze d'onda.

Di particolare interesse, soprattutto in ambito dell'ottica, è il flusso di energia radiante che passa attraverso un'area unitaria di una superficie sia essa reale o immaginaria. La nomenclatura adottata distingue le superfici della sorgente da altre superfici.

L'**emittanza**  $M_e$ , espressa in  $\frac{\text{watt}}{\text{m}^2}$ , è il flusso emesso per unità di area dalla sorgente della radiazione; il suo valore può variare con la posizione dell'area considerata sulla superficie della sorgente (Figura 2.18).

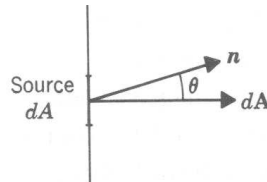


Figura 2.18: L'emittanza è la potenza per unità di area. Qui è rappresentata mentre la radiazione lasciando  $dA$  successivamente prosegue verso destra. Sono incluse tutte le direzioni di propagazione  $\theta$  tra 0 e  $\frac{\pi}{2}$ .

L'**irradianza**  $E_e$ , in  $\frac{\text{watt}}{\text{m}^2}$ , è il flusso incidente per unità di area su una superficie reale o immaginaria. Si può quindi scrivere per il flusso da o verso l'area  $dA$

$$d\phi_e = M_e dA d\phi_e = E_e dA. \quad (2.15)$$

L'**intensità radiante**  $I_e$ , in  $\frac{\text{watt}}{\text{sr}}$ , è il flusso per unità di angolo solido emesso da una intera sorgente in una data direzione  $\mathbf{n}$ . In particolare, l'intensità per una sorgente posta ad una grande distanza da un piccolo rivelatore è trasportata da raggi che possono quindi essere pensati come paralleli uscenti da qualsiasi punto della sorgente e allo stesso modo incidenti in qualsiasi punto del rivelatore.

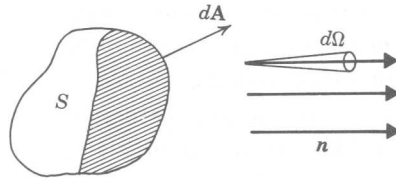


Figura 2.19: L'intensità radiante  $I(\mathbf{n})$  rappresenta la potenza totale per unità di angolo solido in una direzione  $\mathbf{n}$  da una sorgente finita  $S$ .

E' altrettanto utile in ottica misurare nel piano focale di una lente la luce che è stata emessa da una sorgente. Nell'approssimazione parassiale, tutti

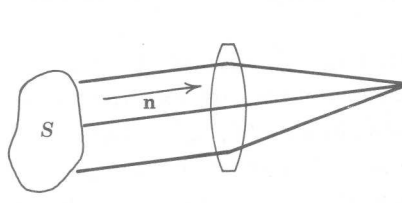


Figura 2.20: Tutti i raggi nella stessa direzione  $\mathbf{n}$  sono focalizzati nello stesso punto dalla lente.

i raggi uscenti dalla sorgente con una certa direzione  $\mathbf{n}$  convergeranno nello stesso punto, cioè il fuoco, contenuto in questo piano (Figura 2.20). Se si considera che i raggi stanno quindi tutti all'interno di un cono, che sottende un angolo solido  $d\Omega$  attorno alla direzione  $\mathbf{n}$ , allora il flusso è dato da:

$$d\phi_e = I_e d\Omega. \quad (2.16)$$

L'intensità  $I_e$  dipenderà in generale dalla direzione  $\mathbf{n}$ . Secondo quanto detto, l'intensità di una sorgente isotropa è pari a  $I_e = \frac{\phi_{e,\text{tot}}}{4\pi}$ , nell'assunzione che la sorgente emittente considerata sia a simmetria sferica. Le proprietà di emissione di una sorgente reale spesso variano con le zone considerate della sua superficie, perciò l'intensità radiante  $I_e$  integrata su tutta la superficie, potrebbe essere sbagliata. Per questo motivo si definisce una dipendenza angolare differenziale, la **radianza**  $L_e$ , espressa in  $\frac{\text{watt}}{\text{sr m}^2}$ , che indica il flusso per unità di angolo solido per unità di area proiettata (Figura 2.21). Il flusso emesso da un elemento d'area  $dA$  sulla superficie della sorgente in un elemento di angolo solido  $d\Omega$  attorno alla direzione  $\mathbf{n}$  è dato da

$$d^2\phi_e = L_e d\Omega dA_{\perp} = L_e d\Omega dA \cos \theta = L_e d\Omega (\mathbf{n} \cdot d\mathbf{A}), \quad (2.17)$$

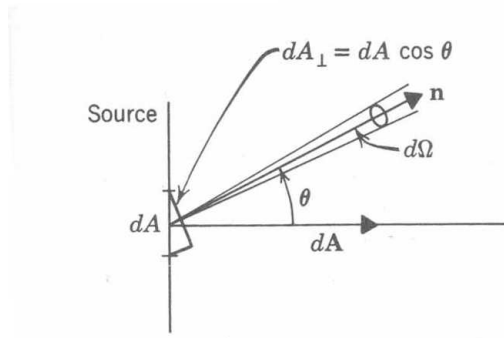


Figura 2.21

dove  $d\mathbf{A}$  è un vettore che punta lungo la direzione del versore normale alla superficie della sorgente con modulo  $dA$  coincidente con l'area dell'elemento di superficie considerato. In generale,  $L_e$  sarà funzione di  $\mathbf{n}$  e della posizione  $\mathbf{r}$  sulla superficie della sorgente, cioè  $L_e = L_e(\mathbf{n}, \mathbf{r})$ . La radianza può essere misurata per mezzo dell'apparato illustrato nella Figura 2.22. La piccola

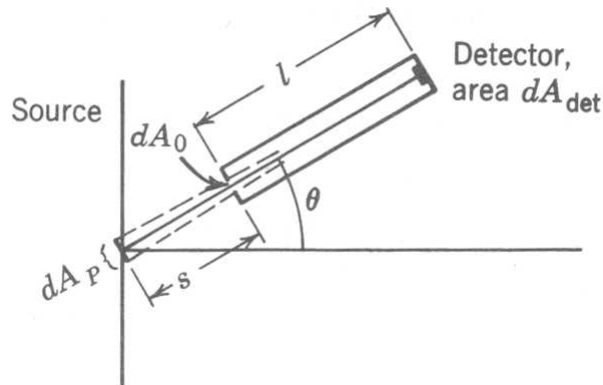


Figura 2.22

apertura ha area  $dA_0$ . Si proietta quest'area sulla superficie della sorgente usando delle linee rette a partire da un punto al detector. L'area proiettata sulla sorgente è allora

$$dA_p = dA_0 \frac{(l+s)^2}{l^2}. \quad (2.18)$$

L'angolo solido sotteso dal detector, visto dalla sorgente è:  $d\Omega = \frac{dA_{\text{det}}}{(l+s)^2}$ . In

definitiva si può scrivere

$$dA_p d\Omega = \frac{dA_0 dA_{\text{det}}}{l^2}. \quad (2.19)$$

Se il detector è calibrato in watt, esso darà in uscita il flusso  $d^2\phi_e$ , dal quale si otterrà la radianza  $L_e$

$$L_e = \frac{d^2\phi_e}{dA_p d\Omega} = \frac{d^2\phi_e l^2}{dA_0 dA_{\text{det}}}. \quad (2.20)$$

Il concetto di radianza si può estendere anche ad oggetti che non sono sorgenti fisiche di radiazione, nel senso che si può parlare di radianza anche riferendosi all'immagine formata da un sistema ottico.

L'emittanza  $M_e$  di una sorgente può essere ottenuta per integrazione dalla  $d^2\phi_e = L_e d\Omega(\mathbf{n} \cdot d\mathbf{A})$  su tutto l'angolo solido, per un fissato  $dA$ :

$$d\phi_e = \iint d^2\phi_e = dA \iint_{(\frac{1}{2})} L_e \cos \theta d\Omega. \quad (2.21)$$

Quindi l'emittanza  $M_e$  si ottiene integrando l'Equazione 2.21:

$$M_e = \iint_{(\frac{1}{2})} L_e \cos \theta d\Omega, \quad (2.22)$$

dove  $\iint_{(\frac{1}{2})}(\dots)d\Omega$  si riferisce ad un'integrazione angolare su metà dell'angolo solido complessivo su tutte le direzioni uscenti dalla superficie.

Allo stesso modo l'intensità della radiazione uscente dalla sorgente può essere ottenuta dall'integrazione di  $d^2\phi_e$  sull'area nell'Equazione 2.21, per fissati  $\mathbf{n}$  e  $d\Omega$ :

$$d\phi_e = \iint_{area} d^2\phi_e = d\Omega \iint_{area} L_e \cos \theta dA = d\Omega \mathbf{n} \cdot \iint_{area} L_e d\mathbf{A}. \quad (2.23)$$

Il risultato finale cercato per l'intensità in funzione della radianza è quindi

$$I_e = \iint L_e \cos \theta dA = \mathbf{n} \cdot \iint L_e d\mathbf{A}. \quad (2.24)$$

### 2.8.1 Sorgente lambertiana

Una sorgente lambertiana o emettitore lambertiano è tale da avere le stesse proprietà direzionali di un piccolo foro in una cavità (Figura 2.24). All'interno

Radiometry	Symbol	m.k.s. units
Physical		
Radiant energy	$Q_e$	joule
Radiant density	$U_e$	joule/m <sup>3</sup>
Radiant flux	$\Phi_e$	watt
Radiant exitance	$M_e$	watt/m <sup>2</sup>
Irradiance	$E_e$	watt/m <sup>2</sup>
Radiant intensity	$I_e$	watt/ω
Radiance	$L_e$	watt/ω-m <sup>2</sup>

Figura 2.23: Tabella riassuntiva della nomenclatura radiometrica.

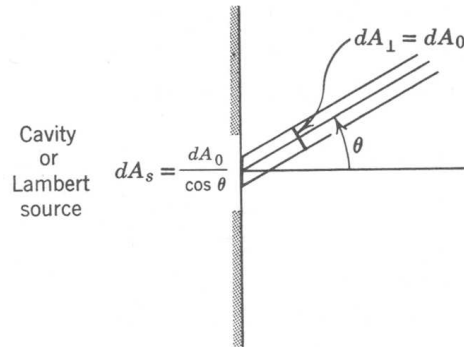


Figura 2.24

della cavità, la luce si propaga ovunque in tutte le direzioni con la stessa radianza. Per una sorgente lambertiana si ha

$$L_e(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = L_e \quad (2.25)$$

cioè è indipendente sia da  $\mathbf{r}$  che da  $\mathbf{n}$ . Un apparato che produce una sorgente lambertiana deve essere tale da fornire in uscita un flusso che sia indipendente dalla posizione e da  $\theta$ , con campo di visuale del detector limitato da un'apertura di area  $dA_0$  che non coincida con il bordo della sorgente. Nel caso di sorgente lambertiana è quindi possibile mandare  $L_e$  fuori dall'integrale 2.22 per l'emittanza. L'angolo solido  $d\Omega$  è pari a  $2\pi \sin \theta d\theta$ , cioè l'area dell'anello per una sfera unitaria, come si può vedere nella Figura 2.25.



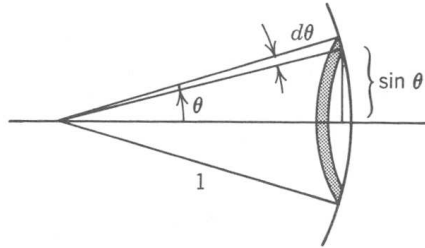


Figura 2.25: L'angolo solido infinitesimale  $d\Omega$  è l'area ombreggiata sulla sfera unitaria e uguaglia  $2\pi \sin \theta d\theta$ .

Per una sorgente lambertiana si ottiene

$$M_{e,L} = L_e \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta 2\pi \sin \theta d\theta = \pi L_e \int_0^{\frac{\pi}{2}} d(\sin^2 \theta) = \pi L_e. \quad (2.26)$$



## Capitolo 3

# Esempi di concentratori a formazione d'immagine

### 3.1 Proprietà per l'idealità di un concentratore IO

PER fissare le idee sui sistemi a formazione d'immagine è bene ora descriverne l'azione applicandoli nel solare. Si veda la Figura 3.1, la quale rappresenta la più semplice configurazione per un ipotetico concentratore IO. Nel caso in cui l'indice di rifrazione del mezzo finale sia l'aria, l'angolo di

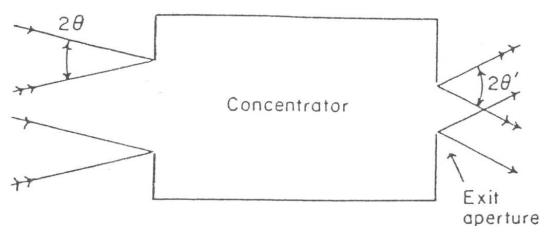


Figura 3.1: Sezione meridiana di un concentratore IO che forma alla sua apertura d'uscita un'immagine della sorgente all'infinito. I diversi raggi che passano per il sistema vengono etichettati con un numero differente di frecce.

uscita dal concentratore dei raggi può essere al massimo  $\frac{\pi}{2}$ . Per i raggi che escono proprio all'angolo massimo di  $\frac{\pi}{2}$  è stato raggiunto il rapporto di concentrazione teorico massimo.

Un sistema di questo tipo può essere costruito con la superficie all'uscita in vetro o un altro materiale con un indice di rifrazione  $n > 1$  (Figura 3.2); l'angolo  $\theta'$  con il quale tali raggi arrivano a questa superficie dall'interno,

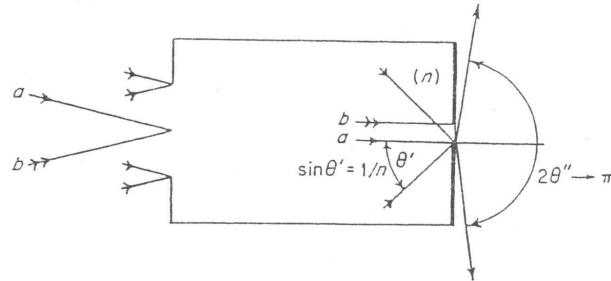


Figura 3.2: Sezione meridiana di un concentratore IO con rapporto di concentrazione massimo, in cui il mezzo finale in corrispondenza della sua apertura di uscita ha un indice di rifrazione  $n$  maggiore dell'unità. L'angolo  $\theta'$  in questo mezzo dovrebbe essere  $\arcsin(\frac{1}{n})$  dando un angolo massimo di  $\frac{\pi}{2}$  in aria al di fuori di esso.

prima di emergere dal concentratore effettivamente ad angoli compresi entro  $\pm\frac{\pi}{2}$ , deve soddisfare la seguente relazione

$$\sin \theta' = \frac{1}{n}. \quad (3.1)$$

Per materiali tipici l'angolo  $\theta'$  sarebbe circa  $40^\circ$ . Quando l'Equazione 3.1 non è soddisfatta, bisogna far fronte al problema della *riflessione interna* dei raggi (oltre ad altre problematiche come l'assorbimento dei raggi e il loro scattering da parte dei materiali del concentratore). Per sopperire al problema delle riflessioni interne si può, ad esempio, porre in contatto ottico con la superficie dell'apertura di uscita (indice di rifrazione  $n > 1$ ) l'assorbitore del flusso radiante.

Se un concentratore termina in un mezzo ad indice di rifrazione  $n$ , si ha un guadagno nel rapporto di concentrazione teorico massimo<sup>1</sup> di un fattore  $n$  o  $n^2$  a seconda che il concentratore sia di tipo 2D o 3D, come può essere visto dalle Equazioni 2.12 e 2.13.

Un concentratore è definito un sistema *ideale* se è tale da fare emergere dalla sua apertura di uscita, di raggio  $a' = \frac{na \sin \theta_{\max}}{n' \sin \theta'_{\max}}$  (dall'Equazione 2.11), entro un cono angolare  $\pm\theta'_{\max}$ , tutti quei raggi che sono entrati dall'apertura d'ingresso entro un cono angolare  $\pm\theta_{\max}$ . Un tale concentratore sarà *ideale*, ma non raggiungerà il rapporto di concentrazione teorico massimo.

Si spiegano ora quali sono le grandezze fisiche più adatte per la descrizione dei sistemi ottici, in particolare quelli a formazione d'immagine. Per dare una misura delle performance di un sistema ottico IO si utilizza la quantità  $NA$  o

<sup>1</sup>Questo corrisponde ad un angolo estremo di  $\theta' = \frac{\pi}{2}$  in questo mezzo.

*apertura numerica*<sup>2</sup>, poichè la lunghezza focale non è indicata per sistemi in cui i raggi formano (rispetto l'asse ottico) grandi angoli che approssimano  $\frac{\pi}{2}$ . Nella Figura 3.3 è raffigurato un sistema con apertura d'ingresso di diametro

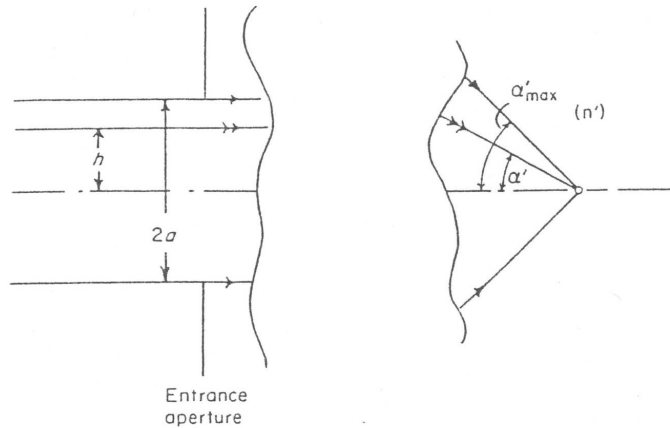


Figura 3.3: Definizione dell'apertura numerica di un sistema IO.  $NA$  è pari a  $n' \sin \alpha'_{\max}$ .

$2a$ , il quale forma un'immagine dell'oggetto puntiforme, in asse, posto all'infinito; il semiangolo del cono dei raggi estremi emergenti è  $\alpha'_{\max}$ . In termini di queste quantità,  $NA$  è allora definito nel modo seguente

$$NA = n' \sin \alpha'_{\max}, \quad (3.2)$$

dove  $n'$  è l'indice di rifrazione del mezzo nello spazio dell'immagine. Abbe mostrò che i punti per un oggetto off-axis possono ugualmente formare un'immagine se tutti i raggi soddisfano

$$h = n' \sin \alpha' \times const., \quad (3.3)$$

dove  $h$  è la distanza di ciascun raggio incidente dall'asse ottico, mentre  $\alpha'$  è l'angolo formato dalla direzione dei raggi emergenti con l'asse ottico nel mezzo  $n'$ . L'Equazione 3.3 è la nota *condizione del seno* di E. Abbe per una buona formazione d'immagine; non assicura una formazione perfetta dell'immagine per tutti i punti dell'oggetto fuori-asse, ma assicura che le aberrazioni, le quali crescono linearmente con l'estensione dell'angolo di fuori-asse, siano

<sup>2</sup>Concetto introdotto da Ernst Abbe nel contesto dei suoi studi relativi al potere risolutivo dei microscopi.

nulle. Queste aberrazioni sono vari tipi di coma<sup>3</sup>. Un sistema ottico privo di aberrazioni sferiche e coma è detto *aplanatico*. Con questo nuovo concetto (affiancato al significato fisico dell'Equazione 3.3) si può dire che la formazione aplanatica di un immagine è una condizione necessaria e non sufficiente affinché un concentratore IO abbia  $C_{max}$  o sia ideale (senza però raggiungere  $C_{max}$ ).

La costante nella condizione del seno di Abbe ha il significato di una lunghezza focale<sup>4</sup> dal lato dell'apertura d'ingresso del concentratore nella Figura 3.3, e la si indica semplicemente con  $f$ . Da  $h = n' \sin \alpha' \times f$  si ricava la semiapertura d'ingresso del sistema ottico

$$a = fNA, \quad (3.4)$$

e sostituendola nell'espressione del rapporto di concentrazione

$$a' = \frac{a \sin \theta_{max}}{NA} \quad (3.5)$$

si ottiene infine

$$a' = f \sin \theta_{max}, \quad (3.6)$$

dove  $\theta_{max}$  è il semiangolo massimo dei raggi ingresso dal concentratore. L'Equazione 3.6 mostra che, per un sistema IO con rapporto di concentrazione teorico massimo, il raggio dell'apertura di uscita è proporzionale a  $\sin \theta_{max}$ . Tutte queste considerazioni sono importanti per caratterizzare il sistema ottico, ma nel reale si avranno comunque aberrazioni tra le quali anche la coma o le distorsioni che vanno ad incidere sulla forma e la qualità dell'immagine (Figura 3.4).

## 3.2 Esempi di configurazioni ideali di concentratori IO...

In questa Sezione si vogliono mettere «a frutto» le proprietà di un concentratore IO ideale spiegate in precedenza, nel senso che tenteremo di definirne

<sup>3</sup>La luce proveniente da un punto si diffonde in una famiglia di cerchi sul piano focale che si collocano in un cono. Il suo nome deriva dal caratteristico aspetto a cometa dell'immagine creata dai sistemi ottici che presentano tale difetto. La coma può essere ridotta (e in alcuni casi eliminata) scegliendo opportunamente la curvatura delle lenti in funzione dell'uso.

<sup>4</sup>Questa affermazione vale per l'appunto per un sistema aplanatico per il quale la lunghezza focale è una costante, cioè è indipendente dalla distanza  $h$  del raggio dall'asse ottico.

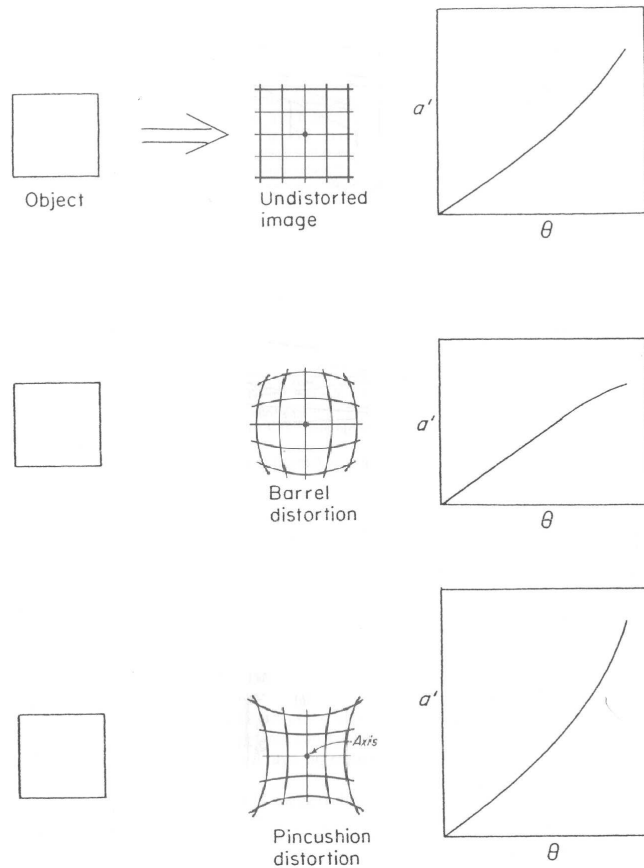


Figura 3.4: Rappresentazione dei vari effetti di distorsione per sistemi IO. Sono raffigurate tre immagini di uno schermo-oggetto rettangolare: nella prima non ha distorsione, nella seconda è soggetto alla distorsione «barrel» letteralmente «a bariletto» secondo la quale l'ingrandimento laterale decresce con la dimensione dell'oggetto, e nella terza è soggetto a distorsione «pincushion» letteralmente «a cuscinetto», dove l'ingrandimento cresce con la distanza dall'asse ottico. I sistemi ottici, si assume abbiano una simmetria rispetto ad un asse di rotazione.

le caratteristiche ed un profilo. Ad esempio, un sistema costituito da lenti non sarebbe molto efficiente come concentratore, poichè per lavorare a dimensioni abbastanza grandi, per applicazioni pratiche, si verificherebbe una rapida crescita delle aberrazioni (crescono linearmente con le dimensioni del sistema). E' comunque interessante e utile, per avere degli argomenti concreti di confronto tra questi sistemi e quelli ad ottica nonimaging, vedere come sia possibile configurare un sistema IO come concentratore ideale ignorando le limitazioni pratiche e assumendo che siano soddisfatte certe condizioni (che

verranno spiegate da qui a poco).

Se, ad esempio, fosse possibile costruire un concentratore con un numero di lenti molto alto, oppure postulare che un tale sistema abbia delle proprietà ottiche estreme, esso, potrebbe mostrare delle prestazioni vicine a quelle di un concentratore ideale (nel senso che tutti i raggi che entrano nel concentratore in un cono  $\pm\theta_{\max}$  emergono in un cono  $\pm\theta'_{\max}$ ), o altrimenti mostrare un'efficienza di collezione teorica massima.

### 3.2.1 ...Rifrangenti e a simmetria sferica

Si consideri ad esempio una superficie sferica rifrangente. E' ben noto dai tempi di Huygens che una porzione di lente sferica crea delle superfici di immagine concentriche, come mostra la Figura 3.5. Il sistema quindi for-

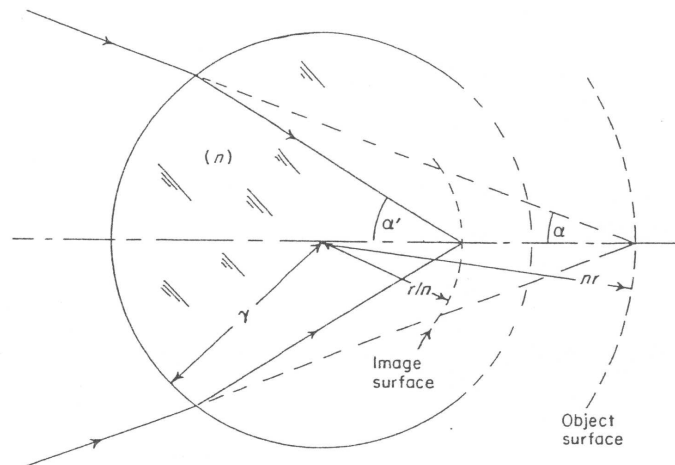


Figura 3.5: Creazione di superfici concentriche aplanatiche per una superficie sferica rifrangente.

ma delle superfici concentriche coniugate, rispettivamente di raggi  $\frac{r}{n}$  e  $nr$ . Una delle due superfici, in particolare quella dell'oggetto, deve essere sempre virtuale, perciò un cosiffatto sistema, in pratica da solo non sarebbe idoneo per essere usato come concentratore (sembra che nessuna combinazione di un numero finito di componenti concentriche possa formare un'immagine reale priva di aberrazioni di un oggetto reale). Il sistema di Figura 3.5 si potrebbe usare come ultimo stadio per un concentratore IO. Gli angoli di convergenza sono legati dall'equazione

$$\sin \alpha' = n \sin \alpha, \quad (3.7)$$



e in presenza di una superficie piana che termina in aria, l'angolo finale  $\alpha''$  al quale emerge un raggio è dato da

$$\sin \alpha' = n^2 \sin \alpha. \quad (3.8)$$

Quindi il sistema potrebbe essere usato in coppia con un altro sistema dotato da un valore di  $NA$  relativamente piccolo, formando così un concentratore *quasi* corretto, come nella Figura 3.6. In ogni caso, un qualsiasi sistema

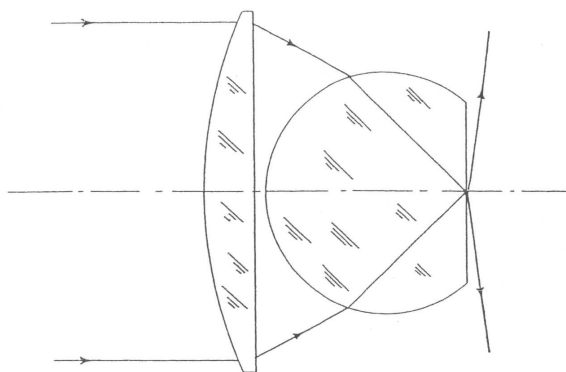


Figura 3.6: Un concentratore a formazione d'immagine costituito da un componente aplanatico.

composto da lenti, fatto con materiali disponibili risulterebbe complicato (a causa soprattutto delle aberrazioni) e avrebbe dei costi improponibili se volessimo costruirlo in dimensioni utili per essere utilizzato come concentratore solare.

Si supponga ad esempio di ovviare al problema delle aberrazioni sferiche supponendo di usare delle lenti ellissoidali con eccentricità pari a  $\frac{1}{n}$  (Figura 3.7). L'ellissoide è caratterizzato da una forte coma e tutti i raggi emergenti da esso incontrano il piano dell'immagine vicino all'asse all'interno di un cerchio di raggio proporzionale a  $\tan \theta_{\max}$ , in contrasto con il risultato dell'Equazione 3.3, secondo la quale tutti i raggi dovrebbero cadere in un cerchio di raggio proporzionale a  $\sin \theta_{\max}$ .

### 3.2.2 ...A indice di rifrazione variabile con continuità

Si sceglie ora una strada diversa: si suppone di disporre di un sistema ottico in cui l'indice di rifrazione varia con continuità, in modo tale che tutti i raggi luminosi, attraversando superfici a simmetria sferica, vadano verso il piano dell'immagine formando un'immagine perfetta. Si riportano qui due esempi

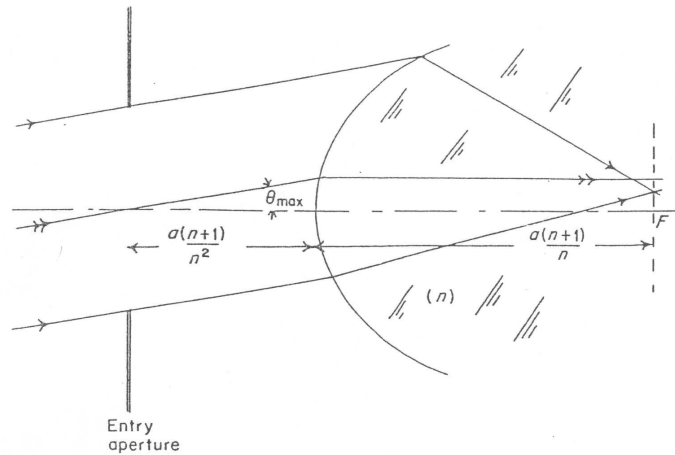


Figura 3.7: Un ellissoide di rivoluzione come concentratore. L'apertura d'ingresso è posta in corrispondenza del primo fuoco del sistema.

storici: il *fish-eye*<sup>5</sup> (letteralmente *occhio di pesce*) di J.C.Maxwell, e la lente di Luneburg.

J.C.Maxwell, nel 1854, mostrò che se un mezzo ha la seguente distribuzione dell'indice di rifrazione

$$n = \frac{a^2}{b^2 + r^2}, \quad (3.9)$$

dove  $a$  e  $b$  sono delle costanti, mentre  $r$  è la coordinata radiale, è possibile ottenere un'immagine perfetta. Questa particolarità è legata al fatto che il profilo della distribuzione dell'indice di rifrazione corrisponde alla geometria di una sfera. Con questo profilo, i raggi luminosi emessi in ogni direzione da un punto della sfera seguono dei cerchi tutti attorno alla lente, fino a che non si incontrano perfettamente sul lato opposto. Nel caso in cui valga  $a = b = 1$ , le distanze dei punti coniugati dall'origine sono legati dalla relazione

$$rr' = 1. \quad (3.10)$$

Alcuni raggi, formanti l'immagine, potrebbero essere come quelli tracciati nella Figura 3.8. Questo tipo di sistema, che è noto con il nome di lente *fish-*

<sup>5</sup>**Curiosità:** la lente fish-eye per fotocamera è molto particolare in quanto abbraccia un angolo di campo non inferiore a  $180^\circ$ , e a volte è anche maggiore. Il suo nome fu coniato da Robert W.Wood nel suo libro *Physical Optics* in un capitolo dedicato alla rifrazione dei raggi di luce incidenti sulla superficie di un lago, facendo riferimento al fatto che un pesce da dentro l'acqua è in grado di vedere una semisfera. Le immagini prodotte da una lente fish-eye sono circolari e soggette a distorsione a barilotto; sono spesso usate dai fotografi per riprendere paesaggi estesi e suggerire la curvatura della terra. Non è molto diffusa in quanto è piuttosto costosa.

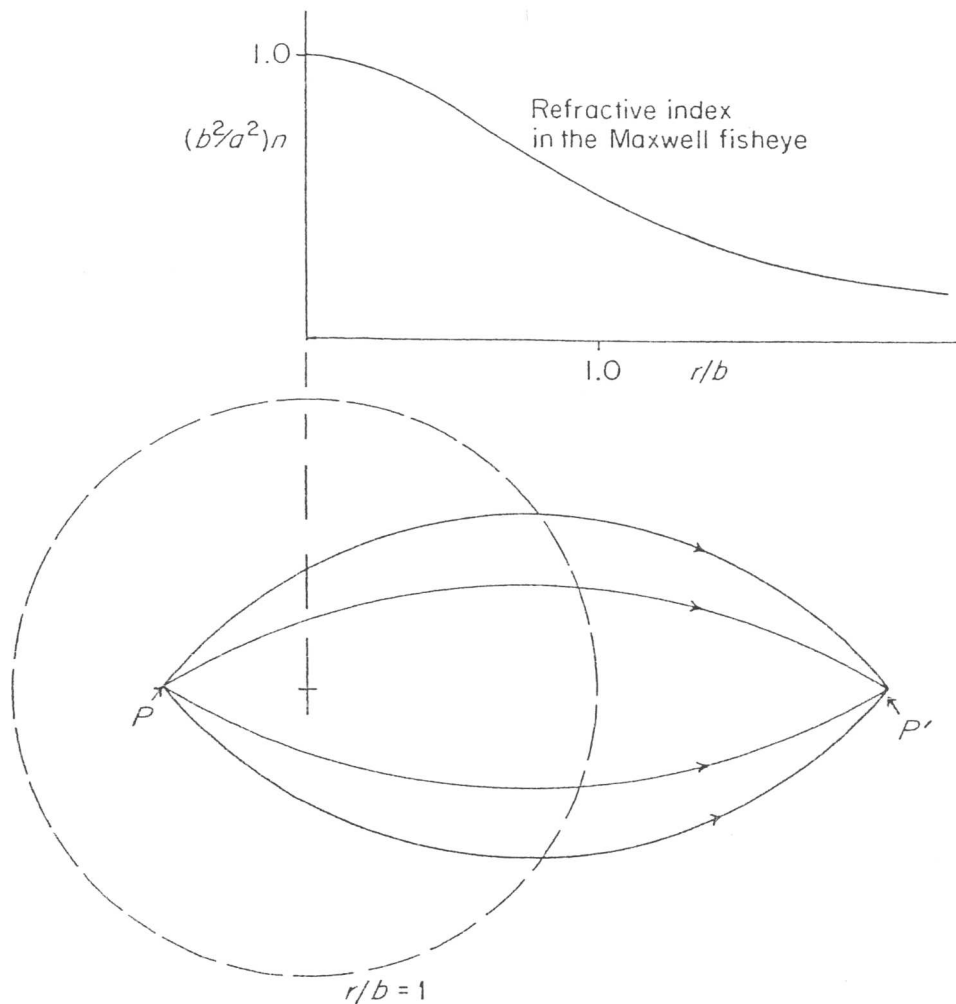


Figura 3.8: Raggi nella lente fish-eye di J.C.Maxwell. I raggi sono archi di cerchio.

eye di J.C.Maxwell, non è però pratico per essere usato come concentratore solare (sarebbe ideale, ma non raggiungerebbe il rapporto di concentrazione massimo teorico) poichè sia l'oggetto che l'immagine devono essere immersi in un mezzo.

Nel 1964 Luneburg riportò altri esempi di mezzi a simmetria sferica dotati di proprietà ideali per la formazione di immagine. In particolare trovò un esempio, noto in letteratura come lente di Luneburg, in cui la distribuzione dell'indice di rifrazione si estende solo su un raggio finito e dove l'oggetto coniugato è posto all'infinito. La distribuzione dell'indice di rifrazione è la

seguinte

$$n(r) = \begin{cases} \sqrt{2 - \frac{r^2}{a^2}}, & r < 1 \\ 1, & r \geq 1 \end{cases} . \quad (3.11)$$

Questa distribuzione forma un'immagine perfetta con apertura numerica unitaria, come si può vedere nella Figura 3.9. Può essere anche mostrato che

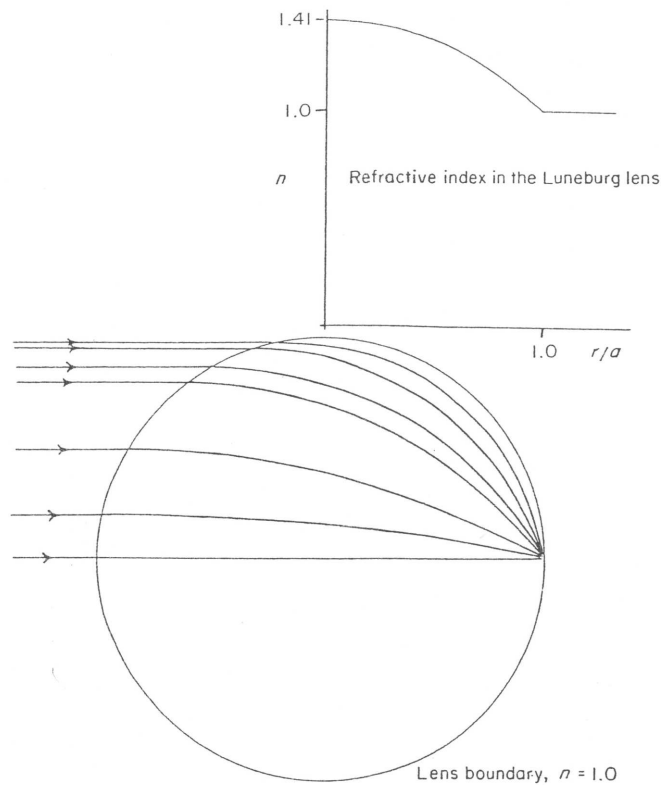


Figura 3.9: Lente di Luneburg.

per la simmetria sferica i punti di un'immagine perfetta sono formati da raggi paralleli che provengono da tutte le direzioni. La lente di Luneburg può essere considerata come un concentratore ideale IO con rapporto di concentrazione massimo per angoli di collezione  $\theta_{\max}$  fino a  $\frac{\pi}{4}$ , nella situazione in cui si concentra da una sorgente concava sferica all'infinito, su un assorbitore concavo sferico in contatto ottico con la lente. Oltre al problema pratico della costruzione delle lenti, la lente di Luneburg presenterebbe un'apertura d'uscita nella forma di un calotta sferica ed un'apertura d'ingresso che cambia di forma con l'inclinazione dei raggi, mentre fin ora sono state sempre considerate aperture d'ingresso e d'uscita planari.

### 3.2.3 ...Speculari

Questa Sezione è dedicata all'analisi delle performance di sistemi speculari se fossero impiegati come concentratori. Si consideri uno specchio paraboloidale<sup>6</sup> come nella Figura 3.10. Uno specchio di questo tipo focalizza i raggi paralleli all'asse ottico esattamente nel fuoco, equivale a dire che è privo di aberrazione di sfericità. I fasci off-axis sono mal aberrati. Nella sezione meridiana, sfruttando il ray tracing, è possibile verificare che i raggi estremi all'angolo  $\theta$  attraversano il piano focale lontano dall'asse rispetto ai raggi centrali. Questo significa che lo specchio paraboloidale può essere usato come un concentratore ideale solo per quei raggi che emergono ad angolo molto inferiore a  $\frac{\pi}{2}$ . Per mezzo di pura geometria è possibile sapere quanto deve essere estesa l'apertura d'uscita per poter raccogliere tutti i raggi nella sezione meridiana. Si

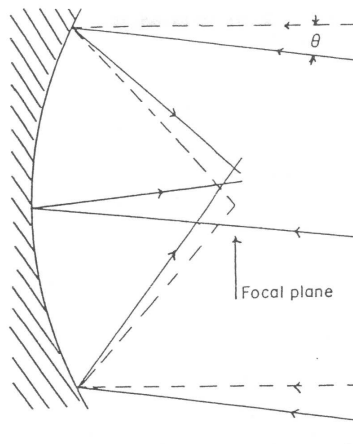


Figura 3.10: Rappresentazione della coma per uno specchio paraboloidale. I raggi di un fascio assiale sono mostrati per mezzo della linea tratteggiata. I raggi emergenti di un fascio obliquo ad un angolo  $\theta$  rispetto l'asse ottico, incontrano il piano focale lontano dall'asse rispetto ai raggi centrali di questo stesso fascio.

consideri ora lo specchio concavo mostrato nella Figura 3.11. L'assorbitore piano dei raggi (che corrisponde all'apertura d'uscita del sistema) deve essere grande abbastanza da poter intercettare il fascio divergente, riflesso dai bordi estremi dello specchio stesso. Quando questa condizione è soddisfatta, i bordi dell'assorbitore e quelli dello specchio cadono su un cerchio comune (di raggio  $r$ ). Non è stata precisata alcuna forma particolare di questo specchio, ma deve essere tale da spedire tutti i raggi che riceve all'apertura d'uscita. Secondo le proprietà del cerchio, se l'assorbitore sottende, al centro del cerchio, un angolo massimo  $4\theta_{\max}$ , l'angolo di raccolta della luce è  $2\theta_{\max}$ . Se lo

<sup>6</sup>Appendice B.

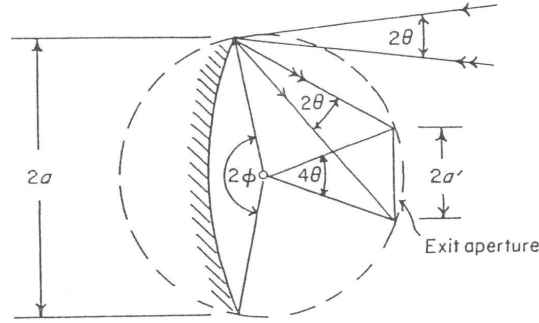


Figura 3.11: Raccolta della totalità di raggi da uno specchio concavo.

specchio concavo sottende al centro del cerchio un angolo  $2\phi$  si trova

$$\frac{a'}{a} = \frac{\sin 2\theta_{\max}}{\sin \phi}, \quad (3.12)$$

secondo la quale il minimo valore di  $a'$  è ottenuto quando  $\phi = \frac{\pi}{2}$ . Con questo valore di  $\phi$  e con  $0 < \theta_{\max} < \frac{\pi}{4}$ , il rapporto di concentrazione ottico (Equazione 3.12), tenendo conto dell'ostruzione dovuta dall'assorbitore, diventa

$$\begin{aligned} C &= \left(\frac{a}{a'}\right)^2 - 1 \\ &= \frac{1}{4 \sin^2 \theta_{\max}} \frac{\cos^2 2\theta_{\max}}{\cos^2 \theta_{\max}} \\ &< \frac{1}{(4 \sin^2 \theta_{\max})}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Questo valore è inferiore ad  $\frac{1}{4}$  del valore del rapporto di concentrazione teorico massimo.

La grande perdita in concentrazione a grandi aperture è principalmente causata dal fatto che uno specchio concavo singolo usato in questo modo, soffre di una grande coma, perciò non soddisfa la condizione del seno di Abbe (Equazione 3.3). La coma introdotta nel piano dell'immagine comporta un aumento in dimensioni dell'apertura d'uscita del sistema ed un conseguente calo nel potere di concentrazione rispetto al valore massimo.

### La macchina fotografica di Schmidt

Il sistema ottico Kellner-Schmidt combina uno specchio concavo sferico con una lente asferica<sup>7</sup>. Kellner concepì e brevettò<sup>8</sup> questo sistema ottico nel 1910 come una sorgente di ottima qualità per un fascio di raggi paralleli.

Negli anni seguenti Schmidt utilizzò questo sistema ottico per una macchina fotografica ad alta velocità, da quel momento rimase noto come *macchina fotografica di Schmidt*. Il sistema è rappresentato nella Figura 3.12. Lo scopo della lente asferica è di rifrangere i raggi entranti paralleli in direzioni tali per cui, dopo la riflessione dallo specchio sferico (deve essere ovviamente più grande dell'apertura di collezione della radiazione), vanno tutti nel fuoco nello stesso punto assiale F. Questo *piatto correttore* elimina l'aberrazione sferica dello specchio. Con la lente posizionata nel centro di curvatura dello specchio, i raggi che entrano nel sistema a grandi angoli rispetto l'asse, vengono spediti verso un fuoco relativamente buono in un altro punto  $F'$ . La superficie focale di questo sistema non è piano ma sferico, con il suo centro di curvatura in C.

La macchina fotografica di Schmidt raggiungerebbe il rapporto di concentrazione ideale per un angolo d'uscita dei raggi ristretto, ma avrebbe difficoltà pratiche a raggiungere il rapporto di concentrazione massimo teorico. Un sistema di questa complessità non può essere considerato seriamente per essere impiegato come un concentratore solare.

Ha altre proprietà sorprendenti e utili. Se utilizzato come macchina fotografica, con un piccolo spessore al centro o con uno spessore più grande ma curvo per adattarsi alla superficie focale, è dotata di una grande velocità pari a  $\frac{f}{0.5}$ . Questa sua velocità fenomenale comportò un suo utilizzo da parte di astronomi per fotografare comete o stelle deboli. Per ragioni simili venne anche usato nei ricevitori dei televisori per proiettare piccole immagini da un tubo ad oscilloscopio su uno schermo relativamente grande.

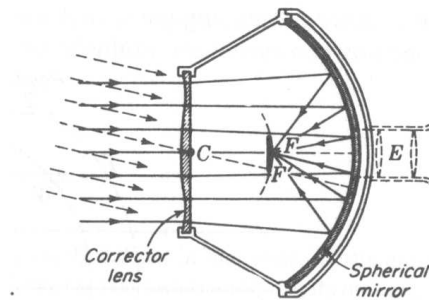
## 3.3 Conclusioni sui concentratori classici IO

Secondo le possibilità teoriche, sarebbe certamente possibile costruire un concentratore ideale con rapporto di concentrazione teorico massimo, se ad esempio si potessero avere gradi di libertà come la simmetria sferica, un indice

---

<sup>7</sup>Una lente asferica è un sistema ottico la cui superficie non è né una porzione di sfera, né un cilindro a base circolare. Il più complesso profilo asferico può eliminare l'aberrazione sferica. Sono spesso utilizzate come lenti per occhiali; quelle stampate trovano vari impieghi ad esempio in macchine fotografiche economiche, nelle fotocamere contenute nei telefoni cellulari o nei lettori CD.

<sup>8</sup>U.S. Brevetto 969,785, 1910.



*Figura 3.12: Camera Schmidt. Questo sistema ottico non ha nè aberrazione sferica nè coma, perciò potrebbe essere un buon concentratore per piccoli angoli di collezione. Ci sono comunque seri impedimenti pratici, come il costo e l'ostruzione centrale dell'apertura.*

che varia con continuità e materiali con proprietà quasi irreali (ad esempio con un indice di rifrazione che varia tra 1 e 2 senza avere dispersione). Se non si volessero aggiungere gradi di libertà e si volessero concentrare due punti di un oggetto sui due punti corrispondenti di un'immagine, sarebbero sufficienti le due superfici di una lente (ogni superficie per ogni punto). Se si volessero concentrare tanti punti di un oggetto nei corrispondenti punti dell'immagine sarebbero necessarie tante superfici (tante lenti) quante sono i punti. E' chiaro che il numero di lenti potrebbe anche essere infinito, quindi anche con questo stratagemma si otterrebbe comunque un sistema troppo complesso. In ogni caso, a parte le difficoltà di disegnare un sistema ottico ideale a formazione d'immagine, i dispositivi ottici disponibili non producono immagini perfette ma soggette ad aberrazioni. Tutto ciò non significa che sia impossibile costruire un sistema in grado di creare immagini perfette e di concentrare al limite massimo teorico; è evidente che non è cosa semplice. Un sistema ad ottica imaging infatti richiede molti gradi di libertà in quanto la formazione dell'immagine impone un gran numero di condizioni che devono essere soddisfatte simultaneamente.

Se l'obiettivo di un sistema ottico è quello di trasferire energia da una sorgente ad un ricevitore, la formazione dell'immagine non è più necessaria. L'immagine del Sole può essere necessaria in astronomia solare o per lo studio delle macchie solari, ma non ha nessun vantaggio per sistemi di conversione dell'energia solare.



# Capitolo 4

## Sistemi ad Ottica NonImaging

### 4.1 Limiti di concentrazione dei sistemi IO

Nella Sezione 3.2.3, è stato valutato il rapporto di concentrazione per un sistema costituito da uno specchio concavo e da un assorbitore piano. E' stato possibile vedere quantitativamente che esso è inferiore ad  $\frac{1}{4}$  del valore del rapporto di concentrazione teorico massimo. Si ricorda che ci sono due dimostrazioni più consuete per questo limite. La prima è basata su un argomento di tipo termodinamico, nel senso che se  $C_{geo}$  potesse essere reso più grande, e  $A'$  più piccolo, non ci sarebbe abbastanza area per irradiare l'energia incidente e la sua temperatura potrebbe crescere superando quella della sorgente violando la seconda legge della termodinamica. La seconda dimostrazione con la quale si spiega il limite di concentrazione teorico massimo (è già stata presentata anche nelle Sezioni precedenti), è basata sulla conservazione del volume occupato da un insieme di raggi nello spazio delle fasi. Si riportano ora ulteriori esempi di valori limite di  $C$  per altri sistemi. Si consideri ad esempio un sistema ottico a lente di un telescopio, corretto da aberrazione sferica e coma; esso ridurrà l'apertura d'uscita del telescopio, rispetto l'apertura d'ingresso, secondo la relazione

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{f_F}{f_T}, \quad (4.1)$$

dove  $f_F$  è la lunghezza focale dell'ottica, ed  $f_T$  è la lunghezza focale del telescopio. La lunghezza focale del telescopio  $f_T$ , è legata all'angolo massimo  $\theta_{max}$  dei raggi nel suo spazio immagine, per mezzo dell'espressione

$$f_T = \frac{1}{(2\sin\theta_{max})}. \quad (4.2)$$

Sostituendo le Equazioni 4.1 e 4.2 nell'Equazione 1.20, si ottiene

$$C = \frac{1}{(2f_F \sin \theta_{\max})^2}. \quad (4.3)$$

Si enfatizza che, le lunghezze focali così come sono definite nelle Equazioni 4.1, 4.2, e 4.3, sono valide solo e soltanto per un sistema privo di aberrazioni sferiche e coma (cioè per un sistema aplanatico, definito nella Sezione 2.1). Il valore pratico più basso di  $f_F$  per una lente è  $\sim 1$ , anche se questo in realtà non è un limite rigoroso; Des Cartes e Huygens, ad esempio, hanno disegnato lenti asferiche capaci di raggiungere il limite  $f = 0.5$  imposto dalla condizione del seno di Abbe. In ogni caso, le prestazioni di questi ed altri sistemi a lente con lunghezza focale corta sono severamente limitate dalle aberrazioni ed in molti casi anche da perdite di radiazione a causa di assorbimento. Per sistemi ottici che devono essere usati nella banda dell'infrarosso dello spettro elettromagnetico, è realistico assumere che effettivamente  $f_F \gtrsim 1$ , e quindi

$$C \leq \frac{1}{(4 \sin^2 \theta_{\max})}. \quad (4.4)$$

Nel caso in cui il sistema ottico è immerso in un mezzo in cui ad esempio il rivelatore è posto in contatto ottico con un mezzo ad indice di rifrazione  $n$ , il flusso di concentrazione guadagna un fattore  $n^2$ . Si consideri ora un concentratore 2D parabolico termico con ricevitore tubolare (Figura 4.1). In questo caso, il rapporto di concentrazione diventa  $\frac{\sin \phi}{\pi \sin \theta_{\max}}$ , il quale è massimizzato a  $\frac{1}{\pi \sin \theta_{\max}}$  per un'apertura angolare dello specchio di  $90^\circ$ . Questo risultato è inferiore a  $\frac{1}{\pi}$  volte il rapporto di concentrazione teorico massimo  $C_{\max}$ . Questo è il motivo per cui i concentratori solari parabolici hanno angoli di apertura molto grandi.

Nei casi che sono stati riportati qui, il rapporto di concentrazione cala di un fattore 4 o  $\pi$  rispetto alla legge del seno del limite di concentrazione.

In tecnologia, questi fattori non sono trascurabili. Il tentativo di voler avvicinare i livelli di concentrazione raggiunti dai più comuni sistemi IO al limite di concentrazione dato dalla legge del seno, ha motivato l'invenzione dell'Ottica NonImaging.

## 4.2 Il concentratore NIO

E' interessante fare un confronto tra i sistemi ottici presentati nelle Figure 4.2(a) e 4.2(b). In entrambi i casi, la condizione è tale per cui la luce che proviene da **EF** deve passare proprio attraverso **BA**. Nel caso della Figura 4.2(a) è anche richiesto che la luce che proviene da **F** venga concentrata

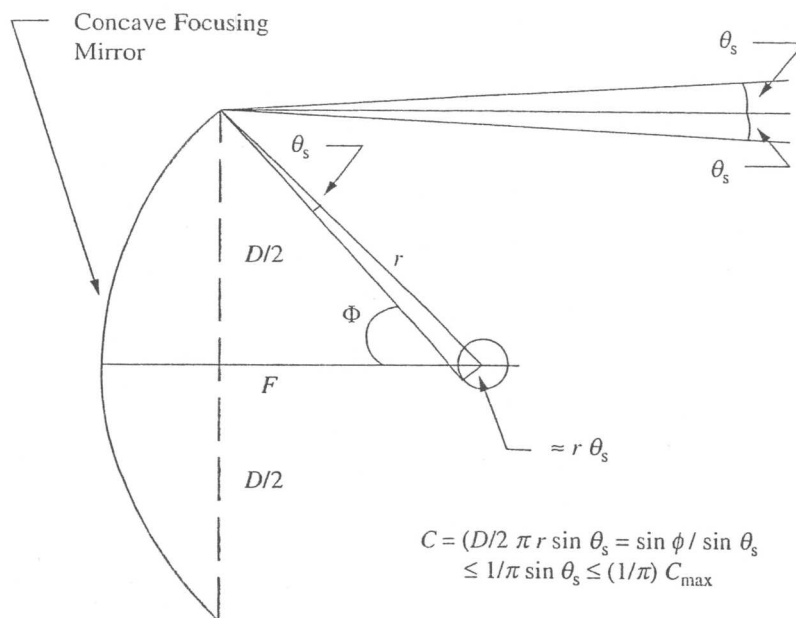


Figura 4.1: Concentratore solare 2D parabolico con assorbitore tubolare.

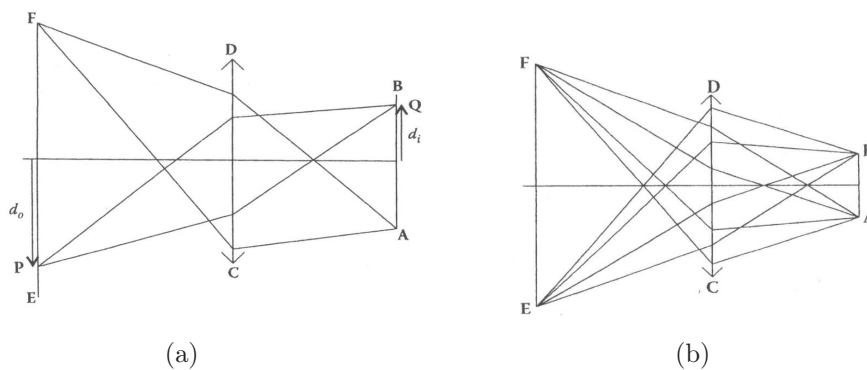


Figura 4.2: (a) In un sistema IO, la luce che proviene da qualsiasi punto **P** dell'oggetto è concentrata su un punto **Q** dell'immagine secondo  $d_i = Md_o$ , dove  $d_o$  e  $d_i$  diventano rispettivamente le distanze di **P** e di **Q** dall'asse ottico. (b) Rappresentazione schematica di un sistema ottico che focalizza i raggi marginali uscenti da **F** verso il punto estremo **A** e quelli marginali uscenti da **E** verso il punto estremo **B**. Notare che **E** ed **F** sono i punti estremi dell'oggetto posto a distanza finita dalla lente **CD**, mentre **A** e **B** sono i punti estremi dell'oggetto.

su **A** mentre quella proveniente da **E** che venga concentrata su **B**. Inoltre, la luce proveniente da qualsiasi altro punto **P** deve essere concentrato su un punto **Q** dell'immagine, dove  $d_o$  e  $d_i$  sono, rispettivamente, le distanze di questi punti dall'asse ottico del sistema. Nella Figura 4.2(b) è presentato un dispositivo ottico, nel quale si ha la sola richiesta che la luce proveniente da **F** venga concentrata in **A**, e che quella proveniente da **E** venga concentrata in **B**. La luce proveniente da un punto generico **P** dell'oggetto, non sarà necessariamente concentrato su un punto lungo **AB**, quindi in generale nessuna immagine verrà formata.

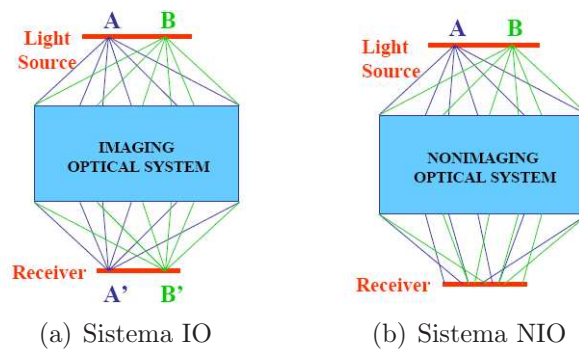


Figura 4.3: Raffigurazione più essenziale riguardo alla differenza tra un sistema IO ed uno NIO. Nel primo i raggi vanno dai punti dell'oggetto ai rispettivi punti dell'immagine, nel secondo i raggi non vanno a formare nessuna immagine dell'oggetto.

Il dispositivo presentato nella Figura 4.3(a) è il classico sistema a formazione d'immagine, mentre quello nella Figura 4.3(b) è un disegno schematico di un dispositivo ad ottica nonimaging (Figura 4.3). È importante notare che si assomigliano se vengono usati come collettori di radiazione, ma quelli a formazione d'immagine sono disegnati appositamente per i raggi assiali, mentre quelli senza formazione d'immagine sono costruiti in base ai raggi estremi per il campo di vista desiderato (raggi vicino all'asse ad esempio non vengono quindi focalizzati nel fuoco, ma vengono comunque concentrati).

Un dispositivo NIO può quindi essere usato come concentratore, dove la formazione dell'immagine non è una condizione necessaria. L'unica condizione che deve essere soddisfatta nei dispositivi NIO a concentrazione, è che la radiazione che entra nel dispositivo ottico deve emergere, concentrata, da un'apertura d'uscita; in breve l'ottica NIO analizza la luce in termini di quantità di flussi energetici e non di qualità di un'immagine.

Come è stato presentato nel Capitolo 3, i dispositivi ottici soffrono di aberrazioni; in particolare il sistema rappresentato nella Figura 4.2(b) può pre-

sentare aberrazione cromatica, ovvero può rifrangere diverse lunghezze d'onda in differenti direzioni. Per evitare questo genere di problema in un concentratore NIO, possono essere utilizzate superfici a specchio, le quali riflettono allo stesso modo tutte le lunghezze d'onda.

### 4.2.1 Il metodo delle «stringhe» o EDGE RAY PRINCIPLE

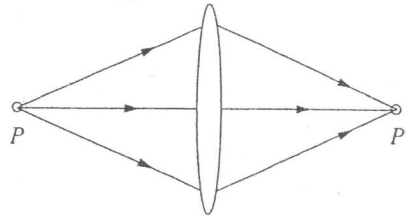
Nella sezione precedente è stata esposta la possibilità che non sia necessaria la formazione di immagine per un sistema, il cui scopo sia quello di concentrare energia radiante. Questa affermazione richiede ovviamente di una teoria o di un principio che la supporti, in modo che questo discorso sia estendibile a tutti i sistemi NIO, e per mezzo del quale sia possibile sviluppare un algoritmo per disegnare i loro profili. Prima di farlo, si richiama nuovamente il Principio di Fermat, dal quale derivano i disegni dei profili dei sistemi a formazione d'immagine. La lunghezza di cammino ottico (OPL) tra punti dell'oggetto e punti dell'immagine è la stessa per tutti i raggi (Figura 4.4(a)). Quando questo stesso principio viene applicato alle stringhe piuttosto che ai raggi, si ottiene l'algoritmo noto con il nome inglese di *edge ray principle* (letteralmente *principio del raggio marginale*, è noto anche sotto il nome di *metodo delle stringhe*), per il disegno di sistemi ottici nonimaging. Per capire cosa sono le stringhe si ricorre ad un esempio, nel quale si vuole risolvere il problema di come raggiungere il limite di concentrazione dato dalla legge del seno nel caso semplice di assorbitore piatto (Sezione 3.2.3). Si lega un estremo della corda ad un'asta inclinata di un angolo  $\theta$  rispetto al segmento dell'apertura  $AA'$  e si lega l'altro estremo al bordo dell'apertura d'uscita  $B'$ . Si traccia il profilo del riflettore, mantenendo fissa la lunghezza man mano che la stringa viene mossa da  $C$  ad  $A'$ . Per mezzo di semplice geometria, è immediato trovare la seguente relazione  $BB' = AA' \sin \theta$ , la quale è associata alla costruzione del CPC 2D, o semplicemente CPC. La rotazione di questo profilo attorno all'asse di simmetria, fornisce, come già detto in precedenza, il profilo del CPC 3D.

La costruzione delle stringhe è molto versatile, e può essere applicata a qualsiasi assorbitore convesso (o per lo meno non concavo).

Imaging Optics

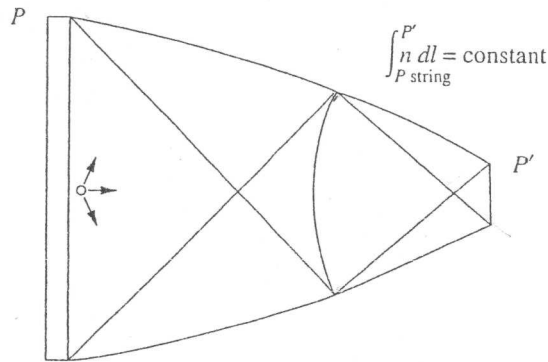
$$\int_{P \text{ ray}}^{P'} D dl = \text{constant [Fermat 1601-1665]}, \text{ where}$$

$n$  = index of refraction  
 $l$  = path length



(a)

Nonimaging Optics:



(b)

Figura 4.4: Il principio di Fermat per i raggi e per le «stringhe».

### 4.3 Il CPC (Compound Parabolic Concentrator)

Si consideri una sorgente emittente di radiazione  $E_1$  ed un ricevitore **AB**, sul quale si vuole concentrare più luce possibile rispetto quella proveniente dalla sorgente stessa (Figura 4.6(a)). Man mano che si prova a muovere questa sorgente verso sinistra, come mostra la Figura 4.6(b), e cresce in dimensioni mantenendo i suoi bordi sempre in contatto con i raggi  $r_1$  e  $r_2$ , che assieme formano un angolo  $2\theta$ , il campo della radiazione sarà visto dalla superficie **AB** come radiazione uniforme. Ogni punto del ricevitore **AB** vede cioè arrivare la radiazione tra due raggi estremi, che formano un cono di angolo  $2\theta$  (Figura 4.7). Si cerca il profilo di un sistema NIO, che possa concentrare la radiazione in maniera tale che la potenza massima raggiunga l'apertura

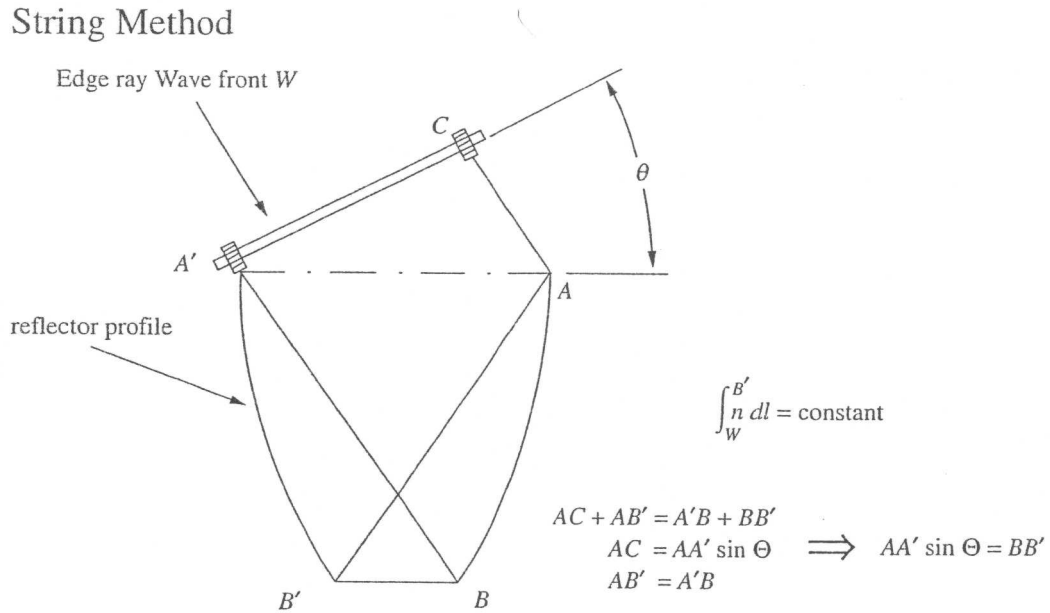


Figura 4.5: Costruzione stringhe per un concentratore con assorbitore piano.

**AB**, a partire da quello rappresentato nella Figura 4.6, che non è altro che il profilo di un cono di luce, il primo concentratore di tipo nonimaging. Sia

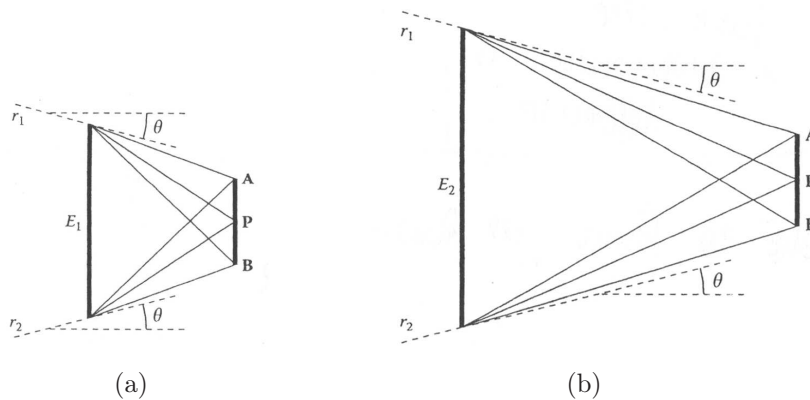


Figura 4.6: Man mano che la sorgente  $E$  si muove verso sinistra e cresce in maniera tale che i suoi bordi continuino a toccare i raggi  $r_1$  e  $r_2$ , le sue dimensioni saranno via via  $E_1, E_2, \dots$ . La radiazione ricevuta da  $AB$  si trova confinata in ogni punto all'interno di un angolo  $2\theta$ .

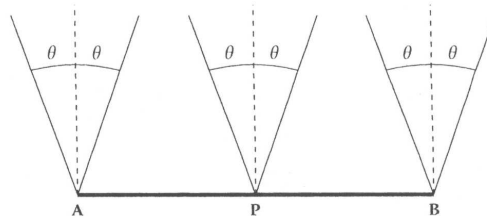


Figura 4.7: Radiazione uniforme di apertura angolare totale  $2\theta$  che cade verso la superficie  $AB$ .

allora  $AB$  l'apertura d'uscita del dispositivo, e si creino i profili degli specchi proprio a partire dai punti  $A$  e  $B$ , ad esempio, per iniziare, si possono far partire da questi punti dei semplici specchi piani. Si consideri il problema simmetrico rispetto ad un asse verticale che passa per il centro del segmento  $AB$ , in questo modo i due specchi sono simmetrici tra loro (Figura 4.8). Per

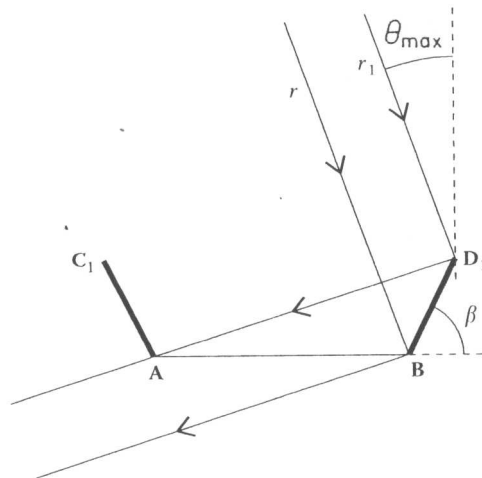


Figura 4.8: Per concentrare la radiazione su  $AB$ , si posizionano degli specchi proprio nei punti  $A$  e  $B$ . Per raccogliere una potenza massima di radiazione, l'apertura d'ingresso  $C_1D_1$  deve essere a sua volta massima, che equivale a dire che l'angolo  $\beta$  formato da questi specchi con la linea orizzontale deve essere minimo. Il valore minimo di  $\beta$  è ottenuto quando il raggio estremo  $r_1$  proveniente da sinistra, una volta caduto su  $D_1$ , viene riflesso verso il punto  $A$ . Se si provasse a diminuire ulteriormente l'angolo  $\beta$ , questo raggio marginale verrebbe riflesso dal punto  $D_1$  verso lo specchio  $AC_1$ , e da qui verrebbe riflesso lontano da  $AB$ .

spedire attraverso  $AB$  la massima quantità di radiazione, l'angolo  $\beta$  formato dagli specchi con l'orizzontale, deve essere il più piccolo possibile, ovvero



l'apertura d'ingresso  $C_1D_1$  deve essere la più grande possibile. Il minimo di  $\beta$  è individuato dall'imposizione che il raggio limite  $r_1$  incidendo su  $D_1$  venga spedito verso il punto  $A$ . In questo modo, per valori più piccoli di  $\beta$ , i raggi che giungono su  $BD_1$  vengono riflessi verso  $AC_1$  e da qui lontano da  $AB$ . E' possibile migliorare questa configurazione aggiungendo un secondo specchio come mostra la Figura 4.9. Analogamente a prima l'inclinazione degli

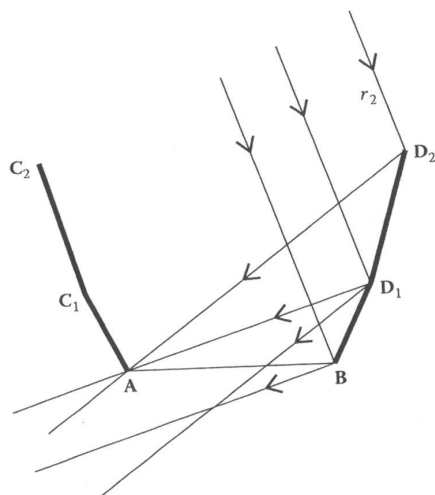


Figura 4.9: E' possibile ora aggiungere un nuovo specchio nei punti  $C_1$  e  $D_1$  allargando ulteriormente l'apertura d'ingresso, che ora è diventata  $C_2D_2$ .

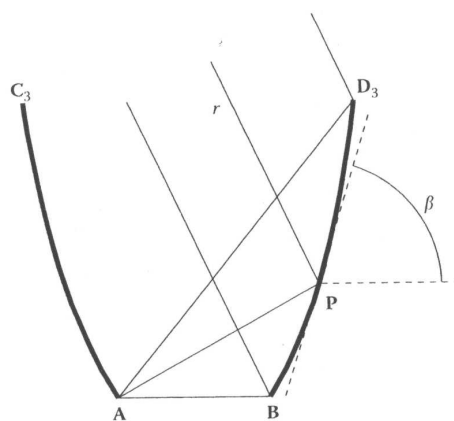


Figura 4.10: La procedura presentata nella Figura 4.9 può essere ora estesa aggiungendo via via più specchi e rendendo via via le loro dimensioni sempre più piccole.

specchi, che vengono aggiunti alla configurazione precedente, deve essere tale da massimizzare la nuova apertura d'ingresso  $\mathbf{C}_2\mathbf{D}_2$ ; in questo modo il raggio estremo che proviene da sinistra, una volta giunto sul punto  $\mathbf{D}_2$ , viene riflesso verso il punto  $\mathbf{A}$  dell'apertura d'uscita. Si potrebbe continuare in questo modo aggiungendo via via specchi di dimensione finita e imponendo la condizione sui raggi estremi. Questi specchi però, possono essere portati a dimensioni infinitesime, in questo modo i loro profili considerati nella totalità si adattano ad una curva. In questa situazione, la quale è presentata nella Figura 4.10, l'angolo  $\beta$  il quale era quello minimo tra la direzione di ogni specchio con l'orizzontale, è ora l'inclinazione della curva rispetto l'asse orizzontale, e deve a sua volta essere minimizzato in ogni punto. La curva così per come è stata definita, deve essere tale da deflettere verso il punto  $\mathbf{A}$  dell'apertura d'uscita tutti i raggi estremi  $r_i$  provenienti da sinistra. Se si considerano solo i raggi nella sezione meridiana, la soluzione è semplice, in quanto la curva geometrica che ha la caratteristica di deflettere un insieme di raggi paralleli in un punto, è una parabola con il suo asse parallelo ai raggi estremi  $r_i$ , mentre il suo fuoco giace nel punto  $\mathbf{A}$  (lo stesso discorso vale per il lato sinistro in cui per l'appunto si avrà un profilo di parabola simmetrico a quello  $\mathbf{D}_3\mathbf{B}$ ). Questa curva è proprio tale per cui in ogni suo punto  $\mathbf{P}$  si ha il valore più piccolo di  $\beta$  al quale corrisponde l'apertura d'ingresso massima  $\mathbf{C}_3\mathbf{D}_3$ . Si può evincere dalla Figura 4.11, che se si provassero a prolungare i

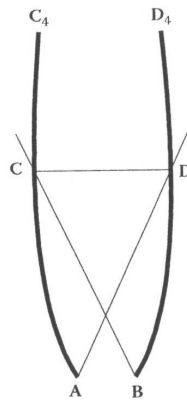


Figura 4.11: Se i due archi di parabola fossero estesi in lunghezza verso l'alto, la distanza tra gli specchi aumenterebbe fino alla massima apertura  $\mathbf{CD}$  per poi cominciare a decrescere. Inoltre, le porzioni  $\mathbf{DD}_4$  e  $\mathbf{CC}_4$  dello specchio, ombreggerebbero le altre porzioni di specchio  $\mathbf{AC}$  e  $\mathbf{BD}$ , rispettivamente. Poichè lo scopo è quello di massimizzare le dimensioni dell'apertura d'ingresso è necessario tagliare le parabole a  $\mathbf{CD}$ .

due profili di parabola, si raggiungerebbe un punto oltre il quale esse comin-

cerebbero a piegare l'una verso l'altra verso l'asse di simmetria del sistema, riducendo la dimensione dell'apertura d'ingresso. Quando si verifica questo, la cima dello specchio di destra comincia ad oscurare la base dello specchio di sinistra e viceversa. Questa ovviamente non può essere considerata una condizione adatta del sistema per raccogliere la massima potenza della radiazione, perciò è necessario tagliare i due profili di parabola all'altezza della linea **CD**, dove effettivamente, la larghezza dell'apertura d'ingresso è massima. Il concentratore finale deve allora presentarsi come nella Figura 4.12.

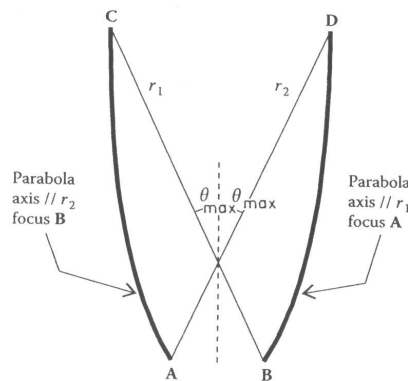


Figura 4.12: Sezione meridiana di un CPC. E' un concentratore con apertura d'ingresso **CD**, che accetta radiazione che fa un angolo di  $\pm\theta_{\max}$  rispetto l'asse ottico del sistema e la concentra su **AB**.

Il profilo di questo dispositivo, proprio perchè consiste in due archi di parabola, **AC** e **BD**, è chiamato CPC (da Compound Parabolic Concentrator, letteralmente *Concentratore Parabolico Composto*). L'arco **BD** è parte di una parabola, avente il suo asse parallelo alla direzione **BC** (in particolare inclinata di  $\theta$  verso sinistra) e fuoco in **A**. L'arco **AC**, come è stato già accennato in precedenza, è simmetrico all'arco **BD**.

La partenza era stata la ricerca di un profilo di concentratore NIO, che avesse l'apertura d'ingresso più grande possibile, e a partire da questo, è stato ottenuto un disegno che è il risultato della combinazione di due curve, le quali deflettono i raggi provenienti dai bordi della sorgente di radiazione sui bordi del ricevitore stesso. Questo è il principio fondamentale per il disegno dei concentratori nonimaging, ed è conosciuto con il nome inglese di *edge ray principle* (Sezione precedente). Secondo questo principio, per l'appunto, i raggi di luce che provengono dai bordi della sorgente, *devono* essere deflessi sui bordi del ricevitore.

Si vuole ora analizzare un'importante caratteristica di questo dispositivo e per farlo si osservi la Figura 4.13, la quale mostra come tutti i raggi paralleli

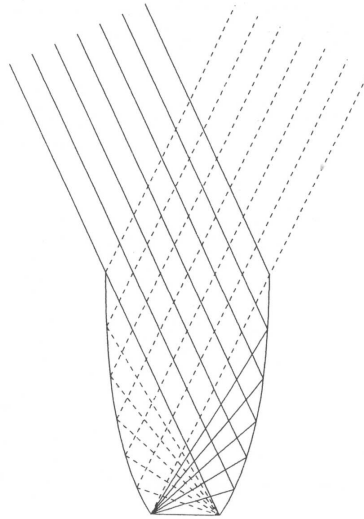


Figura 4.13: Traiettorie dei raggi marginali all'interno del CPC, nel piano marginale.

ai raggi marginali siano concentrati sui bordi del concentratore.

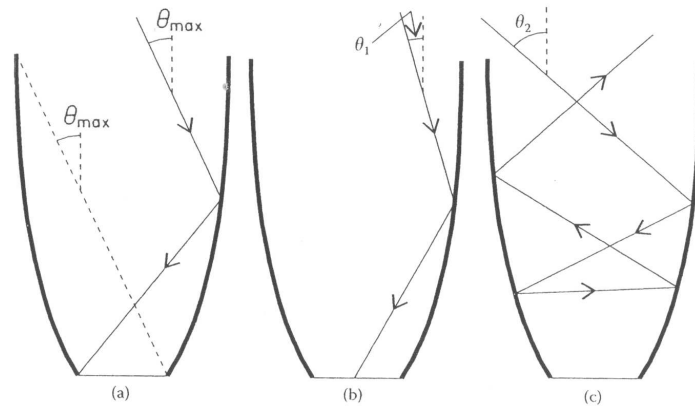


Figura 4.14: Rappresentazione delle traiettorie di tre tipi di raggi all'interno del CPC (nella sezione meridiana). (a) Caso limite: un raggio che entra nel CPC con un'inclinazione pari a metà angolo di accettazione  $\theta_{\max}$ . Questo raggio è riflesso al bordo del ricevitore. (b) Un raggio che entra nel CPC ad un angolo rispetto l'asse ottico che è inferiore a  $\theta_{\max}$ , viene accettato e incide sul ricevitore. (c) Un raggio che entra nel CPC ad un angolo più grande di  $\theta_{\max}$  viene rigettato dal sistema e per mezzo di riflessioni viene mandato indietro verso l'apertura d'ingresso.

La Figura 1.14(a) mostra la traiettoria di un raggio marginale all'interno

del CPC nel piano meridiano. Questo raggio entra nel CPC all'angolo  $\theta_{\max}$  rispetto l'asse ottico del sistema e viene riflesso verso il bordo del ricevitore (che è il fuoco di un arco di parabola).

Nella Figura 1.14(b), il raggio entrando nel CPC con un angolo, rispetto l'asse ottico, pari a  $\theta_1 < \theta_{\max}$ , viene riflesso proprio verso il ricevitore. La Figura 1.14(c) mostra il caso in cui il raggio entra con un'inclinazione rispetto l'asse ottico  $\theta_2 < \theta_{\max}$ ; il raggio dopo aver subito diverse riflessioni viene reindirizzato verso l'apertura d'ingresso attraverso la quale viene perso.

Questo comportamento dei raggi all'interno del CPC è del tutto generale, nel senso che tutti i raggi che entrano nel CPC con angoli  $\theta_i < \theta_{\max}$  incidono il ricevitore e si dice che vengono accettati, mentre tutti i raggi che entrano nel CPC ad angoli  $\theta_i > \theta_{\max}$  si dice che vengono rigettati poichè dopo varie riflessioni vengono spediti indietro attraverso l'apertura d'ingresso.

Il rapporto tra il numero dei raggi accettati e il numero totale dei raggi che sono entrati nel CPC è chiamata *accettanza*:

$$\text{Accettanza} = \frac{\text{numero di raggi che raggiungono il ricevitore}}{\text{numero di raggi che entrano nel CPC}}. \quad (4.5)$$

Quindi, per  $\theta_1 < \theta_{\max}$  e  $\theta_1 > -\theta_{\max}$ , l'accettanza è pari ad 1, ovvero tutti i raggi che entrano nel CPC arrivano al ricevitore, mentre per  $\theta_2 > \theta_{\max}$  o  $\theta_2 < -\theta_{\max}$ , l'accettanza è 0, quindi tutti i raggi che entrano nel CPC finiscono con il ripassare per l'apertura d'ingresso. Il concentratore diseg-

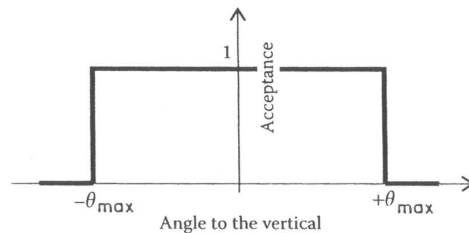


Figura 4.15: Diagramma dell'accettanza di un CPC ideale. Tutti i raggi che entrano nel CPC con inclinazioni inferiori a  $\theta_{\max}$  rispetto l'asse di simmetria colpiscono il ricevitore (accettanza = 1). I raggi che entrano nel CPC con angoli più grandi di  $\theta_{\max}$  rispetto l'asse di simmetria sono rigettati e quindi si ha accettanza nulla.

nato prima, deve essere capace di raggiungere la concentrazione massima, proprio perchè è stato costruito in maniera tale che l'apertura d'ingresso sia quella massima, nell'assunzione che non ci siano perdite di radiazione. E' interessante calcolare il rapporto di concentrazione teorico massimo che un tale dispositivo può raggiungere. Prima di farlo, è bene ricordare una

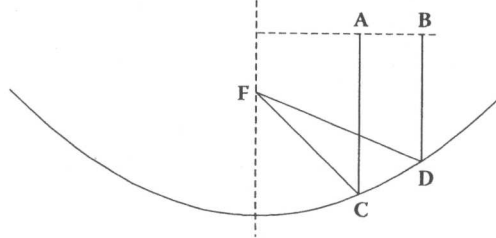


Figura 4.16: In una parabola la lunghezza del tragitto di due raggi di luce  $ACF$  e  $BDF$  è lo stesso per  $A$  e  $B$  posti lungo una linea perpendicolare all'asse ottico e con  $AC$  e  $BD$  paralleli all'asse ottico.

proprietà della parabola mostrata nella Figura 4.16. Se una linea, che passa attraverso i punti  $A$  e  $B$ , è perpendicolare all'asse ottico, si ha che vale  $[A, C] + [C, F] = [B, D] + [D, F]$ , dove  $F$  è il fuoco, mentre  $AC$  e  $BD$  sono raggi paralleli all'asse ottico. Qui,  $[X, Y]$  fornisce la distanza tra due punti arbitrari  $X$  e  $Y$ . Nella Figura 4.17, è rappresentato un CPC con apertura

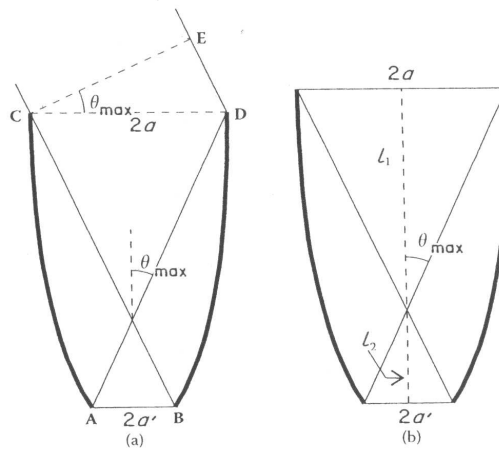


Figura 4.17: (a) Rappresentazione della situazione di raggiungimento del rapporto di concentrazione teorico massimo del CPC; (b) la sua lunghezza è  $L = L_1 + L_2$ .

d'ingresso  $2a$ , un'apertura d'uscita  $2a'$  e un semi-angolo di accettazione  $\theta_{\max}$ . La parabola  $BD$  ha fuoco nel punto  $A$  e il suo asse è parallelo a  $BC$ . Dalla proprietà della parabola menzionata in precedenza, è possibile scrivere:

$$[C, B] + 2a' = [E, D] + [D, A] \Leftrightarrow 2a' = 2a \sin \theta_{\max} \Leftrightarrow \frac{a}{a'} = \frac{1}{\sin \theta_{\max}}, \quad (4.6)$$

poichè  $[C, B] = [D, A]$  e  $[E, D] = 2a \sin \theta_{\max}$ . La relazione appena trovata, che lega la dimensione dell'apertura d'ingresso a quella dell'apertura d'uscita, è definita come il rapporto di concentrazione teorico massimo del CPC in 2Dimensioni. Questa situazione corrisponde all'emergere dall'apertura d'uscita del concentratore di tutti i raggi che vi son entrati, all'interno dell'angolo di accettazione  $\theta_{\max}$ .

La linea **CE** è perpendicolare al raggio marginale che proviene da sinistra, è un fronte d'onda, quindi la lunghezza di cammino ottico tra esso e il fuoco **A** è lo stesso per tutti i raggi marginali perpendicolari a **CE**. Grazie al-

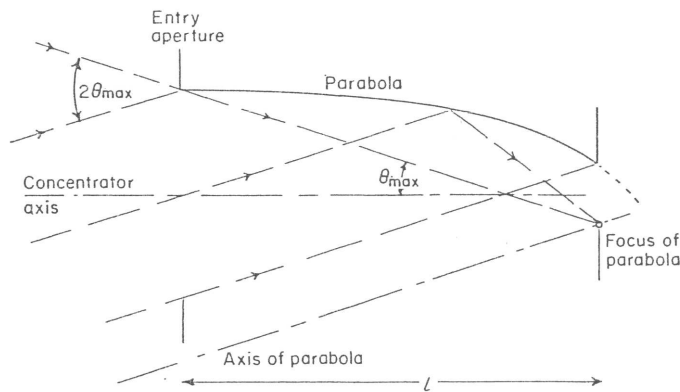


Figura 4.18: Esempio di costruzione del profilo di CPC per mezzo dell'edge ray principle.

la simmetria del profilo del CPC assial-simmetrico, è possibile ricavare la lunghezza focale della parabola, e la lunghezza  $L^1$  del CPC ideale che raggiunge il rapporto di concentrazione massimo; sulla base della Figura 4.17 e della Figura 4.18, la lunghezza focale è

$$f = a'(1 + \sin \theta_{\max}), \quad (4.7)$$

mentre  $L$  è

$$L = \frac{a'(1 + \sin \theta_{\max}) \cos \theta_{\max}}{\sin^2 \theta_{\max}}, \quad (4.8)$$

che può essere scritta come

$$L = L_1 + L_2 = \frac{a}{\tan \theta_{\max}} + \frac{a'}{\tan \theta_{\max}} = (a + a') \cot \theta_{\max}. \quad (4.9)$$

Si può ben vedere che tutte queste considerazioni, e quindi le espressioni appena riportate, determinano completamente la forma del CPC in termini del

<sup>1</sup> $L$  deve essere tale da garantire che tutti i raggi marginali passino dall'apertura d'uscita.

diametro di apertura d'uscita e dell'angolo di accettazione  $\theta$ . E' interessante notare che, quando  $\theta_{\max} \rightarrow 0$ ,  $L \rightarrow \infty$ ; cioè per piccoli angoli di accettazione, il CPC diventa molto lungo (Figura 4.19). Il CPC, sebbene sia ideale in due

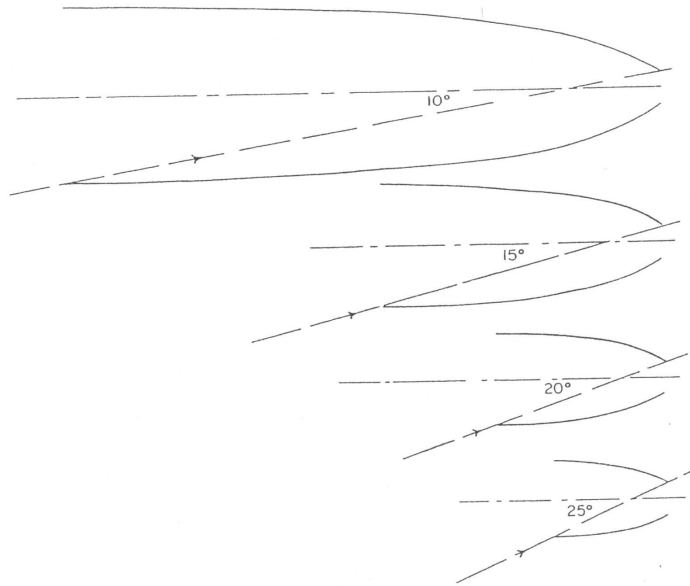


Figura 4.19: Alcune sezioni meridiane di CPC con differenti angoli di collezione; mantenendo fisso il diametro dell'apertura d'uscita, si osserva come cambia la lunghezza  $L$  e il diametro dell'apertura d'ingresso a seconda dell'angolo di collezione.

dimensioni, non è ideale quando viene costruito come dispositivo 3Dimensionale (la superficie riflettente del CPC 3D assial-simmetrico è ottenuta per rotazione degli archi di parabola attorno all'asse di simmetria del concentratore). La Figura 4.20, mostra come esempio, la curva di trasmissione in funzione dell'angolo per un CPC con  $\theta_{\max} = 16^\circ$ ; è possibile vedere che la curva ha un andamento che approssima la funzione a gradino di CPC ideale. Un CPC 3D si avvicina solo alla situazione di idealità, ma resta comunque il fatto che ha un disegno pratico, e la superficie riflettente garantisce che il suo comportamento sia indipendente dalle lunghezze d'onda della radiazione che la colpisce.

Il CPC 2D ha grande importanza pratica nelle applicazioni relative all'energia solare, poichè, a differenza di altri collettori a tubo, non richiede un sistema di guida giornaliera per l'inseguimento del sole. Il risultato sorprendente è che il CPC 2D è attualmente un concentratore ideale che raggiunge il valore di  $C_{\max}$  poichè nessun raggio entro l'angolo di accettazione viene perso



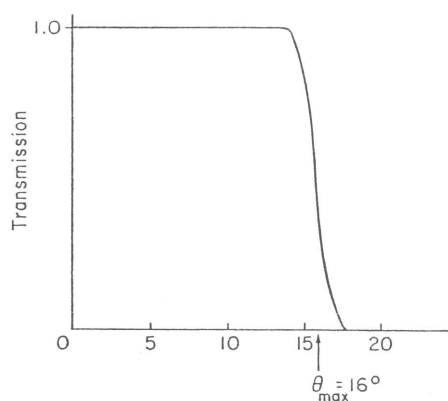


Figura 4.20: Curva della trasmissione in funzione dell'angolo di incidenza per un CPC con angolo di accettazione  $\theta_{\max} = 16^\circ$ .

(Figura 4.15). Per mostrare questo risultato si dovrebbe essere in grado di trovare un modo per identificare i raggi che vengono respinti dopo multiple riflessioni interne al CPC da quelli che invece vengono trasmessi (Figura 4.21). Il fondamento di questa procedura, che è alla base dell'idea dell'ILLUME, prevede, la scelta di una certa direzione d'ingresso, di trovare quei raggi che tracciati all'indietro hanno quella direzione, ed infine di plottare le loro intersezioni con un piano dell'apertura d'ingresso. I raggi marginali ad esempio devono incidere sul bordo di uscita del CPC perciò ricostruendone il tragitto in direzione inversa essi devono essere ritrovati sul bordo dell'apertura d'ingresso del CPC. Si ritorna ora al CPC 2D. Il ray tracing è semplice per

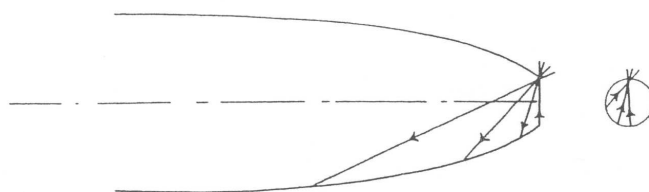


Figura 4.21: Identificazione dei raggi che vengono respinti da un concentratore. I raggi mostrati sono identificati come le proiezioni dei raggi obliqui (si intende cioè quelli fuori dal piano meridiano) attraverso la sezione dell'apertura d'uscita corrispondenti esattamente a  $\theta_{\max}$ .

quei raggi che non si trovano in un piano perpendicolare alla lunghezza del concentratore. Questo è dovuto al fatto che la normale alla superficie non ha componenti parallele alla lunghezza del CPC e quindi la legge della riflessione

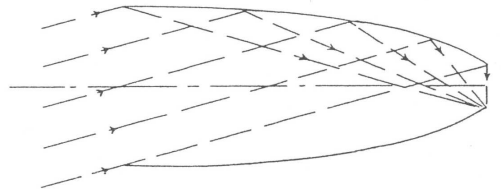


Figura 4.22: Questi raggi disegnati rappresentano le proiezioni dei raggi fuori dal piano del diagramma (coincidono con i raggi stessi).

(Equazione 2.1) può essere applicata solo in due dimensioni. Il coseno direttore di un raggio nella terza dimensione è cioè costante. Questo vuol dire che se la Figura 4.22 mostra un CPC 2D con la sua lunghezza perpendicolare al piano del diagramma, tutti i raggi possono essere tracciati usando solo la loro proiezione in questo piano. Quando si parla di raggio, facendo riferimento al CPC 2D, quindi, si parla anche di proiezione di un raggio obliquo nel piano del diagramma. Questo risultato mostra una differenza tra il CPC 2D e quello 3D. Un CPC 3D include molti più raggi rispetto ad un CPC 2D, ma non ha gradi di libertà in più nel suo disegno in quanto è stato ottenuto dal profilo del CPC 2D per mezzo di una rotazione attorno all'asse di simmetria. Il CPC 3D è quindi una figura di rivoluzione, e non è possibile fare nulla per assicurare che i raggi fuori dal piano meridiano possano essere trattati nella maniera adeguata.

Questa discussione mostra a sua volta le differenti cause di non idealità delle performance per un sistema imaging e uno nonimaging. I raggi in un concentratore a formazione d'immagine, come può esserlo ad esempio una lente con grande apertura, passano tutti attraverso ogni superficie lo stesso numero di volte (usualmente una), e la non idealità per questo tipo di sistema, è causato dalle aberrazioni geometriche in senso classico. In un CPC, d'altro canto, differenti raggi subiscono un numero diverso di riflessioni prima di emergere (o no) dall'apertura d'uscita. L'effetto di quelle riflessioni che respingono verso l'apertura d'ingresso i raggi, e che ne causa la loro perdita, è il motivo di prestazioni non ideali del CPC. C'è quindi una differenza essenziale tra una lente caratterizzata da grande aberrazione ed un CPC o un altro concentratore nonimaging. Un CPC è un sistema a simmetria rotazionale, differenti raggi hanno un numero di riflessioni diverse, si potrebbe comunque discutere l'aberrazione della formazione d'immagine da parte di questi raggi, ma non sembra avere senso parlare di formazione d'immagine per raggi che subiscono un numero diverso di riflessioni. Questa è la ragione per cui si continua a mantenere la distinzione tra concentratori a formazione d'immagine e quelli che l'immagine non la formano proprio.

### 4.3.1 Cenni storici sui CPC

Il CPC, come detto nella precedente Sezione, è il prototipo di una serie di concentratori nonimaging che approssimano molto l'idealità e raggiungono il rapporto di concentrazione teorico massimo, ed è il risultato delle migliorie apportate ai concentratori a cono per mezzo dell'applicazione dell'*edge ray principle*. Le descrizioni di CPC apparvero in letteratura nella metà del 1960 nei più disparati contesti.

L'origine dello suo sviluppo risale agli esperimenti di fisica della alte energie, nei quali si doveva rilevare luce Cerenkov. Venne descritto per questo tipo di utilizzo da Hinterberger e Winston (1976). I livelli di luce di soglia per i contatori Cerenkov, specialmente quelli a gas, essendo bassi, han reso necessario trovare un modo per ottimizzare la quantità di luce Cerenkov prodotta da particella cariche più veloci della velocità della luce in un certo mezzo, in modo tale che il fotocatodo potesse ricevere una frazione maggiore della luce totale generata.

Baranov (1965) e Baranov e Melnikow (1966), quasi simultaneamente, descrissero il CPC ma in geometria 3D, e nel 1966 Baranov suggerì l'utilizzo del CPC 3D come collettore di energia solare. Con questo dispositivo innovativo (rispetto quelli ad ottica imaging) sarebbe stato possibile concentrare la luce solare per ottenere alte temperature, e rispetto alle convenzionali tecniche di concentrazione imaging, fino a livelli bassi di concentrazione non sarebbe stato necessario dotarli di un sistema di tracciatura diurna per l'inseguimento del sole e avrebbero avuto un'efficienza maggiore per l'accettazione della luce diffusa rispetto ai collettori a focalizzazione.

CPC assial-simmetrici furono descritti da Plock (1967), il quale nel 1969 ottenne un brevetto tedesco per varie applicazioni del CPC in fotometria.

In altre applicazioni della collezione della luce in ambito della fisica delle alte energie Hinterberger e Winston (1966; 1968) notarono che la concentrazione raggiungibile dal CPC aveva il limite  $\frac{1}{\sin^2 \theta_{\max}}$ . Solo in seguito, nel 1970, Winston sviluppò esplicitamente la teoria dei CPC, e in altre pubblicazioni derivò l'Etendue generalizzato e mostrò come il profilo del CPC approssimi la concentrazione teorica massima. Il CPC 3D trovò applicazione anche come collettore di raggi infrarossi (Harper e altri, 1976), dove è stato accoppiato ad una cavità nella quale si intrappolava il flusso concentrato in modo tale che la radiazione riflessa dalla superficie del rivelatore avesse grande probabilità di essere ridiretta verso il rivelatore stesso piuttosto che essere persa (Figura 4.23). Questo disegno è stato sviluppato in maniera tale da raggiungere la concentrazione di flusso massimo, poichè nell'ambito dell'astronomia del lontano infrarosso, il rumore intrinseco del detector della radiazione impone un limite basso per la rilevazione del flusso radiante.

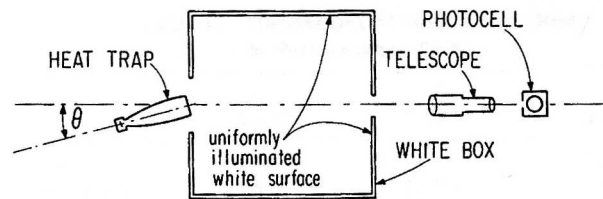


Figura 4.23: Modello ottico, schematico. L'apertura del modello di trappola di calore è esposta ad illuminazione uniforme proveniente da superfici bianche interne ad una scatola. La luce riflessa all'angolo  $\theta$  è misurata dalla fotocellula.

Degna di citazione è la scoperta della somiglianza tra la porzione ellissoidale del cono ricettore della retina dell'occhio umano e il disegno di un collettore di luce ideale come ad esempio un sistema ottico nonimaging (Figura 4.24). Questa somiglianza, ad esempio, suggerì l'utilità della formulazione di un

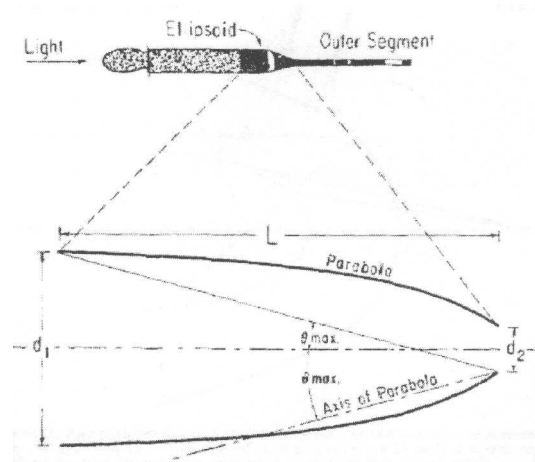


Figura 4.24: In alto è schematizzato il diagramma di un cono ricettore nella retina dell'occhio umano. La parte ellissoidale è quella più scura. Nella parte bassa della figura è rappresentata la costruzione di un collettore di luce ideale.

modello di geometria ottica dell'ellissoide e della discussione delle proprietà di accettazione direzionali, come un modello in grado di migliorare la nostra conoscenza del meccanismo che contribuisce alla sensibilità direzionale della retina. C'è da fare una precisazione: il cono ricettore della retina differisce da un collettore di luce ideale, in quanto la sua superficie di bordo riflette con efficienza solo i raggi in uno stretto range angolare, poichè esso separa il mezzo interno ad indice di rifrazione  $n_i$  più alto, dal mezzo esterno ad indice di rifrazione più basso  $n_o$  (in questo caso infatti il fenomeno che si verifica

maggiormente è la riflessione totale interna dei raggi luminosi).

Il CPC 2D fu descritto da Winston nel 1974 e i principi generali del CPC 2D furono riportati in diversi numeri di brevetti U.S (Winston, 1975; 1976; 1977).

## 4.4 Proprietà del CPC

In questa Sezione vengono esaminate le proprietà del CPC fondamentale, il cui disegno è stato sviluppato in precedenza. Si vedrà come fare il ray tracing e i risultati del ray tracing verranno messi in forma di curve di trasmissione in funzione degli angoli di incidenza dei raggi. Si metteranno in luce proprietà generali di queste curve e si dedurranno le caratteristiche di quei raggi che vengono respinti verso l'apertura d'ingresso dopo aver subito un certo numero di riflessioni.

### 4.4.1 Equazione della sezione meridiana di un CPC ideale

Prima di scrivere l'equazione della sezione meridiana del CPC assial-simmetrico, ideale, si ripercorrono i passi necessari per la costruzione del disegno del profilo del CPC (prima ne è stata data una descrizione più teorica).

Bisogna, in primis, fissare la lunghezza  $2a'$  dell'apertura d'uscita, un parametro fondamentale per il CPC, che non è altro che la distanza tra i fuochi  $F_1$  ed  $F_2$  delle due parabole identiche (si è adottata la seguente convenzione: quella che è a sinistra è etichettata con parabola 1, mentre quella che è a destra la si etichetta con parabola 2). Queste due parabole vengono disegnate in maniera tale che i loro assi siano perpendicolari al segmento tra i due fuochi, e inoltre, se la parabola 1 è tracciata in maniera tale che il fuoco  $F_2$  della seconda parabola le stà esterno (e viceversa), il CPC non può essere costruito. Una volta scelte le parabole, identiche, con l'apertura giusta (è proporzionale all'inverso del fuoco  $f$ ), cioè nel senso che deve essere verificata  $f > a'$ , ovvero ognuna, rispettivamente, contiene al suo interno il fuoco dell'altra, si può finalmente procedere con la costruzione del CPC. Per capire quanto questa condizione sia importante per la costruzione del CPC, si supponga per assurdo che le due parabole siano state scelte in maniera tale che i loro profili intersechino rispettivamente il fuoco dell'altra, cioè  $f = a'$  (caso limite). Secondo questa condizione, l'Equazione 4.7, è soddisfatta da un CPC con un angolo di accettazione  $\theta_{\max} = 0^\circ$ . Si fa il limite  $\lim_{\theta_{\max} \rightarrow 0}$  di  $L$

dall'Equazione 4.8

$$\lim_{\theta_{\max} \rightarrow 0} L = \lim_{\theta_{\max} \rightarrow 0} \frac{a'(1 + \sin \theta_{\max}) \cos \theta_{\max}}{\sin^2 \theta_{\max}} \sim \lim_{\theta_{\max} \rightarrow 0} \frac{a'(1 + \theta_{\max})}{\theta_{\max}^2} = \infty, \quad (4.10)$$

e lo stesso risultato lo si ottiene per la dimensione dell'apertura d'ingresso del CPC, essendo pari a  $a = \frac{a'}{\sin \theta_{\max}}$ .

Si ruota ora in senso antiorario (CCW dall'inglese *counterclockwise*) la parabola 1 attorno ad un asse fittizio uscente dal piano e passante per il suo fuoco  $F_1$ , fino a che il suo profilo intersechi il fuoco della parabola 2. Lo stesso viene fatto con la parabola 2, ma essa deve essere ruotata attorno ad un asse uscente dal piano passante per il suo fuoco, in senso orario (CW dall'inglese *clockwise*), fino a che il suo profilo non interseca il fuoco della parabola 1. Si conservano gli archi di parabola che si aprono al di sopra del segmento  $2a'$  che collega i due fuochi. Bisogna però limitare la lunghezza dei due archi: i due archi, essendo parti di parabole distinte, oltre un certo punto tenderanno a piegarsi l'uno verso l'altro ombreggiandosi. Si *taglia* questo profilo di CPC nel punto nel quale la tangente ai due archi diventa parallela all'asse di simmetria di questo sistema appena costruito. Il CPC avrà allora la lunghezza  $L$  data dalle Equazioni 4.8 oppure 4.9.

Un CPC ideale, caratterizzato cioè da un angolo di uscita massimo  $\theta_{\text{out}} = \frac{\pi}{2}$  per i raggi che entrano all'angolo di accettazione  $\theta_{\max}$ , è quindi definito da due soli parametri indipendenti i quali sono per l'appunto la distanza tra i fuochi delle due parabole, ovvero  $2a'$ , nonché il diametro dell'apertura d'uscita del CPC, e la lunghezza focale  $f$  della parabola, la quale è determinante per definire l'apertura delle parabole e quindi l'angolo di accettazione del neo-CPC.

Una volta che sono stati fissati i due parametri per la costruzione del CPC ideale, le due parabole saranno poste in un certo sistema di assi cartesiani (OXY; si ricorda infatti che si è costruito il profilo del CPC nel piano meridiano) in maniera tale che i loro fuochi distino proprio  $2a'$  e che valga la condizione  $f > a'$ ; in particolare, per comodità, si farà corrispondere il punto medio del segmento tra i due fuochi all'origine di questo sistema cartesiano. L'Equazione della parabola 1 è:

$$y = \frac{(x + a')^2}{4f} - f. \quad (4.11)$$

Si modifica l'Equazione 4.11 ruotando in senso CW, di un angolo  $\theta$ , gli assi cartesiani OXY, attorno al punto di fuoco  $F_1$  della parabola 1 (tutto ciò è equivalente a ruotare la parabola 1 in senso CCW).

Dalla Figura 4.25 si può scrivere il seguente sistema di equazioni, che lega

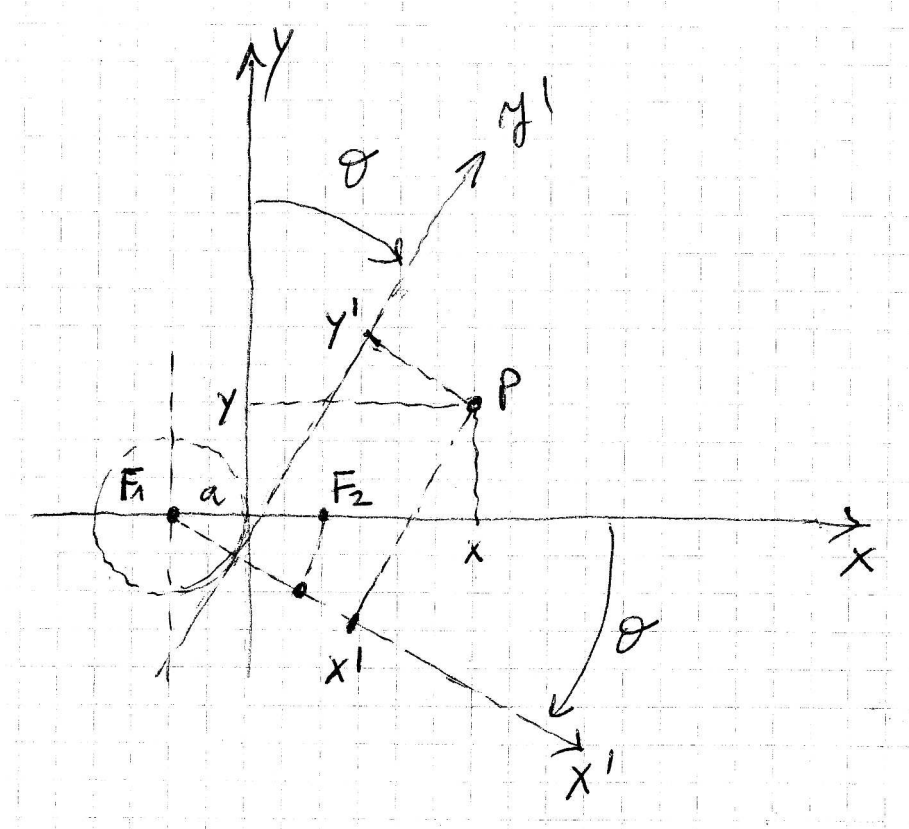


Figura 4.25: Rotazione degli assi  $OXY$  in un nuovo sistema di assi cartesiani  $O'X'Y'$ , per scrivere l'equazione della parabola 1 ruotata in senso CCW attorno a  $F_1$ . Lo stesso discorso vale per la parabola 2. Disegno del prof.re A.Parretta.

tra loro le vecchie coordinate  $xy$  a quelle nuove  $x'y'$ :

$$\begin{cases} x = \frac{(x'+a')}{\cos \theta} - a' + y \tan \theta \\ y = y' \cos \theta - (a' + x') \sin \theta \end{cases}, \quad (4.12)$$

il quale una volta sostituita l'espressione della  $y$  nella  $x$ , diventa:

$$\begin{cases} x = x' \cos \theta + y' \sin \theta + a'(\cos \theta - 1) \\ y = y' \cos \theta - (a' + x') \sin \theta \end{cases}. \quad (4.13)$$

Ora, sostituendo la  $x$  e la  $y$  fornite dal sistema di Equazioni 4.13, è possibile riscrivere l'Equazione 4.11 della parabola 1, esprimendola in termini delle coordinate  $x'y'$  del nuovo sistema di assi cartesiani  $O'X'Y'$ ; si ottiene la seguente Equazione per la nuova parabola 1:

$$\begin{aligned} 4fy' \cos \theta - 4f(a' + x') \sin \theta + 4f^2 &= (a' + x')^2 \cos^2 \theta \\ &+ y'^2 \sin^2 \theta + 2(a' + x')y' \sin \theta \cos \theta. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Si impone ora il passaggio di questa nuova parabola 1 nel punto di fuoco  $F_2$ , in questo modo si troverà una condizione sull'angolo  $theta$  che a sua volta sarà legato all'angolo di accettazione del CPC.

Nell'assunzione che per  $x' = a'$ ,  $y' = 0$ , l'Equazione 4.14, con un pò di passaggi algebrici (sono riportati sotto), diventa

$$\underbrace{\begin{cases} 4a'^2 \cos^2 \theta + 8a'f \sin \theta - 4f^2 = 0 \\ 8a'f \sin \theta - 4a'^2 \sin^2 \theta + 4a'^2 - 4f^2 = 0 \\ 4a'^2 \sin^2 \theta - 8a'f \sin \theta - 4(a'^2 - f^2) = 0 \end{cases}}_{a'^2 \sin^2 \theta - 2a'f \sin \theta - (a'^2 - f^2) = 0} \quad (4.15)$$

Si deve risolvere un'equazione di secondo grado in  $\sin \theta$ , che ha come soluzioni:

$$a'^2 \sin^2 \theta - 2a'f \sin \theta - (a'^2 - f^2) = 0 = \begin{cases} \sin_1 \theta = 1 + \frac{f}{a'}, & \text{no} \\ \sin_2 \theta = \frac{f}{a'} - 1, & \text{si} \end{cases} \quad (4.16)$$

La prima soluzione non è matematicamente accettabile, poichè per la condizione  $f > a'$ , la funzione trigonometrica seno non sarebbe compresa tra 1 e -1, mentre la seconda soluzione è accettabile e dà la condizione

$$\frac{f}{a'} \leq 2, \quad (4.17)$$

la quale abbinata a  $f > a' \rightarrow \frac{f}{a'} > 1$ , fornisce la condizione finale che deve essere soddisfatta per la costruzione del CPC ideale, ovvero

$$1 < \frac{f}{a'} \leq 2. \quad (4.18)$$

Per concludere, preferendo il sistema di assi cartesiani ORZ, rappresentati

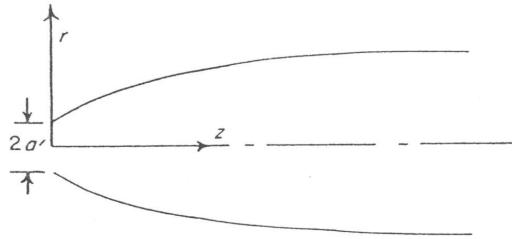


Figura 4.26: Sistema di coordinate per l'equazione in rz del CPC ideale.

nella Figura 4.26, si sceglie di riscrivere l'equazione della sezione meridiana del CPC ideale, dotato di un diametro dell'apertura d'uscita pari a  $2a'$  ed un angolo di accettazione  $\theta_{\max}$ , in termini delle coordinate rz

$$\begin{aligned} & (r \cos \theta_{\max} + z \sin \theta_{\max})^2 + 2a'(1 + \sin \theta_{\max})^2 r \\ & - 2a' \cos \theta_{\max} (2 + \sin \theta_{\max})^2 z - a'^2 (1 + \sin \theta_{\max}) (3 + \sin \theta_{\max}) = 0. \end{aligned} \quad (4.19)$$



### 4.4.2 Curve di trasmissione dei CPC

Per ricavare le proprietà di trasmissione di un CPC, si divide l'apertura d'ingresso in tante griglie di spaziatura uguale pari ad  $\frac{1}{100}$  del diametro dell'apertura e si tracciano i raggi ad un certo angolo di collezione  $\theta$  in un punto di ogni griglia. La proporzione di questi raggi, i quali vengono trasmessi dal CPC, rispetto al numero totale di raggi inviati, fornisce la trasmissione (accettanza)  $T(\theta, \theta_{\max})$  del CPC con angolo massimo di collezione  $\theta_{\max}$ . La quantità  $T(\theta, \theta_{\max})$  viene plottata in funzione dell'angolo di incidenza  $\theta$  per ottenere la curva di trasmissione in funzione dell'angolo. Alcune di queste curve sono date nella Figura 4.27. Si può vedere che tutte approssimano soltan-

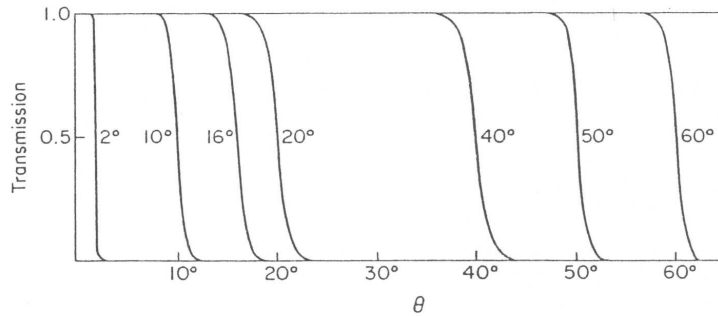


Figura 4.27: Curve di trasmissione in funzione dell'angolo per CPC 3D con  $\theta_{\max}$  che varia da  $2^\circ$  a  $60^\circ$ .

to l'andamento a gradino di un concentratore con rapporto di concentrazione teorico massimo. La causa di questo sta nel fatto che il CPC 3D, come è già stato accennato in precedenza, è vicino dall'essere ideale. Certi raggi obliqui, anche se ad un angolo inferiore all'angolo di accettanza massimo, subiscono più riflessioni all'interno del CPC 3D da parte della superficie riflettente, per poi essere rigettati di nuovo attraverso l'apertura d'ingresso. Le curve di trasmissione, mostrano anche che, alcuni raggi che hanno angoli di incidenza maggiori di  $\theta_{\max}$ , riescono a raggiungere l'apertura di uscita del CPC 3D. E' interessante plottare il flusso totale trasmesso all'interno dell'angolo di collezione  $\theta_{\max}$ . E' chiaramente proporzionale a

$$\int_0^{\theta_{\max}} T(\theta, \theta_{\max}) \sin 2\theta d\theta, \quad (4.20)$$

la quale divisa per  $\int_0^{\theta_{\max}} \sin 2\theta d\theta$  fornisce la frazione trasmessa del flusso incidente all'interno di un cono di semi-angolo  $\theta_{\max}$ . Il risultato di questo calcolo è mostrato nella Figura 4.28. In questo diagramma viene rappresentata la

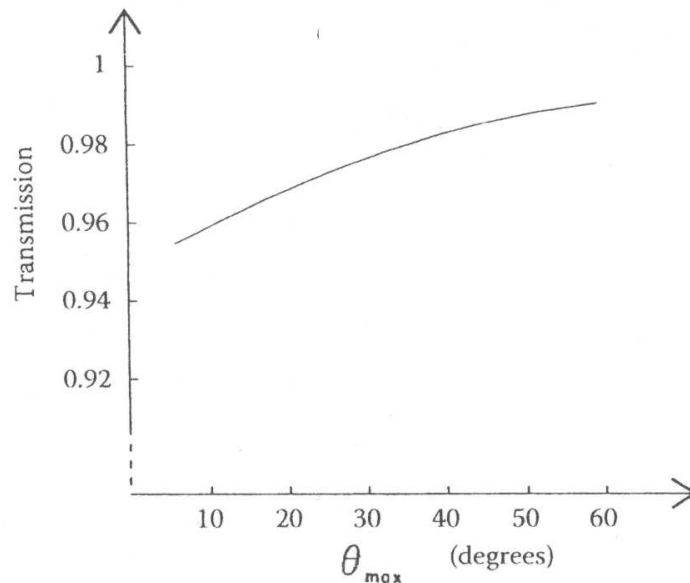


Figura 4.28: Trasmissione totale all'interno dell'angolo  $\theta_{\max}$  per un CPC 3D.

proporzione di quanto le prestazioni del CPC 3D cadono rispetto al valore di rapporto di concentrazione teorico massimo, in funzione dell'angolo di accettazione. Per esempio, il CPC 3D con  $\theta_{\max} = 10^\circ$  dovrebbe avere il rapporto di concentrazione teorico massimo pari a  $\csc^2 10^\circ = 33.2$ , ma dal grafico si ricava  $33.2 * 0.96 = 31.8$ . La porzione di flusso di energia radiante che viene persa, rispetto al flusso totale che incide sul CPC 3D, è dovuta alla perdita di alcuni raggi obliqui (skew rays), i quali vengono riflessi indietro verso l'apertura d'ingresso del CPC per mezzo di multiple riflessioni.

Ha invece un interesse prettamente teorico vedere come avvengono le perdite di raggi, e quindi trovare un'associazione tra le perdite dei raggi e il numero di riflessioni che hanno subito, con le regioni d'incidenza dei raggi stessi all'interno del CPC. Per mezzo della tracciatura dei raggi ad un fissato angolo di incidenza, si potrebbero quindi plottare le regioni all'apertura d'ingresso mostrando cosa succede ai raggi in ogni regione. Le sezioni che vengono riportate nelle Figure 4.29 e 4.30 mostrano l'apertura d'ingresso vista dall'alto con i raggi incidenti da sinistra e con pendenza in discesa verso destra. I raggi che entrano nelle zone indicate con  $n$  vengono trasmessi dopo  $n$  riflessioni, mentre quelli che incidono nelle zone tratteggiate indicate con  $Fm$  sono respinti dopo  $m$  riflessioni. Per delineare le diverse zone all'interno del CPC con  $\theta_{\max} = 10^\circ$ , si mandano raggi a diversi angoli d'incidenza:  $8^\circ$ ,  $9^\circ$ ,

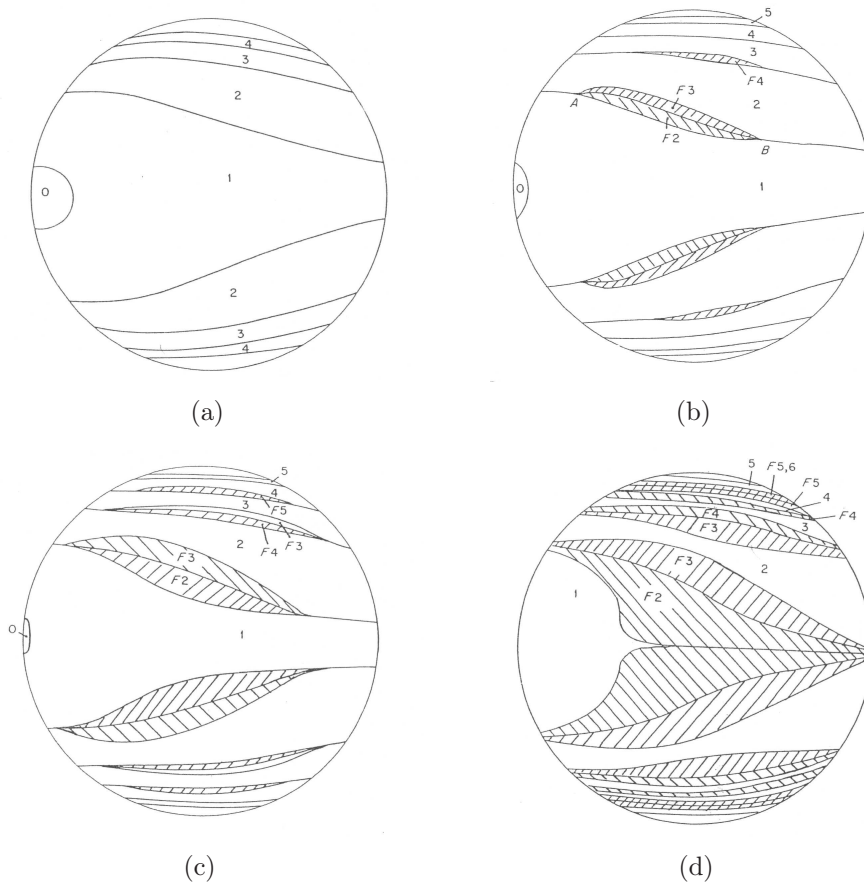


Figura 4.29: Modelli dei raggi accettati e respinti all'apertura di un CPC con angolo di accettazione  $\theta_{\max} = 10^\circ$ . L'apertura d'ingresso è vista dall'alto con i raggi incidenti che arrivano da sinistra per poi procedere verso destra. I raggi che entrano nelle aree indicate con  $n$  sono trasmessi dopo  $n$  riflessioni; quelli che entrano nelle zone tratteggiate  $F_m$  tornano indietro dopo  $m$  riflessioni. Qui sono riportati i casi di fasci con angoli di incidenza fino all'angolo di accettazione del CPC: (a)  $8^\circ$ ; (b)  $9^\circ$ ; (c)  $9.5^\circ$ ; (d)  $10^\circ$ .

$9.5^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $10.5^\circ$ ,  $11^\circ$ ,  $11.5^\circ$ . In questo modo è possibile vedere come cambiano le zone d'incidenza dei raggi passando da angoli d'incidenza inferiori all'angolo di accettazione fino ad angoli superiori ad esso. I raggi nelle regioni non segnate continueranno a viaggiare in avanti (cioè secondo i diagrammi, verso destra) verso l'apertura d'uscita dopo 5 riflessioni. I bordi tra le regioni sono le immagini distorte dell'apertura d'uscita vista dopo varie riflessioni. Si può evincere dalle varie rappresentazioni che, le regioni di fallimento, ovvero quelle regioni corrispondenti a raggi che tornano indietro, appaiono come uno

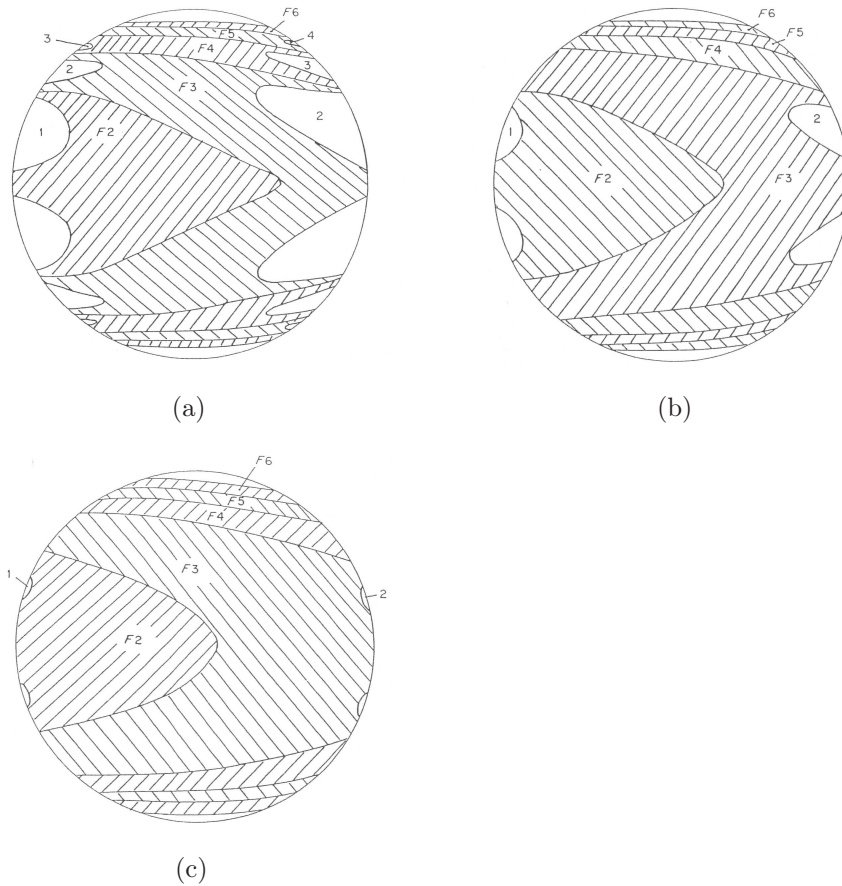


Figura 4.30: Modelli dei raggi accettati e respinti all'apertura di un CPC con angolo di accettazione  $\theta_{\max} = 10^\circ$ . Qui sono riportati i casi per fasci con angoli di incidenza oltre l'angolo di accettazione del CPC: (a)  $10.5^\circ$ ; (b)  $11^\circ$ ; (c)  $11.5^\circ$ . E' evidente la differenza di questi diagrammi con quelli nella Figura 4.29: in questi casi il fascio viene perso man mano che l'angolo di incidenza dei raggi si allontana oltre l'angolo  $\theta_{\max} = 10^\circ$  del CPC.

«splitting» tra queste regioni di bordo. Per esempio, le regioni di fallimento tra 2 o 3 riflessioni per raggi a  $9^\circ$  (Figura 4.29(b)) appaiono nel diagramma come un salto tra regioni per trasmissione dopo 1 o 2 riflessioni. Questo conferma che i raggi che incontrano il bordo dell'apertura d'uscita sono ai bordi delle regioni di fallimento. Dopo ogni salto tra regioni di trasmissione dopo  $n$  ed  $n + 1$  riflessioni vengono prodotte due regioni di fallimento, ovvero di perdita di raggi rispettivamente dopo  $n + 1$  ed  $n + 2$  riflessioni.

Queste regioni possono essere delineate anche per mezzo del ray tracing, facendo partire i raggi dal bordo dell'apertura d'uscita e mandandoli in di-

reazione inversa verso l'apertura d'ingresso del CPC (Figura 4.31). Si tracciano i raggi nel piano dell'apertura d'uscita a partire da un punto P ad un angolo  $\gamma$  rispetto al diametro  $PP'$ . Ogni raggio emergerà all'ingresso sotto un certo angolo  $\theta(\gamma)$  rispetto l'asse del CPC dopo  $n$  riflessioni. Il punto all'ingresso del CPC dal quale è emerso il raggio sarà un punto dei diagrammi presentati in precedenza, dal quale comincia lo split tra raggi trasmessi dopo  $n - 1$  ed  $n$  riflessioni. Per esempio, per trovare i punti A e B nel diagramma (Figura 4.29(b)) relativo a raggi a  $9^\circ$ , si manda un raggio dal bordo dell'uscita ad un angolo  $\gamma$  tale che all'ingresso il raggio stesso abbia un angolo d'inclinazione rispetto l'asse pari a  $\theta(\gamma) = 9^\circ$ ; si trovano le coordinate del raggio emergente dall'ingresso dopo due riflessioni. Ci saranno due valori di  $\gamma$  corrispondenti rispettivamente ai due punti A e B. Nelle Figure 4.29 e 4.30

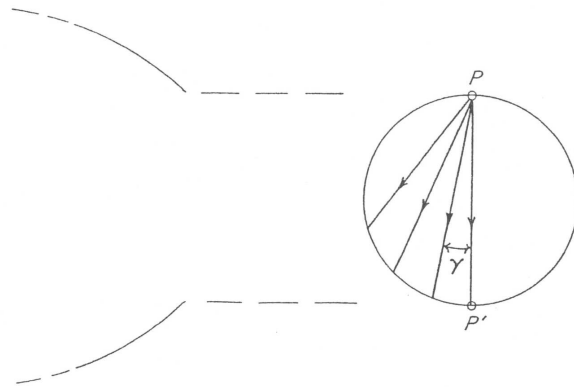


Figura 4.31: Raggi all'apertura d'uscita usati per delineare le regioni di fallimento nella trasmissione dei raggi.

le regioni in bianco sono rappresentative di quei raggi che vi entrano quasi tangenziali alla superficie riflettente (interna) del CPC, perciò si può pensare che il loro tragitto sia una spirale lungo il CPC data da più riflessioni. E' possibile usare lo *skew invariant*  $h$  per mostrare che i raggi, il cui angolo di incidenza è inferiore all'angolo di accettazione  $\theta_{\max}$ , devono essere trasmessi dal CPC. Se si usano i raggi inversi, e si prende un raggio  $\gamma = \frac{\pi}{2}$  nella Figura 4.31, questo raggio avrà  $h = a'$ . Quando il raggio viene mandato indietro verso l'apertura d'ingresso, dopo aver subito multiple riflessioni dovrà avere  $h = a' = a \cdot \sin\theta_{\max}$ , ovvero emergerà tangente alla superficie del CPC all'angolo massimo di collezione. Qualsiasi altro raggio nella regione bianca più vicino all'asse o con un angolo  $\theta$  più piccolo avrà uno skew invariant minore e quindi verrà trasmesso.

## 4.5 Il CPC Troncato (CPCT)

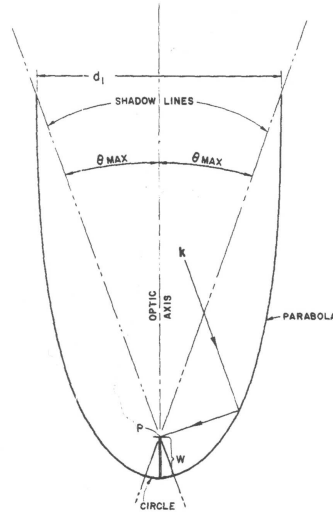


Figura 4.32: Esempio di profilo di un CPC con ricevitore sottile che concentra fino a 3 soli ( $3x$ ).

Uno svantaggio del CPC rispetto ad altri sistemi con minor potere di concentrazione è la lunghezza rispetto al diametro di apertura di collezione. Questa pecca ha un'incidenza di tipo pratico ed economico per applicazioni su larga scala dei CPC come collettori di energia solare. Dall'Equazione 4.8 la lunghezza  $L$  è approssimabile al diametro di apertura di collezione diviso dall'angolo totale di collezione

$$L \sim \frac{2a}{2\theta_{\max}}. \quad (4.21)$$

Si veda ad esempio la Figura 4.32, in cui è rappresentato un CPC che concentra 3 soli ( $3x$ ) con ricevitore sottile. L'osservazione della figura permette anche di intuire che il concentratore può essere sostanzialmente troncato da apertura d'ingresso riducendone la lunghezza con una riduzione in concentrazione trascurabile, e ottenendo quindi una soluzione sicuramente più economica.

E' conveniente esprimere le relazioni fondamentali per il CPC Troncato (CPCT) in termini delle coordinate polari  $(r, \phi)$  (Figura 4.33). E' interessante quindi valutare il rapporto della lunghezza del CPCT rispetto all'apertura di collezione. Si trovano le seguenti quantità

$$a_T = \frac{f \sin(\phi_T - \theta_{\max})}{\sin^2(\frac{1}{2}\phi_T)} - a', \quad (4.22)$$

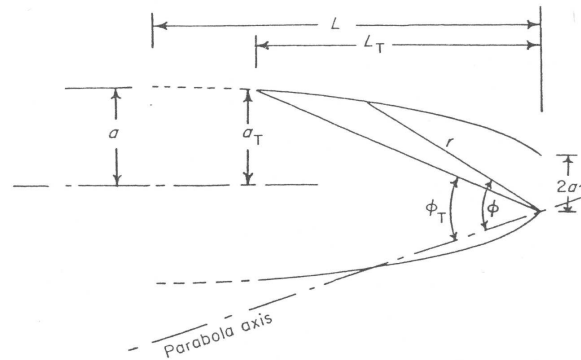


Figura 4.33: Sistema di coordinate polari usate per ricavare gli effetti sulla radiazione del troncamento di un CPC.

mentre la lunghezza del CPCT è

$$L_T = \frac{f \cos(\phi_T - \theta_{\max})}{\sin^2(\frac{1}{2}\phi_T)} \tag{4.23}$$

Il rapporto tra la lunghezza del CPCT e il raggio dell'apertura d'ingresso è quindi:

$$\frac{L_T}{a_T} = \frac{(1 + \sin \theta_{\max}) \cos(\phi_T - \theta_{\max})}{\sin(\phi_T - \theta_{\max})(1 + \sin \theta_{\max}) - \sin^2(\frac{1}{2}\phi_T)} \tag{4.24}$$

Il plot di questa quantità in funzione del rapporto di concentrazione  $\frac{a_T}{a}$  per il CPCT è in Figura 4.34. E' importante notare che il troncamento riduce la

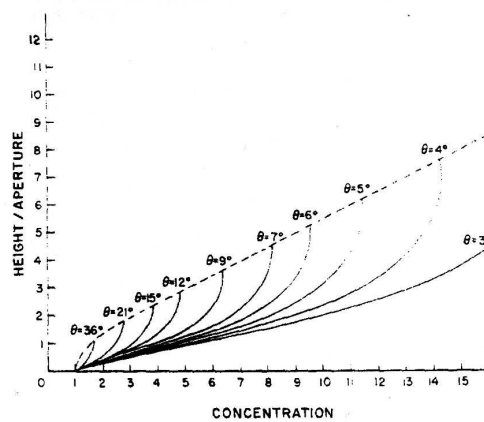


Figura 4.34: Plot del rapporto  $\frac{L_T}{a_T}$  in funzione della concentrazione nel caso di CPC e di CPCT.

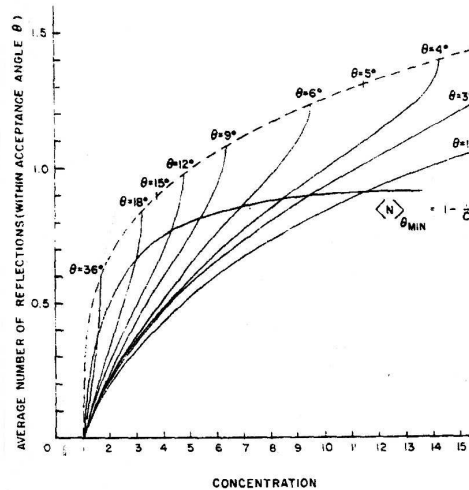


Figura 4.35: Plot del numero di riflessioni per CPC e CPCT, mediato su tutta la radiazione che dall'apertura arriva all'assorbitore. Per il CPCT, la linea  $1 - \frac{1}{C}$  può essere presa come limite inferiore per il numero di riflessioni per la radiazione all'interno dell'angolo di accettazione.

concentrazione, ma non l'accettazione angolare. Nella Figura 4.35, è riportato il numero di riflessioni nel caso del CPC e CPCT. Il numero medio di riflessioni mediato sull'accettazione angolare nel caso del CPCT può essere preso come limite inferiore del numero di riflessioni della radiazione.

## 4.6 Il modulo Rondine<sup>®</sup>

L'unità ottica che compone il sistema di generazione fotovoltaica Rondine<sup>®</sup>, sviluppato dalla CPower s.r.l negli ultimi tre anni, è un dispositivo concentratore di luce solare caratterizzato da una geometria innovativa che deriva dal profilo del CPC 3D. Ogni unità a concentrazione, ad ottica nonimaging, ha una superficie interna riflettente (ottunuta per mezzo della metallizzazione dell'alluminio in alto vuoto di plastica formata per iniezione), e verrà successivamente impacchettata assieme ad altrettante unità, secondo uno schema a matrice, che comporrà per l'appunto il modulo fotovoltaico Rondine<sup>®</sup>, a media concentrazione (20-25x), che utilizza celle solari al Silicio mono-cristallino (dotate di un'efficienza  $> 17\%$  sotto 1 sole).

L'idea della forma dell'unità ottica concentrante e del sistema fotovoltaico, è nata dalla volontà di voler raggiungere fattori di concentrazione compresi tra





Figura 4.36: (a) Un'unità concentrante: ha un lato dell'apertura d'ingresso di 7 cm, ed è alta 15 cm; (b) prototipo del modulo Rondine<sup>®</sup>.

10 e 150, per mezzo di una realizzazione semplice ed economica<sup>2</sup>, senza avere le problematiche dei concentratori ottici convenzionali (un dispositivo a lenti, ad esempio, può concentrare anche fino a 1000x, ma soffre di perdite ottiche; un concentratore costituito da un disco riflettente necessita di un sistema di raffreddamento attivo). Il modulo Rondine<sup>®</sup> ad esempio si raffredda passivamente, in quanto la matrice di unità concentranti e le celle solari (contenute dentro un box di vetro con aria all'interno) sono posizionate sopra una base in alluminio, il quale è un ottimo metallo conduttore, sia perchè per mezzo di esso si verifica il raffreddamento del sistema, sia perchè non si logora nel tempo, in quanto l'ossido di alluminio crea una patina di protezione del sistema stesso.

L'ottica concentrante è stata disegnata in maniera tale che sia assicurato un ampio angolo di accettazione (è circa  $\pm 4^\circ$ ); in questo modo il modulo Rondine<sup>®</sup> può essere posto sui tracciatori dei tradizionali pannelli fotovoltaici piani (a due assi, quello alt-azimutale e quello zenithale). Come detto in precedenza, l'unità concentrante ha geometria proveniente da quella del CPC 3D troncato all'entrata e tagliato longitudinalmente da quattro piani paralleli all'asse ottico e disposti in modo tale per cui il contorno di entrata (visto frontalmente) delimiti un quadrato. L'apertura d'uscita ha la forma di un rettangolo i cui lati sono stati curvati verso l'esterno. La lunghezza del concentratore è stata definita per ottenere solo una riflessione per i raggi entranti paralleli

<sup>2</sup>Si intende la riduzione del rapporto  $\frac{Euro}{KWh}$ .



Figura 4.37: (a) Figura della geometria innovativa dell'unità concentrante del modulo Rondine<sup>®</sup>, vista di lato; (b) rappresentazione della sezione frontale dell'unità concentrante, la luce che incide frontalmente vede quindi la sezione di un quadrato.

all'asse ottico e incidenti sulla superficie interna, al fine di ridurre le perdite ottiche dovute alle riflessioni multiple. L'assenza di un asse di simmetria rotazionale (non si avrà un solo angolo di accettazione, come nel caso di CPC 3D assial-simmetrico, ma uno per il profilo orizzontale e un'altro per il profilo verticale) ha un'incidenza fondamentale sul rendimento delle celle solari: il fascio di luce, concentrato, viene adattato alla geometria della cella solare stessa e la distribuzione dell'irradianza del fascio viene omogeneizzata sulla superficie della cella senza che invece si verifichi un picco unico, molto caldo (la cella si danneggerebbe).

L'ottica concentrante e la sua particolare forma ad ottica nonimaging della superficie può tollerare errori dell'ordine del  $mm$  nel processo di assemblamento del modulo Rondine<sup>®</sup> senza che si verifichi una significativa riduzione dell'efficienza complessiva.

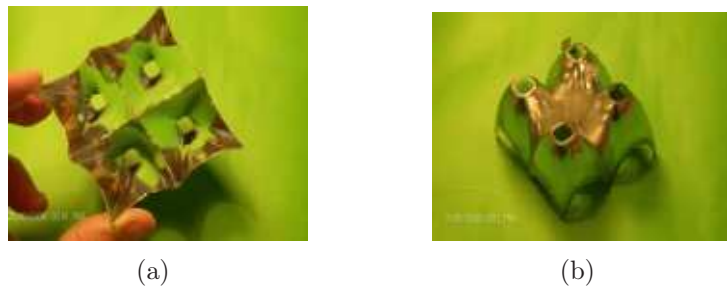


Figura 4.38: Due punti di vista differenti dell'unità concentrante di dimensione ridotta. Ha il lato dell'apertura d'ingresso di circa 4cm, mentre la sua altezza è 6cm.

E' stata sviluppata un'altra unità concentrante analoga a quella descritta finora, ma di dimensioni ridotte come mostra la Figura 4.38. In questo modo

con queste unità concentranti di dimensioni più piccole, il calore che si sviluppa durante la concentrazione della luce solare è distribuito meglio all'interno del modulo, comportando una minor condensa sulle pareti a vetro del box.

## 4.7 Coni e Paraboloidi come concentratori

Il profilo dei coni di luce sono molto più semplici rispetto quello di un CPC. I paraboloidi di rivoluzione (si ribadisce che un CPC non è un profilo di rivoluzione) sembrerebbero la scelta più naturale per essere impiegati come concentratori. Per capire i motivi per cui questo non è vero in pratica si riportano alcuni esempi di paragone. In questo modo apparirà chiaro che proprio la forma del CPC è quella che permette di ottenere delle efficienze molto più grandi rispetto altre forme di concentratori.

Per fare un confronto significativo si costruiscono un cono ed un paraboloide con dimensioni tali per cui il loro rapporto di concentrazione, definito come il rapporto tra l'area dell'apertura d'ingresso con l'area dell'apertura d'uscita, sia pari a quello di un CPC con  $\theta_{\max} = 10^\circ$ , ovvero un rapporto di 5.76 a 1 in diametro. La lunghezza del cono è scelta in maniera tale che il raggio estremo all'angolo  $\theta_{\max}$  passi dal bordo dell'apertura d'uscita, come mostra la Figura 4.39. Nel caso del paraboloide il rapporto di concentrazione e il diametro

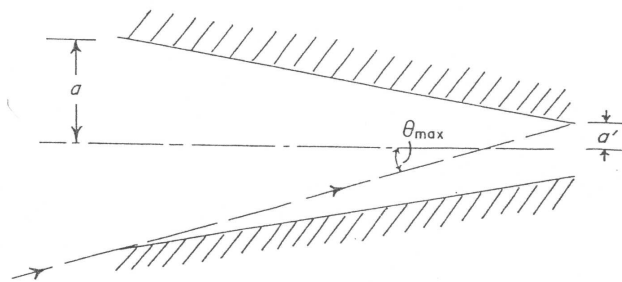


Figura 4.39: Un concentratore a cono con dimensioni tali per cui è comparabile con un CPC.

dell'apertura d'uscita determinano completamente la sua forma, come mostra la Figura 4.40. Le Figure 4.41 e 4.42 mostrano le curve di trasmissione in funzione dell'angolo nel caso di cono e paraboloide, rispettivamente. E' evidente che le loro prestazioni, come concentratori, sono ben lontane dall'essere ideali. Per esempio, la trasmissione totale per un paraboloide all'interno dell'angolo  $\theta_{\max}$ , in accordo con l'Equazione 4.20, è attorno a 0.60 per tutti gli angoli mostrati. I coni, chiaramente, hanno caratteristiche migliori degli specchi

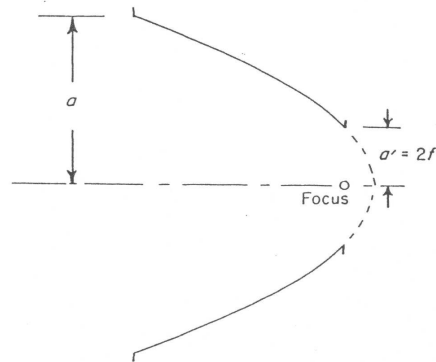


Figura 4.40: Un paraboloide di rivoluzione come concentratore. E' un sistema a formazione d'immagine.

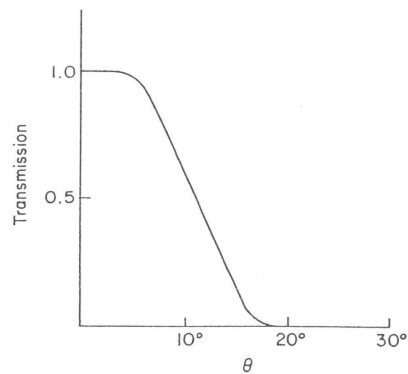


Figura 4.41: Curva di trasmissione in funzione dell'angolo per un cono;  $\theta_{\max} = 10^\circ$ .

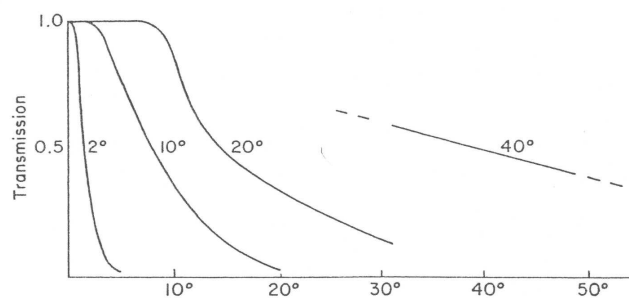


Figura 4.42: Curve di trasmissione in funzione dell'angolo per specchi paraboloidali. I vari grafici sono etichettati con  $\theta_{\max}$ .

paraboidali, con una trasmissione totale all'interno di  $\theta_{\max}$  dell'ordine dell'80%.

Questa è un'ulteriore dimostrazione che i sistemi ad ottica nonimaging, come il cono, usati come concentratori, possono raggiungere rapporti di concentrazione migliori dei sistemi a formazione d'immagine, quale è per l'appunto il paraboloide.



# Capitolo 5

## Parte sperimentale

Everything should be made as  
simple as possible, but not  
simpler.

---

Albert Einstein

### 5.1 Metodi di caratterizzazione di concentratori solari

Prima che dei componenti ottici, come i concentratori solari, possano effettivamente essere usati per applicazioni fotovoltaiche, devono essere caratterizzati. *Caratterizzare* un sistema ottico, significa studiarne ed analizzarne le proprietà ottiche, una volta che viene investito dalla radiazione solare. In realtà questa procedura può essere tranquillamente fatta «in-doors», ovvero in laboratorio, riproponendo una sorgente luminosa, i cui raggi abbiano la stessa geometria di quelli solari, in particolare presentino una deviazione di circa  $0,27^\circ$ . In questo modo è possibile mettere in luce possibili difetti dei componenti, ricavare informazioni sull'efficienza ottica di collezione, ed individuare le configurazioni più efficienti per un'applicazione pratica, ad esempio nei sistemi fotovoltaici.

In particolare, in laboratorio abbiamo caratterizzato l'unità ottica a concentrazione nonimaging del modulo Rondine<sup>®</sup> di generazione fotovoltaica (per comodità ci si riferirà all'unità concentrante con il nome Rondine proprio come il nome del modulo). Qui di seguito vengono descritti i metodi ottici applicati per la caratterizzazione di piccoli concentratori solari. Questi metodi possono essere classificati in due gruppi principali, il *metodo diretto* (DM)

e il *metodo inverso* (IM), i quali si riferiscono al verso in cui vengono illuminati i concentratori, cioè se dall'apertura d'ingresso verso quella d'uscita o viceversa. Convenzionalmente, un concentratore solare è caratterizzato per mezzo della misura della sua efficienza ottica di trasmissione, sotto luce collimata che investe l'apertura d'ingresso a differenti orientazioni.

Il metodo diretto fornisce la curva di efficienza di trasmissione in funzione dell'angolo di incidenza del fascio luminoso, dalla quale si ottiene un'efficienza di trasmissione ottica relativa on-axis (letteralmente *in asse*) ben definita, e l'angolo di accettazione (per convenzione è l'angolo in corrispondenza del 50% dell'efficienza relativa, ma per applicazioni nel fotovoltaico si considera un ulteriore angolo di accettazione, cioè l'angolo in corrispondenza del 90% dell'efficienza relativa). In questa categoria se ne possono anche annoverare altri, come il *metodo diretto integrale* (IDM), per l'investigazione del comportamento del concentratore investito da luce diffusa (il termine *diretto*, infatti, può essere fraintendibile, non fa riferimento alla componente diretta della luce solare), e il *metodo diretto laser* (LM) per uno studio ottico locale delle caratteristiche superficiali di un concentratore reale.

E' stato recentemente sviluppato il metodo inverso, un metodo alternativo, il quale in tempi brevi di misura e con costi di apparato inferiori, è in grado di fornire le stesse informazioni del metodo diretto, ovvero l'efficienza ottica e l'angolo di accettazione di un concentratore. Prevede un irradiazione del concentratore a partire dall'apertura d'uscita verso l'apertura d'ingresso, con una sorgente uniforme, lambertiana e non polarizzata, ed un'analisi dell'intensità della luce proiettata dal concentratore su uno schermo piano lambertiano. Il profilo della radianza della sorgente emittente, ottenuto a partire dal profilo dell'intensità sullo schermo piano, è equivalente al profilo dell'efficienza di trasmissione del concentratore.

### 5.1.1 Metodo diretto

La quantità fondamentale che fornisce le informazioni sulle proprietà ottiche di collezione di un concentratore solare è l'efficienza di trasmissione, risolta in termini dell'angolo di incidenza della radiazione.

Si immagina allora che un concentratore solare venga inizialmente studiato secondo il metodo diretto direzionale (DDM) (Figura 5.1) e che quindi viene irradiato da un fascio collimato orientato ad un certo angolo  $\theta_{in}$  zenitale, e  $\varphi_{in}$  azimutale. Secondo le quantità indicate nella Figura 5.1, l'efficienza di trasmissione ottica, per un concentratore a simmetria arbitraria, è data da:

$$\eta(\theta_{in}, \varphi_{in}) = \frac{\Phi_{out}(\theta_{in}, \varphi_{in})}{\Phi_{in}(\theta_{in}, \varphi_{in})} = \frac{\Phi_{out}(\theta_{in}, \varphi_{in})}{E_{dir} \cdot A_{in}(\theta_{in}, \varphi_{in})}, \quad (5.1)$$



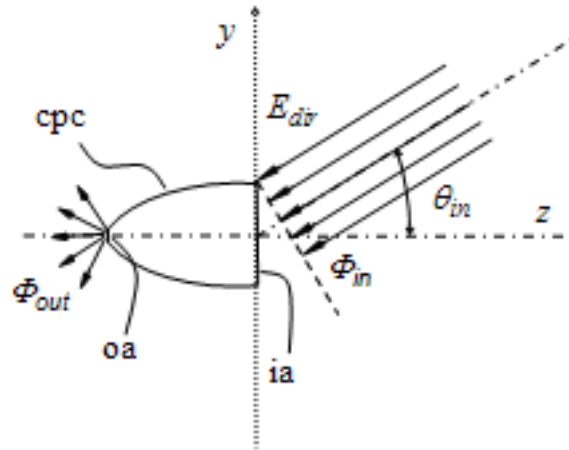


Figura 5.1: Schema del metodo diretto direzionale (DDM).

dove  $E_{dir}$  è l'irradianza del fronte d'onda che investe l'apertura d'ingresso,  $\Phi_{in}$  e  $\Phi_{out}$  sono, rispettivamente, il flusso in ingresso e quello in uscita, mentre  $A_{in}(\theta_{in}, \varphi_{in})$  è l'area d'ingresso proiettata sul fronte d'onda. L'efficienza di trasmissione di un concentratore rappresenta quindi la frazione del flusso trasmesso, rispetto a quello complessivo che lo investe. Nel caso di concentratore per il quale l'efficienza di trasmissione ottica è inferiore all'unità, la frazione mancante di flusso rispetto a quello totale che lo ha investito, non è altro che la somma di un'efficienza d'assorbimento  $\alpha_{dir}(\theta_{in}, \varphi_{in})$  con un'efficienza di riflessione  $\rho_{dir}(\theta_{in}, \varphi_{in})$ .

È di fondamentale importanza, alla luce dell'Equazione 5.1, conoscere quale sezione vede il fascio collimato che investe un concentratore. Il caso semplice

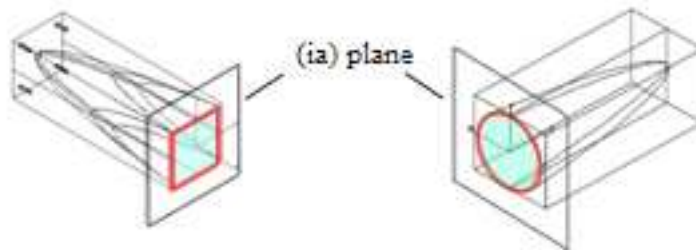


Figura 5.2: Due esempi di concentratore solare con apertura d'ingresso (ia) contenuta in un piano.

è quello in cui il contorno dell'apertura d'ingresso (ia) è contenuto in un pi-

ano, come mostra la Figura 5.2. La quantità  $A_{\text{in}}(\theta_{\text{in}}, \varphi_{\text{in}})$  è, quindi, l'area dell'apertura d'ingresso  $A_{\text{in}} = A_{\text{in}}(0)$ , proiettata lungo le direzioni  $\theta_{\text{in}}, \varphi_{\text{in}}$ :

$$A_{\text{in}}(\theta_{\text{in}}, \varphi_{\text{in}}) = A_{\text{in}}(0) \cdot \cos \theta_{\text{in}} = A_{\text{in}} \cdot \cos \theta_{\text{in}}. \quad (5.2)$$

Secondo questo caso,  $\Phi_{\text{in}}$  è il flusso che attraversa la sezione dell'apertura d'ingresso contenuta nel piano.

La situazione più generale è quella in cui il contorno dell'apertura d'ingresso non è contenuta in un piano e non è possibile definire l'area dell'apertura d'ingresso. Questo è proprio il caso del Rondine<sup>®</sup> (si veda la Sezione 4.6). La quantità  $A_{\text{in}}(\theta_{\text{in}}, \varphi_{\text{in}})$  rappresenta allora la proiezione della superficie interna del concentratore solare, vista dalla luce, su di un piano ortogonale alla direzione  $\theta_{\text{in}}, \varphi_{\text{in}}$ . Il flusso  $\Phi_{\text{in}}$  viene allora definito come il flusso che intercetta la superficie interna del concentratore. Questa situazione richiede un'elaborazione a parte, ad esempio, per mezzo di un software di simulazione ottica, come TracePro<sup>®</sup>, per poter calcolare  $A_{\text{in}}(\theta_{\text{in}}, \varphi_{\text{in}})$ . Si procede, ad esempio, imponendo che la superficie interna di un concentratore solare sia un assorbitore perfetto, e una volta che quest'ultimo viene irradiato da un fascio collimato, si misura il flusso assorbito dalle pareti del concentratore stesso, come funzione degli angoli  $\theta_{\text{in}}$  e  $\varphi_{\text{in}}$ .

Questo è stato il procedimento usato per il Rondine<sup>®</sup> (sarà esposto nella Sezione dedicata alle simulazioni), e questo andamento è stato messo a confronto con  $A_{\text{in}} \cos \theta_{\text{in}}$ . Questo è importante per ricavare il vero andamento dell'efficienza ottica.

E' possibile ricavare l'efficienza di trasmissione di un concentratore solare indagandolo per mezzo del metodo integrale diretto. Si può schematizzare il sistema come nella Figura 5.3. Si può evincere dalla Figura 5.3 che, se si vuole irradiare un concentratore solare secondo IDM, indoors, basta utilizzare uno schermo emisferico di raggio  $R$ , che emette luce isotropicamente e con radianza costante  $L_{\text{dir}}$  (si ricorda che una sorgente lambertiana è un emettitore a radianza costante in tutte le direzioni). Se il raggio  $R$  dell'emisfero emettitore soddisfa  $R \gg \sqrt{A_{\text{in}}}$ , esso è effettivamente sorgente di radiazione con radianza costante in tutte le direzioni; in particolare, il flusso integrale diretto, differenziale, che investe tutta l'apertura d'ingresso, proveniente da un elemento di superficie  $dS$  dell'emisfero emettitore, è<sup>1</sup>

$$d\Phi_{\text{dir}}^{\text{in}}(\theta, \varphi) = L_{\text{dir}} A_{\text{in}} d\varphi d\theta \sin \theta \cos \theta. \quad (5.3)$$

Il flusso integrale totale che investe il concentratore solare è allora

$$\Phi_{\text{dir}}^{\text{in}} = \int d\Phi_{\text{dir}}^{\text{in}} = L_{\text{dir}} A_{\text{in}} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sin \theta \cos \theta = \pi L_{\text{dir}} A_{\text{in}}. \quad (5.4)$$

<sup>1</sup>Da qui in poi si prosegue considerando solo sistemi dotati di simmetria cilindrica.

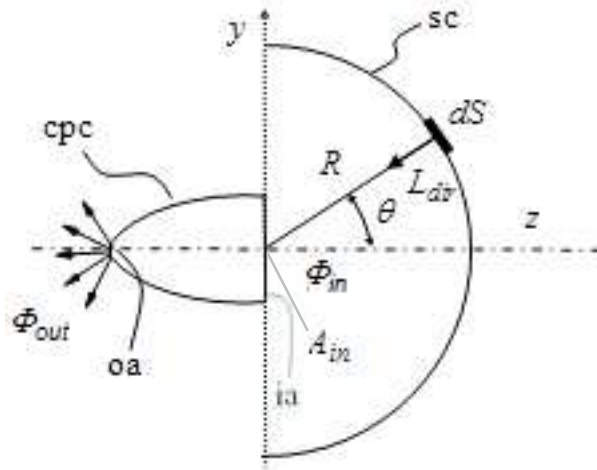


Figura 5.3: Rappresentazione schematica del metodo integrale diretto (IDM).

Questo risultato equivale a porre il concentratore solare sotto luce solare diffusa, isotropa, che si può avere in una giornata in cui il cielo è uniformemente coperto di nuvole; in questo caso infatti la radianza della luce diffusa è costante. Un cielo sereno, al contrario, è caratterizzato da una distribuzione della radianza della luce solare diffusa non costante, a causa della polarizzazione della luce stessa, indotta dalle molecole dell'atmosfera.

Il flusso integrale totale, trasmesso dal concentratore solare, è proporzionale all'efficienza ottica di trasmissione, e nel caso di simmetria arbitraria, è pari a

$$\Phi_{\text{dir}}^{\text{out}} = \int d\Phi_{\text{dir}}^{\text{out}} = \Phi_{\text{dir}}^{\tau} = L_{\text{dir}} A_{\text{in}} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sin \theta \cos \theta \eta(\theta). \quad (5.5)$$

E' possibile scrivere ora la forma esplicita dell'efficienza di trasmissione sostituendo le espressioni 5.4 e 5.5 nella relazione 5.1:

$$\eta_{\text{dir}}^{\text{int}} = \frac{\Phi_{\text{dir}}^{\tau}}{\Phi_{\text{dir}}^{\text{in}}} = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sin \theta \cos \theta \eta_{\text{dir}}(\theta) = 2\eta_{\text{dir}}(0) \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sin \theta \cos \theta \eta_{\text{dir}}^{\text{rel}}(\theta). \quad (5.6)$$

La differenza dall'unità della frazione di flusso integrale totale trasmesso corrisponde al flusso integrale totale perso, che può essere dovuto all'assorbimento  $\alpha_{\text{dir}}(\theta_{\text{in}})$  e alla riflessione  $\rho_{\text{dir}}(\theta_{\text{in}})$  da parte delle pareti interne del concentratore. Il flusso integrale totale perso è fornito quindi da

$$\Phi_{\text{dir}}^{\alpha, \rho} = \int d\Phi_{\text{dir}}^{\alpha, \rho} = L_{\text{dir}} A_{\text{in}} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sin \theta \cos \theta [1 - \eta(\theta)]. \quad (5.7)$$

E' interessante studiare le radianze dei flussi in ingresso e in uscita dal concentratore. In particolare, un concentratore ideale, nel senso che  $\alpha_{\text{dir}}(\theta_{\text{in}}) = 0$ , è caratterizzato da un flusso in uscita uniforme e lambertiano, e la sua radianza è

$$\begin{aligned} L_{\text{dir}}^S &= \frac{\Phi_{\text{dir}}^\tau}{\pi A_{\text{out}}} = \frac{2L_{\text{dir}}A_{\text{in}}}{A_{\text{out}}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sin \theta \cos \theta \eta(\theta) = \dots \\ &= \dots 2L_{\text{dir}}C_{\text{geo}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sin \theta \cos \theta \eta(\theta), \end{aligned} \quad (5.8)$$

dove  $C_{\text{geo}}$  è il rapporto di concentrazione geometrica. Un concentratore non ideale, caratterizzato cioè da  $\alpha_{\text{dir}}(\theta_{\text{in}}) \neq 0$ , a causa dell'assorbimento da parte delle sue pareti interne, ha un flusso in uscita che non è nè uniforme, nè lambertiano. La radianza media in uscita è data da

$$\begin{aligned} \bar{L}_{\text{dir}}^{S(\alpha)} &= \frac{\Phi_{\text{dir}}^{\tau(\alpha)}}{\pi A_{\text{out}}} = 2L_{\text{dir}}C_{\text{geo}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sin \theta \cos \theta \eta_\alpha(\theta) = \dots \\ &= \dots 2L_{\text{dir}}C_{\text{geo}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sin \theta \cos \theta [1 - \alpha(\theta) - \rho(\theta)]. \end{aligned} \quad (5.9)$$

In generale si ha che:

$$\bar{L}_{\text{dir}}^{S(\alpha)} \leq L_{\text{dir}}^S. \quad (5.10)$$

Si può introdurre a questo punto una nuova quantità, definita come il rapporto tra la radianza in uscita del concentratore non ideale ( $\alpha_{\text{dir}}(\theta_{\text{in}}) \neq 0$ ) e quella in ingresso:

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{dir}(\alpha)} &= \frac{\bar{L}_{\text{dir}}^{S(\alpha)}}{L_{\text{dir}}^S} = 2C_{\text{geo}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sin \theta \cos \theta \eta_\alpha(\theta) = \\ &= C_{\text{geo}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sin \theta \cos \theta [1 - \alpha(\theta) - \rho(\theta)]. \end{aligned} \quad (5.11)$$

Dalle precedenti Equazioni, si trova la seguente, rilevante relazione

$$\lambda_{\text{dir}(\alpha)} = \frac{\bar{L}_{\text{dir}}^{S(\alpha)}}{L_{\text{dir}}^S} = \eta_{\text{dir}}^{\text{int}} C_{\text{geo}} = \frac{\Phi_{\text{dir}}^\tau A_{\text{in}}}{\Phi_{\text{dir}}^{\text{in}} A_{\text{out}}} = \frac{\bar{E}_{\text{out}} A_{\text{out}}}{E_{\text{in}} A_{\text{in}}} \frac{A_{\text{in}}}{A_{\text{out}}} = \frac{\bar{E}_{\text{out}}}{E_{\text{in}}}, \quad (5.12)$$

che può essere considerata un rapporto di concentrazione ottica per il caso di irradiazione integrale diretto di un concentratore solare; la sua forma è analoga a quella che definisce il rapporto di concentrazione ottico di un concentratore solare investito da un fascio di luce collimato

$$C_{\text{opt}} = \frac{E_{\text{out}}}{E_{\text{in}}} = \eta_{\text{dir}} C_{\text{geo}} = \frac{\Phi_{\text{out}}}{\Phi_{\text{in}}} \frac{A_{\text{in}}}{A_{\text{out}}}. \quad (5.13)$$

### 5.1.2 Metodo inverso

La Figura 5.4 mostra il principio schematico del metodo inverso. L'apertura

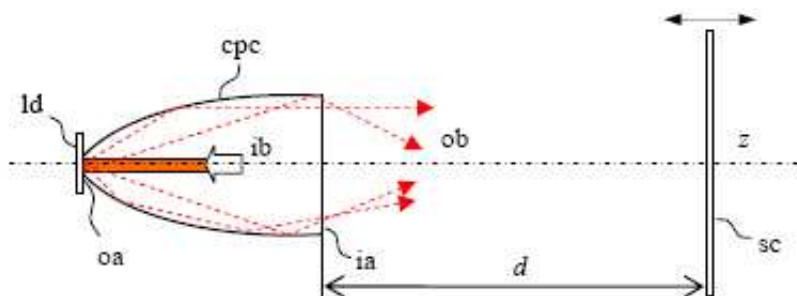
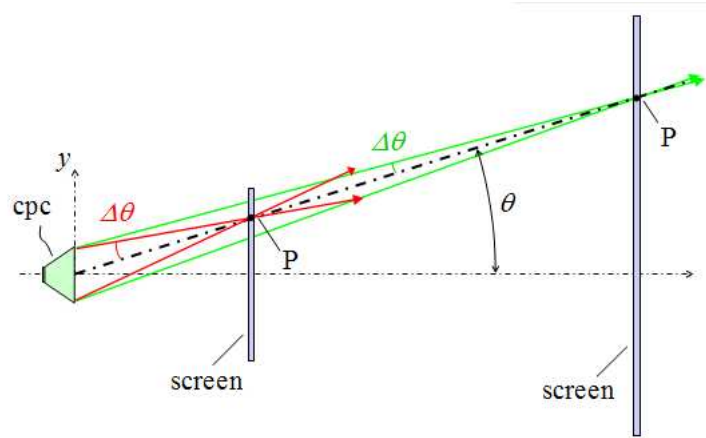


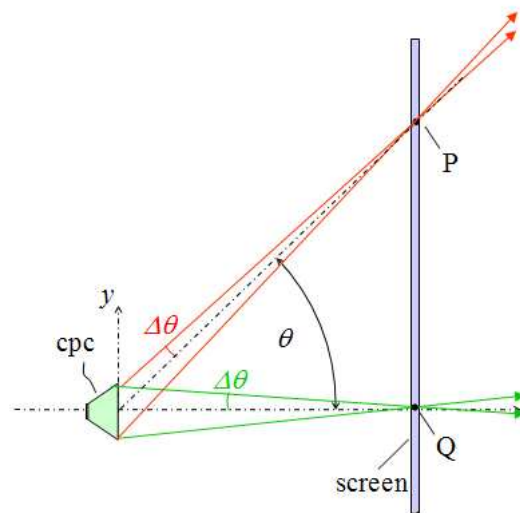
Figura 5.4: Schema del metodo di illuminazione inversa, applicato ad un CPC.

d'uscita del CPC è chiusa con un diffusore lambertiano ad alta riflettività, ed è chiamato anche *targhetta*. Si manda un fascio collimato, allineato con l'asse ottico  $z$  verso la targhetta, in maniera tale da investire tutta la sua area. La luce che incide sulla targhetta viene diffusa indietro all'interno del CPC in tutte le direzioni, per poi essere riflessa al di fuori di esso dall'apertura d'ingresso. Il fascio così uscente dal CPC investe uno schermo piano lambertiano (caratteristica ottenuta spandendo sullo schermo diversi strati di una soluzione densa composta da acqua, vinavil, e  $BaSO_4$ , e che è importante poiché permette di conoscere il comportamento della luce una volta che lo investe), e qui viene osservato e registrato da una macchina fotografica digitale o CCD per poi essere analizzato al computer; la sua distribuzione d'intensità (misurata in  $\frac{W}{sr}$ ) viene studiata variando anche la distanza  $d$  tra lo schermo e il CPC.

Questo non è l'unico modo in cui si può illuminare un concentratore secondo il metodo inverso; è possibile investire il concentratore inviando il fascio proprio all'apertura d'uscita e rimpiazzare il diffusore ad alta riflettività con un diffusore semitrasparente con proprietà di trasmissione lambertiane. Il fascio, costituito da raggi che vengono emessi dal diffusore in tutte le direzioni all'interno del CPC, e che escono dalla sua apertura d'ingresso, deve corrispondere alla famiglia di tutti i possibili raggi che, mandati secondo illuminamento diretto, sarebbero in grado di incidere sul ricevitore subendo poi la concentrazione. Questo significa che il metodo inverso, secondo condizioni ben definite, fornisce un fascio di raggi che contiene tutte le informazioni riguardo alle capacità di collezione del CPC, in particolare l'efficienza ottica relativa e l'angolo d'accettazione. Per una corretta analisi del profilo dell'in-



(a)



(b)

Figura 5.5: (a) I punti del profilo dell'intensità sullo schermo sono ben risolti se lo schermo viene tenuto ad una distanza  $d$  molto grande rispetto al raggio  $a$  del CPC; (b) la risoluzione angolare è migliore per quei punti del profilo dell'intensità che si trovano a grandi angoli rispetto l'asse ottico  $z$ .

tensità  $I(\theta)$ , prodotta dal CPC sullo schermo, nella direzione  $\theta$ , lo schermo deve essere posto ad una distanza  $d$  tale per cui sia soddisfatta la relazione  $d \gg a$ , dove  $a$  è il raggio dell'apertura d'ingresso del CPC (Figura 5.5(a)). Questa condizione è necessaria per garantire che i diversi punti del profilo dell'intensità siano ben risolti l'uno dall'altro in termini di angolo. In particolare, se lo schermo fosse tenuto troppo vicino al CPC si potrebbero associare

più direzioni  $\theta$ , distinte tra loro, ad un unico punto. Una volta che il sistema viene predisposto in maniera tale che la condizione sopra venga soddisfatta, ogni punto del profilo dell'intensità sullo schermo sarà caratterizzato dal suo  $\theta$  e dalla sua risoluzione angolare. Se  $E(d, x)$  è l'irradianza in  $\frac{W}{cm^2}$ , prodotta sulla superficie dello schermo ad una distanza  $x$  dall'asse  $z$ , allora l'intensità radiante per un CPC ideale, con simmetria cilindrica, può essere espressa nel modo seguente

$$\begin{aligned} I(\theta) = I(d, x) &= E(d, x) \frac{r^2}{\cos \theta} = E(d, x) \frac{d^2}{\cos^3 \theta} = \\ &= E(d, x) \frac{d^2}{\cos^3 [\tan^{-1}(\frac{x}{d})]}. \end{aligned} \quad (5.14)$$

La corrispondente radianza diventa:

$$L(\theta) = \frac{I(\theta)}{A_{in}(\theta)} = \frac{I(\theta)}{A_{in} \cos \theta} = E(d, x) \frac{d^2}{A_{in} \cos^4 \theta}, \quad (5.15)$$

con  $L(0) = \frac{E(d,0)d^2}{A_{in}}$ . Il profilo di  $E(d, x)$  sullo schermo, normalizzato a  $E(d, 0) = \frac{I(0)}{d^2}$ , fornisce la radianza relativa  $L_{rel}(\theta)$ :

$$\begin{aligned} L_{rel}(\theta) &= \frac{I(\theta)}{I(0)} = I(d, x)_{rel} = \frac{L(\theta)}{L(0)} = E(\theta) \frac{d^2}{A_{in} \cos^4 \theta} \frac{A_{in}}{E(0)d^2} = \\ &= \frac{E(\theta)}{E(0)} \frac{1}{\cos^4 \theta} = E_{rel} \frac{1}{\cos^4 \theta}. \end{aligned} \quad (5.16)$$

Da ciò che è stato spiegato fin ora emerge che la radianza  $L_{rel}(\theta)$  uguaglia l'efficienza ottica relativa  $\eta_{rel}(\theta)$  del CPC. In particolare vale  $L_{inv}^{rel}(\theta) = \eta_{dir}^{rel}(\theta)$ . Si potrebbe derivare anche la curva di efficienza ottica assoluta  $\eta_{dir}(\theta)$ , ma questo implica la conoscenza del valore dell'efficienza ottica di trasmissione assoluta a  $\theta = 0^\circ$ , quantità semplice da ricavare per mezzo di simulazioni ottiche. Per calcolarla sperimentalmente, si orienta la CCD verso l'apertura d'ingresso del concentratore e si misura la sua radianza. Può essere dimostrato che  $\eta_{dir}(0)$  è data dal rapporto  $\frac{\bar{L}_C(0)}{L_{RIC}}$  (Figura 5.6), dove  $\bar{L}_C(0)$  è la radianza media dell'apertura d'ingresso totale e  $L_{RIC}$  è la radianza del ricevitore, ovvero della sorgente lambertiana usata per illuminare il concentratore in modo inverso.

Le simulazioni ottiche dimostrano che il metodo inverso fornisce, in modo alternativo, le stesse informazioni del metodo diretto per mezzo di un'unica misura e di un apparato sperimentale economico. In contrasto, il metodo diretto richiede sia un sistema sperimentale complesso che tempi di misura

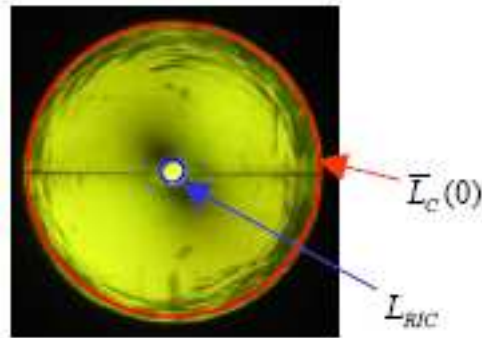


Figura 5.6: Calcolo dell'efficienza ottica assoluta  $\eta_{\text{dir}}(0)$  per mezzo della misura della radianza all'apertura d'ingresso di un CPC Troncato.

lunghi; basti pensare che nel metodo diretto collimato, per avere la curva di efficienza ottica relativa del concentratore, è necessario fare decine di misure a differenti angoli di incidenza del fascio collimato. E' importante precisare che il metodo inverso risulta essere un valido strumento di caratterizzazione ottica di concentratori, nel senso che permette di ricavare il profilo dell'efficienza ottica, se il fascio che investe il CPC, in illuminazione inversa, è spazialmente uniforme, lambertiano, e soprattutto non polarizzato. La non polarizzazione del fascio è importante proprio per poter usare il metodo inverso come metodo alternativo di caratterizzazione di concentratori. L'utilizzo di un fascio polarizzato farebbe cadere la validità del principio di reversibilità, nel senso che il fattore di attenuazione per un concentratore reale non sarebbe più invariante invertendo la direzione della luce.

La Figura 5.7 mostra il setup sperimentale per la caratterizzazione per mezzo di ILLUME (*Inverse Illumination Method* è l'altro modo di indicare il metodo inverso), secondo lo schema presentato nella Figura 5.4. Il metodo inverso può essere sperimentalmente applicato usando un laser (la), il cui fascio viene espanso (la sua modulazione spaziale richiede sia un espansore per il fascio che un diaframma) in modo tale che diventi una sorgente di luce collimata che illumina l'intera area della targhetta diffusiva (ld). Lo schermo (sc) viene mosso di fronte al CPC, mentre una CCD registra l'immagine luminosa prodotta sullo stesso. La mappa d'irradianza sullo schermo deve essere corretta, per rimuovere effetti di prospettiva dovuti a posizioni della CCD fuori dall'asse ottico  $z$ . Questa correzione non è più necessaria nel caso in cui l'illuminamento inverso venga effettuato per mezzo di una lampada (lp) che investe l'apertura d'uscita del CPC, per il semplice fatto che la CCD può essere allineata con l'asse ottico  $z$  dietro allo schermo (sc). Questa configurazione è particolarmente interessante in quanto non richiede un fascio



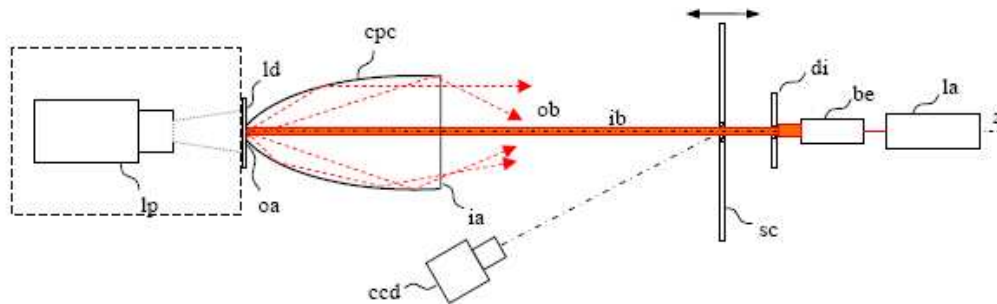


Figura 5.7: Setup sperimentale relativo a due modalità differenti per effettuare il metodo di illuminazione inverso. La lampada ( $lp$ ) nel riquadro tratteggiato si riferisce al caso in cui l'illuminazione viene fatto direttamente a partire dall'apertura d'uscita del CPC. In questo caso la CCD può essere allineata con l'asse ottico  $z$  ed essere posta di lato allo schermo. E' rappresentato anche il laser ( $la$ ) posizionato di fronte al CPC per il caso in cui venga prodotto un fascio collimato che va ad incidere la targhetta diffusiva ( $ld$ ) posta all'apertura d'uscita del concentratore.

collimato, come invece è necessario per la soluzione sperimentale precedente. In questo caso è sufficiente illuminare il diffusore ( $ld$ ) con un fascio dal flusso uniforme. Il problema di questo metodo è la difficoltà di reperire un diffusore semitrasparente dalle proprietà trasmissive di tipo lambertiano. Per sopperire a questo inconveniente è stata pensata un'ulteriore soluzione sperimentale, che si dimostra preferibile rispetto alle due precedenti.

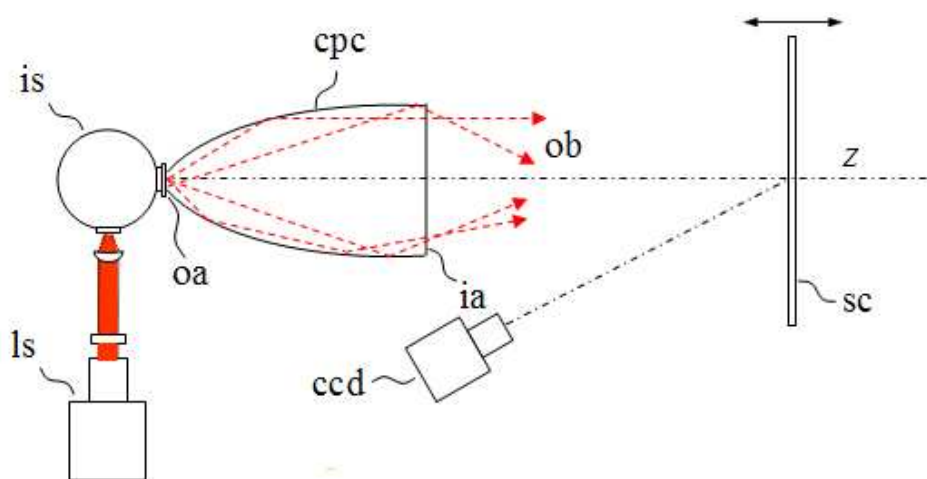


Figura 5.8: La soluzione sperimentale in cui si illumina l'apertura d'uscita del CPC con una sorgente lambertiana uscente dalla sfera intergratrice ( $is$ ), è preferibile rispetto alle altre due presentate in questa Sezione.

In questa configurazione sperimentale, come si può osservare nella Figura 5.8, non è più necessario utilizzare un diffusore semitrasparente lambertiano, in quanto viene accoppiata nel CPC, dall'apertura d'uscita, una sorgente che è già lambertiana, in quanto realizzata per mezzo di una sfera integratrice (is).

## 5.2 Caratterizzazione diretta sperimentale del Rondine®

La configurazione sperimentale per la caratterizzazione ottica del Rondine di prima generazione (Rondine gen1) è stata predisposta in maniera tale che fosse possibile riproporre in laboratorio una sorgente luminosa che simulasse il Sole. Riporto in breve i punti salienti, e in particolare i componenti fondamentali dell'apparato sperimentale per lo scopo della tesi, prima di passare ad esporre i risultati delle misure effettuate e i loro commenti.

Per creare la sorgente si è scelto di utilizzare una coppia di sfere integratrici poste in serie. La prima è stata usata per inserirvi una lampada e per illuminare la seconda in maniera uniforme grazie all'integrazione della luce. L'apertura d'uscita della seconda sfera può essere considerata una valida sorgente lambertiana. Il diametro  $D_S$  di questa apertura d'uscita corrisponde alle dimensioni del Sole simulato, perciò dovrà essere tale da soddisfare la condizione sulle dimensioni angolari della sorgente<sup>2</sup>

$$D_S = 2f \tan(0,27). \quad (5.17)$$

Il sistema della coppia di sfere è stato affiancato ad un sistema di raffreddamento, a causa del fatto che la sorgente in uscita dall'apertura di SI3 è emessa da una lampada, il cui calore avrebbe altrimenti danneggiato le sfere integratrici fatte di materiale plastico. Per mezzo di uno specchio parabolico off-axis, l'immagine dell'apertura d'uscita della coppia di sfere integratrici viene focalizzata verso l'apertura d'ingresso del concentratore.

Lo specchio parabolico utilizzato da noi per queste misure sperimentali ha

---

<sup>2</sup>Questo risultato lo si ottiene con pura trigonometria, in cui si immagina un triangolo rettangolo il cui cateto corto è il raggio dell'apertura d'uscita della seconda sfera, che corrisponderebbe al raggio del Sole, mentre la distanza tra l'apertura d'uscita e lo specchio, pari ad  $f$ , è il cateto lungo con al vertice la posizione dello specchio, che corrisponderebbe alla distanza Terra-Sole. Il rapporto dei due cateti corrisponde alla tangente dell'angolo formato tra il cateto lungo e l'ipotenusa di questo triangolo rettangolo, che ripropone la deviazione angolare dei raggi solari pari a  $0,27^\circ$ .

un diametro  $D \sim 31\text{cm}$  e una focale  $f$  di  $1,5\text{m}^3$ . L'apertura d'uscita con un diametro pari a  $1,5\text{cm}$ , che soddisfa la relazione 5.17, è stata posizionata nel fuoco dello specchio ( $f = 1,5\text{m}$ ). Una siffatta configurazione è proprio una veritiera simulazione del sistema Terra-Sole: il rapporto tra il diametro dell'apertura d'uscita e la distanza focale dello specchio è  $\sim \frac{1}{100}$  proprio come il rapporto tra il diametro del Sole, pari a  $1,4 \cdot 10^6\text{km}$ , e la distanza Sole-Terra  $150 \cdot 10^6\text{km}$ , è pari a  $\frac{1,4 \cdot 10^6\text{km}}{150 \cdot 10^6\text{km}} \sim \frac{1}{100}$ . Fondamentali per le misure sperimentali di caratterizzazione, la disponibilità di un luxmetro, di un lock-in amplifier (più noto con il nome di aggangiatore di frequenza) abbinato al chopper ottico, di celle solari, sfere integratrici prodotte da noi in laboratorio, e di una CCD.

Successivamente all'assemblamento del sistema, è stato fondamentale procedere con un suo allineamento orizzontale e verticale, per assicurare che il fascio luminoso una volta investito il centro dello specchio fosse collimato verso il centro del Rondine. Oltre a questo il fascio stesso è stato caratterizzato per mezzo di una CCD (Hamamatsu 1394 C8484-05G01), per valutare il grado di omogeneità dell'intensità in corrispondenza della sezione dell'apertura d'ingresso del concentratore.

La parte relativa alla caratterizzazione vera e propria del Rondine è stata suddivisa in più blocchi. Siamo partiti dalla caratterizzazione del sistema **Rondine + sfera integratrice + cella solare**, per misurare il comportamento ottico del concentratore da solo, senza il ricevitore (la cella solare). Questo presuppone che la sfera integratrice abbia un comportamento ideale, anche se questo non sempre è vero, ma da noi non è stato verificato. In secondo luogo, abbiamo svolto misure sul sistema **Rondine + cella solare** con lo scopo di caratterizzare il comportamento dell'unità concentrante in condizioni reali, quelle riferite al suo posizionamento nel modulo Rondine®<sup>4</sup>. Ci siamo aspettati una risposta diversa dalla configurazione sperimentale precedente per effetto della non idealità della cella, e questo effetto è stato verificato andando a misurare il comportamento della sola cella solare investita dalla luce del fascio. E' stata presa in considerazione un'altra motivazione per giustificare la differenza tra le due configurazioni sperimentali, ovvero l'effetto sulla cella solare della concentrazione del fascio luminoso da parte

<sup>3</sup>Per descrivere un riflettore in maniera più tecnica, si fornisce la sua apertura, che si esprime come  $\frac{F}{(F/D)}$ . Lo specchio usato da noi in laboratorio ha quindi un'apertura pari a  $\frac{F}{5}$ .

<sup>4</sup>In realtà il sistema Rondine+cella solare non rispecchia esattamente quello utilizzato nel modulo. Noi infatti ci limitiamo a poggiare una cella non incapsulata sulla porta d'uscita del Rondine. Nel modulo, invece, la cella è incapsulata con un vetrino dotato di antiriflesso e poggiata sull'apertura d'uscita. In tal modo la cella risulta lievemente arretrata rispetto all'apertura d'uscita nel modulo.

dell'unità concentrante.

Segue la Sezione sviluppata sui risultati delle simulazioni ottiche fatte con TracePro® su gli stessi sistemi ottici per i quali son state effettuate le misure sperimentali. In questo modo abbiamo avuto la possibilità di confrontare ulteriormente i rispettivi risultati. La sintesi su tutte le misure fatte e le simulazioni è riservata alla chiusura del Capitolo, assieme ai commenti riguardo ai risultati.

### 5.2.1 Sistema sperimentale e suo allineamento

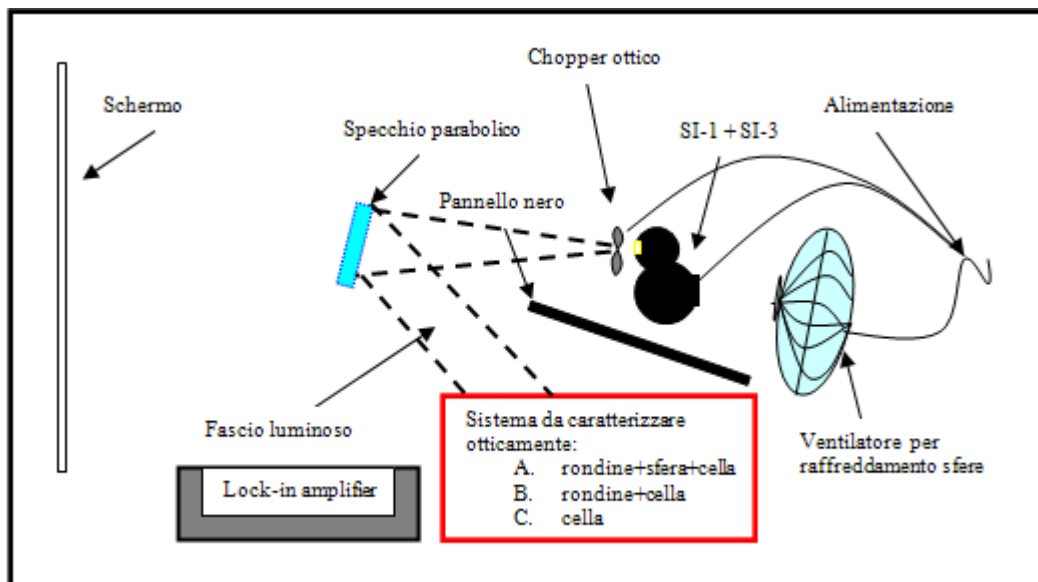


Figura 5.9: Rappresentazione schematica del sistema sperimentale usato per la caratterizzazione del Rondine. Visione dall'alto del sistema (non è in scala).

Ci siamo muniti di una coppia di sfere integratrici in serie per creare la sorgente luminosa; per convenzione le abbiamo nominate rispettivamente SI-1 e SI-3. La SI-1, che è la sfera più grande, ha un diametro  $D_{SI-1} \sim 25cm$ , e l'unica finestra aperta di cui è dotata (l'altra finestra presente sulla sua superficie è chiusa perchè è avvitata alla SI-3), è stata chiusa accuratamente per mezzo di un portalampada in plastica nera, nel quale è stata inserita una lampada Philips fluorescente (da 23W equivalenti a 130W erogati; codice della lampada: 23W CDL 865). La SI-3 di diametro  $D_{SI-3} \sim 15cm$ , è quella in cui è praticato il foro, il cui diametro simula la dimensione lineare del Sole. Per sfruttare al meglio lo spazio disponibile sul tavolo di laboratorio abbiamo deciso di fissare la nostra sorgente lungo un lato lungo del tavolo, lasciando

dietro di essa lo spazio per il ventilatore, che ha costituito il nostro sistema di raffreddamento, e tutti i cavi di alimentazione. La sorgente è stata posta nel fuoco dello specchio parabolico<sup>5</sup>; lo specchio parabolico è stato posizionato quindi di fronte alla sorgente lievemente off-axis, per poter indirizzare il fascio che lo investe all'interno del concentratore. Lo specchio è stato inizialmente fissato con la massima cura su un cavalletto in legno; era disponibile inoltre un grado di libertà verticale, nel senso che in seguito avremmo potuto adattare l'altezza dello specchio rispetto al piano del tavolo. Una volta fissato lo specchio, abbiamo misurato l'altezza del suo centro ( $h \sim 37\text{cm}$ ), in modo tale da poter procedere con il posizionamento della coppia di sfere integratrici avendo cura di far coincidere l'altezza del centro dell'apertura d'uscita di SI-3 con quella del centro dello specchio.

Per assicurare la stabilità meccanica della sorgente, la nostra scelta è ricaduta su un sostegno a tubo cavo con un diametro sufficientemente grande da poter fare da "vaso" alle sfere. Abbiamo quindi tagliato un tubo in due pezzi distinti, ottenendo i sostegni per SI-1 e SI-3; ovviamente i due sostegni sono stati tagliati con altezze diverse, per assicurare che le due sfere fossero orizzontali rispetto al piano del tavolo, tali da avere allineati il centro dello specchio e il centro dell'apertura d'uscita di SI-3 all'altezza di  $h \sim 37\text{cm}$ .



Figura 5.10: SI-1 e SI-3 sui due appoggi, ottenuti da un tubo cavo, posizionate di fronte allo specchio parabolico; l'apertura d'uscita di SI-3 guarda lo specchio. Dalla foto nello specchio è visibile anche il Rondine già posizionato.

Una volta posizionata la coppia di sfere su questi due appoggi, è stato necessario fissarle ulteriormente ad un'asta verticale, in modo che rimanessero stabili sui rispettivi appoggi e la lampada all'interno di SI-1 non creasse un

<sup>5</sup>Specchio acquistato presso la ditta Marcon, Costruzioni Ottico Meccaniche.

contrappeso, ed infine che la sezione dell'apertura d'uscita fosse perpendicolare al piano del tavolo e guardasse dritto verso il centro dello specchio. Per agevolare questo fissaggio ci siamo aiutati spostando le basi d'appoggio, che sono state solo successivamente fissate a loro volta (Figura 5.10). Abbiamo controllato l'omogeneità dell'intensità del flusso sullo specchio, data anche la sua posizione off-axis, e per farlo abbiamo utilizzato un *luxmetro* della KONICA MINOLTA; una volta accesa la lampada assieme al ventilatore (tutte queste misure sono state fatte in regime di buio, in quanto le lampade fluorescenti del laboratorio e la luce esterna sarebbero state sorgente ulteriore di "rumore") e atteso un tempo sufficiente affinché la sua temperatura si stabilizzasse (da una mezz'ora in poi), abbiamo rilevato i lux con il luxmetro in diversi punti dello specchio, partendo dal centro fino a controllare i punti vicini al suo bordo. E' stato appurato che lo specchio veniva investito dal fascio



*Figura 5.11: Visione frontale della coppia di sfere integratrici e del ventilatore; lo schermo nero separa la sorgente e il concentratore.*

in modo apprezzabilmente uniforme, nel senso che non abbiamo riscontrato zone della superficie speculare nelle quali i lux fossero molto più alti rispetto ad altre. Abbiamo altresì visto che i lux che investivano lo specchio erano molto bassi, inferiori all'unità (per avere un'idea di quanto è basso questo valore, basti pensare che i lux di una stanza illuminata a giorno oscillano

tra i valori 500 e 600), perciò il segnale che sarebbe arrivato al concentratore sarebbe stato troppo basso per poter essere rilevato con la sola cella solare. In linguaggio più tecnico, al concentratore sarebbe giunto un flusso luminoso ben inferiore ad 1 Sole.

Per la caratterizzazione del fascio, abbiamo posizionato la CCD ad una dis-

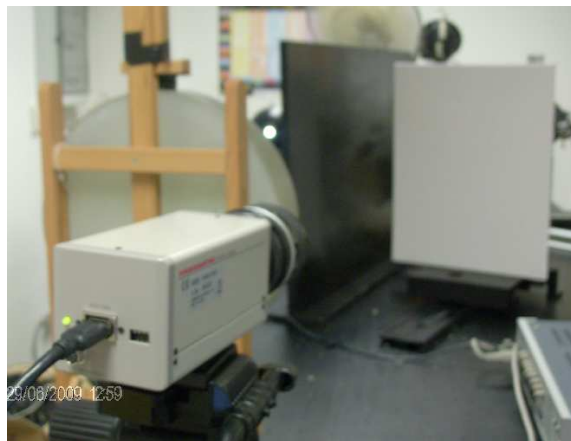


Figura 5.12

tanza di circa  $300\text{cm}$  dal concentratore al quale abbiamo posizionato davanti uno schermo lambertiano (Figura 5.12). Con la CCD abbiamo fotografato l'immagine del fascio che investiva lo schermo, operando direttamente dal software HiPic 8 (High Performance Image Control System). In corrispondenza dell'immagine del fascio salvata abbiamo selezionato un'area, per andare a vedere l'andamento dell'intensità sia in verticale che in orizzontale (Figura 5.13). I suddetti dati sono stati elaborati in OriginPro®, dai quali

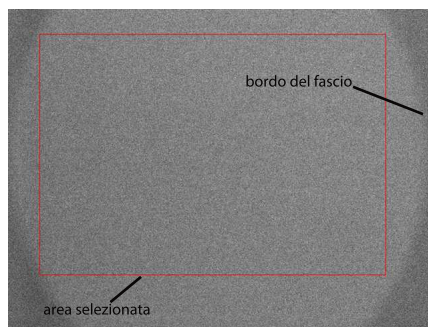


Figura 5.13: Immagine del fascio registrato dalla CCD; è visibile la zona che abbiamo selezionato per essere analizzata.

abbiamo ottenuto i profili dell'andamento dell'intensità sia in verticale che

in orizzontale (Figure 5.14(a) e 5.14(b)). I due plot hanno mostrato che

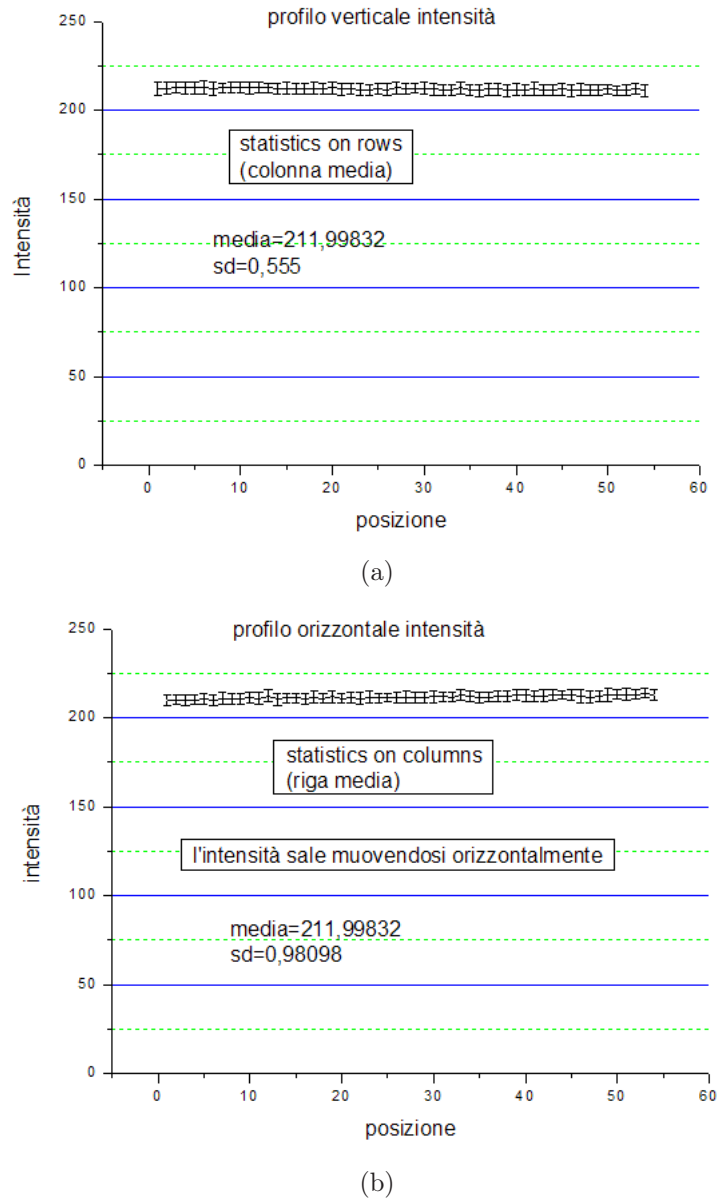


Figura 5.14: (a) Il profilo verticale dell'intensità del fascio mostra una chiara uniformità; (b) il profilo orizzontale tende a crescere in intensità spostandosi verso destra.

il profilo verticale dell'intensità era uniforme, quello orizzontale tendeva a crescere spostandosi verso destra. Abbiamo assunto che il fascio fosse pressochè uniforme.



Per poter riuscire a fare le misure di corrente invece, avremmo dovuto adoperare un lock-in amplifier (letteralmente *agganciato di frequenza*; quello usato da noi in laboratorio è il modello 5210 della *Kandel Electronics, Inc*) per poter amplificare il segnale e di un chopper ottico posizionato di fronte alla sorgente (si intende di fronte all'apertura d'uscita della SI-3).

Ci siamo muniti di uno schermo di legno, dipinto di nero in laboratorio, il quale è stato posto tra la sorgente e la posizione del concentratore per impedire che quest'ultimo potesse intercettare raggi provenienti direttamente dalla sorgente (Figura 5.11). La posizione del concentratore doveva essere tale per cui la direzione normale alla superficie dello specchio parabolico puntasse verso il centro della sezione della sua apertura d'ingresso.

Per avere un sostegno mobile per la sfera con il Rondine, si è usufruito di una slitta posizionata su delle rotaie lunghe (sono state fissate al piano solo in seguito all'allineamento del sistema) orientate in direzione dello specchio. Prima ancora di posizionare il Rondine abbiamo però proceduto con l'allineamento del sistema usando un laser verde (laser He-Ne  $\lambda = 543,4nm$ ) posizionato con il tubo parallelo alla direzione delle rotaie. Una volta acceso il laser, il fascio è stato indirizzato verso il centro dello specchio (abbiamo tracciato le diagonali di un foglio traslucido, le cui dimensioni si adattassero a quelle dello specchio, e lo abbiamo usato per avere il riferimento del centro dello specchio ponendoglielo davanti) in maniera tale da trovare la posizione finale dello stesso che mandava il fascio dritto all'interno della sfera SI-3. Allo stesso tempo è stato verificato che il fascio laser che inviavamo verso lo specchio fosse effettivamente orizzontale: il nostro riferimento è stato un'asta verticale fissata su una slitta che veniva fatta muovere lungo le rotaie. L'asta è stata posizionata inizialmente in prossimità del laser in maniera tale che intercettasse il suo fascio; questo punto è stato segnato sull'asta. Ogni volta che l'asta veniva spostata lungo le rotaie verso lo specchio, adattavamo il fascio laser cercando di re-intercettare il punto di riferimento segnato in principio, garantendo quindi l'orizzontabilità del fascio. Dopo avere allineato il sistema e fissato definitivamente la posizione in altezza dello specchio, abbiamo cominciato a fare le misure sperimentali vere e proprie.

Il lock-in amplifier è stato posto vicino alle rotaie mentre il chopper ottico di fronte all'apertura d'uscita della SI-3, cosicché le sue eliche potessero tagliare il fascio di luce con una certa frequenza (nel nostro caso la frequenza era di circa 600Hz).

### A. Rondine+sfera+cella

Abbiamo prodotto in laboratorio una sfera integratrice per poter caratterizzare il Rondine in condizioni ideali. Ci siamo procurati un globo in plastica

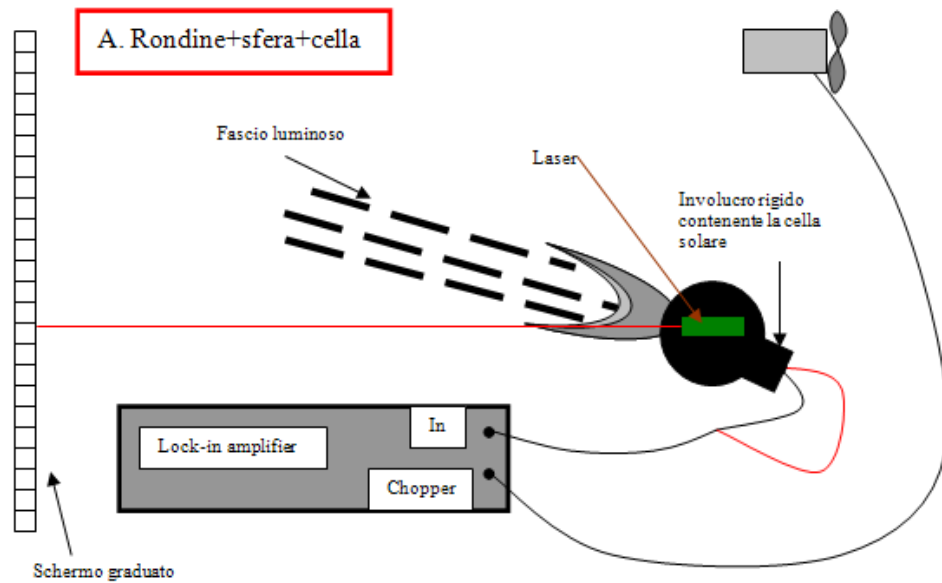


Figura 5.15: Rappresentazione schematica del sistema che viene caratterizzato otticamente. La figura non è in scala.

con un diametro di circa  $12\text{cm}$  che si apriva a "conchiglia", e in base alla necessità di incastrare l'apertura di uscita del Rondine nella sfera, abbiamo deciso di fare una finestra circolare del diametro di  $3,4\text{cm}$ . Il foro dal quale sarebbe uscito il segnale da rilevare è stato fatto con un diametro di  $2,9\text{cm}$ . Queste finestre sono state fatte nell'officina meccanica del Dipartimento di Fisica per mezzo di una fresa verticale, e sono state fatte allineate tra loro. L'allineamento dei due fori, ha comportato la necessità di produrre una paletta in plastica, costituita dalla parte alta di forma circolare e con un diametro superiore a quello di entrambi i fori, da porre al centro della sfera per schermare i fori stessi l'uno dall'altro. In questo modo, si è evitato che la luce potesse uscire direttamente dalla finestra di uscita senza subire integrazione (la paletta costituisce comunque causa di ombra per la luce che entra nella sfera poco inclinata rispetto l'asse ottico).

Abbiamo proceduto grattando il suo interno con carta vetrata P240 (per garantire una buona aderenza dei rivestimenti sulle pareti), per poi velarlo omogeneamente di uno strato di smalto ad acqua di colore bianco opaco (Easycolor BIANCO OPACO RAL 9010). Lo stesso smalto è stato spruzzato sulla superficie esterna del globo, e una volta asciutto, è stato ricoperto da uno strato di smalto ad effetto cromatura (Easycolor CROMO ARGENTO), per riflettere verso l'interno luce che altrimenti sarebbe andata dispersa verso

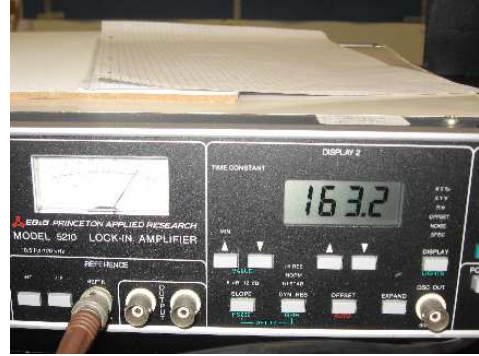
l'esterno attraverso le pareti. L'ultimo passaggio per la parte esterna della sfera è stata la copertura dello strato cromato con smalto acrilato nero opaco (Easycolor NERO OPACO RAL 9005), per evitare che le pareti riflettenti della sfera potessero diventare sorgenti spurie di luce (in un laboratorio di ottica tutte le superfici passive presenti, incluse le pareti, dovrebbero essere di colore opaco). L'interno della sfera è stato poi rivestito con una dozzina di strati (il nuovo strato veniva steso solo dopo che quello precedente fosse ben asciutto) di una soluzione densa ottenuta disciogliendo  $BaSO_4$  in una soluzione acquosa di colla vinilica ( $50\frac{g}{l}$ ). Lo stesso trattamento di verniciatura è stato fatto alla paletta, la quale una volta asciutta, è stata fissata al centro della sfera per mezzo di colla Attack, su un elemento di superficie dal quale è stato raschiato via il rivestimento in  $BaSO_4$ .

Si è incastrata l'apertura d'uscita del Rondine nella finestra più grande della sfera integratrice, in maniera tale che, fissando la sfera su un asse verticale, il lato lungo dell'apertura d'uscita del Rondine risultasse essere parallelo al piano del tavolo. Abbiamo fissato con adesivo isolante nero il Rondine alla sfera proprio in corrispondenza della finestra (in questo modo è stata oscurata questa zona della sfera eliminando una possibile causa di perdita di luce, una volta accesa lampada).

Prima di sistemare la cella solare (cella solare poli-cristallina in Silicio con efficienza circa del 24%, caratterizzata da dimensioni  $2cm \times 2cm$ , prodotta dalla UNSW in Australia) all'apertura d'uscita della sfera integratrice, è stato verificato che una volta investita da una sorgente luminosa fornisce un segnale in tensione di circa  $0,5V$  (valore tipico per una cella solare al Silicio policristallino, poco dipendente dall'intensità d'illuminazione). Abbiamo fissato la cella solare in un tappo (anche il suo interno è stato rivestito da diversi strati della vernice usata per il rivestimento della sfera integratrice e del pannello lambertiano) lasciando fuori i cavi del polo positivo e negativo; abbiamo poi posizionato la cella in corrispondenza della finestra d'uscita, in maniera tale che fosse ben centrata con il centro del foro. Il tutto è stato fissato nuovamente con nastro adesivo nero isolante. I due cavetti (cioè il polo positivo e il polo negativo) della cella li abbiamo poi connessi al cavo che avrebbe trasferito il segnale di flusso che ha raggiunto il rivelatore (una volta avviato tutto il sistema) all'ingresso dell'agganciato di frequenza (canale A nel blocco della SENSITIVITY del pannello frontale del lock-in amplifier; si veda la Figura 5.16(a)). Il segnale di riferimento in frequenza al quale si sarebbe agganciato il lock-in amplifier proveniva dal chopper ottico, ed è stato mandato all'ingresso REF-IN dell'agganciato di frequenza (Figura 5.16(b)). La sfera con il Rondine è stata fissata su un sostegno a forma di coppa dotato di tubo, il quale è stato infilato in un'asta verticale avvitata su una basetta che poteva slittare a sua volta su una slitta di piccole dimen-



(a)



(b)

Figura 5.16: (a) Canale A per il segnale in ingresso al lock-in amplifier proveniente dal rilevamento di luce da parte della cella solare; (b) ingresso REF-IN per il segnale di riferimento in frequenza, proveniente dal chopper ottico, al quale si aggancia la frequenza del lock-in amplifier.

sioni dotata pure lei di rotaie (la loro direzione era ortogonale a quelle che si trovavano sul piano), posizionata lungo le rotaie fissate al tavolo. Il tubo con il sostegno a coppa sul quale è stato fissato il sistema Rondine+sfera+cella aveva la possibilità di ruotare attorno all'asse verticale dell'asta. Il tubo poteva essere alzato o abbassato semplicemente allentando o stringendo una vite rispetto all'asta. Queste possibilità di movimento le abbiamo sfruttate per allineare il Rondine con il centro dello specchio, ovvero con il fascio che l'avrebbe investito una volta accesa la sorgente luminosa (sapevamo anche che l'altezza del centro dello specchio e del centro dell'apertura d'uscita di SI-3 erano pari a  $\sim 37\text{cm}$ , perciò abbiamo posizionato il centro del Rondine anch'esso a  $\sim 37\text{cm}$  dal piano). Questa posizione ci avrebbe fornito l'efficienza di trasmissione relativa del Rondine all'angolo  $\theta = 0^\circ$ , ovvero del fascio collimato che entra nel Rondine con direzione parallela al suo asse ottico (questa è la posizione in cui era possibile vedere riflesso nel centro dello specchio, in corrispondenza dell'apertura d'uscita di SI-3, il profilo quadrato della sezione dell'apertura del Rondine; si veda la Figura 5.17). Ruotando il Rondine, sarebbe stato investito dal fascio a vari angoli di incidenza rispetto l'asse ottico. I valori del flusso raccolto dalla cella, e letti con il lock-in amplifier, ci avrebbero fornito la curva di efficienza relativa di trasmissione ottica in funzione dell'angolo di incidenza.

La coppia di rotaie ha fornito sia il grado di libertà orizzontale che quello verticale, i quali sono stati utilizzati per l'allineamento del Rondine con il fascio collimato; il nostro riferimento è stato un'asta verticale fissata su uno slittino, che è stato fatto scorrere lungo le rotaie lunghe, in modo tale che

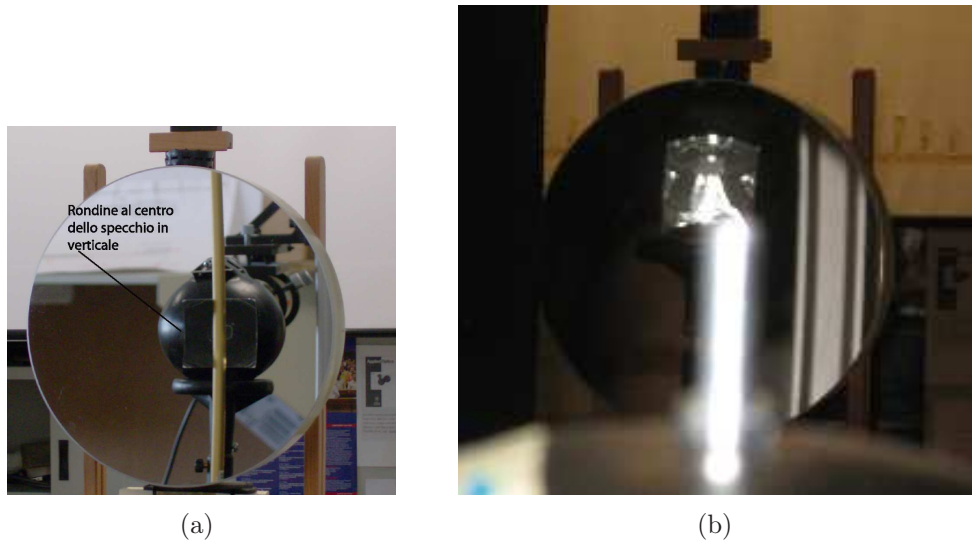
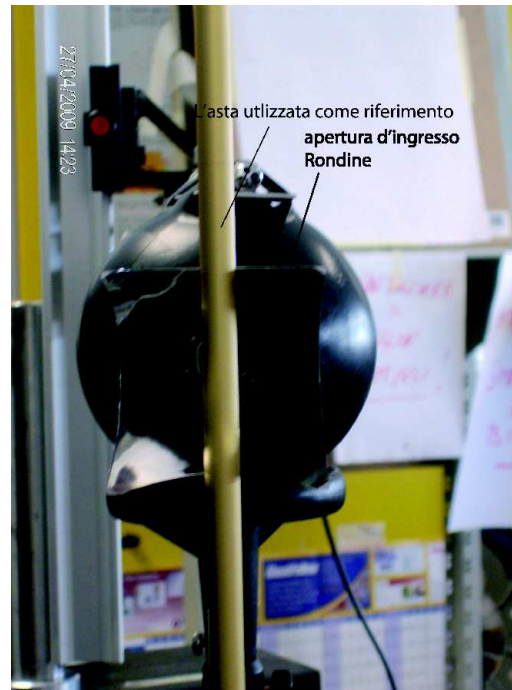


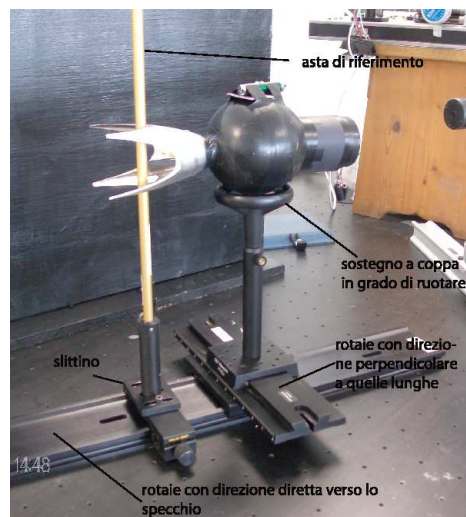
Figura 5.17: (a) Il Rondine in posizione  $\theta = 0^\circ$ , è stato allineato dapprima verticalmente guardando lo specchio dalla parte della sorgente mettendo l'occhio a fianco della SI-3 alla stessa altezza della finestra d'uscita; (b) l'allineamento orizzontale è stato fatto invece mettendo l'occhio sulla verticale dell'apertura d'uscita della SI-3 e posizionando l'immagine del Rondine sull'asse verticale dello specchio.

l'asta fosse portata in prossimità dell'apertura d'ingresso del Rondine. La verticalità dell'asta è stata usata per controllare che il Rondine fosse orizzontale rispetto al piano (abbiamo avvicinato l'asta alle punte del Rondine per vedere se erano allineate con l'asta stessa o meno); abbiamo posizionato il Rondine nella posizione di zero, e sistemato l'asta di riferimento proprio in corrispondenza del bordo a metà della lunghezza del profilo dell'apertura d'ingresso del concentratore (Figura 5.18). Questa operazione è stata ripetuta per ogni rotazione; quando il profilo dell'asta non stava al centro della lunghezza del profilo dell'apertura d'ingresso del Rondine, sfruttavamo la possibilità di far slittare il suddetto sistema ottico trasversalmente cercando la posizione in cui l'asta si adattava bene al suo centro.

Le rotazioni di cui è stato parlato fin ora non sono state quantificate, poichè il sostegno a coppa del Rondine non era dotato di una base goniometrica. La posizione di zero non richiedeva un riferimento graduato, poichè è stato impostato da noi, nel senso che corrispondeva alla posizione angolare in cui il Rondine avrebbe ricevuto alla sua apertura d'ingresso il massimo flusso possibile (fascio diretto lungo l'asse ottico del Rondine). Per poter costruire la curva d'efficienza abbiamo dovuto conoscere gli angoli associati alle rotazioni fatte. Abbiamo posizionato sopra la sfera integratrice un laser, con il suo asse



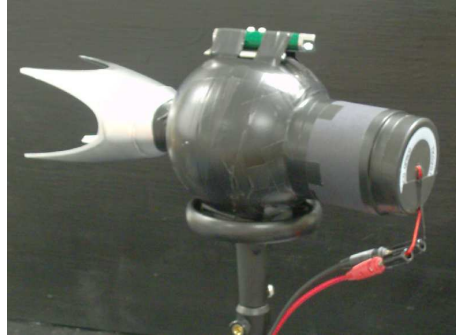
(a)



(b)

Figura 5.18: (a) Posizionamento dell'asta di riferimento in corrispondenza del bordo del profilo dell'apertura d'ingresso del Rondine, a metà della lunghezza del lato dell'apertura; (b) visione complessiva della modalità di allineamento.

parallelo all'asse ottico del Rondine (Figura 5.19). Il laser è stato puntato

*Figura 5.19*

perpendicolarmente ad uno schermo bianco, e a partire da questo punto lo abbiamo fissato sulla sfera integratrice, mentre il Rondine era allineato nella direzione di  $0^\circ$ . Questo punto indicato dal laser è stato segnato sullo schermo e a partire da esso abbiamo graduato una linea orizzontale, incrementando la posizione di  $5\text{cm}$  alla volta verso destra per valori di  $\theta$  positivi, o verso sinistra per valori di  $\theta$  negativi. La distanza tra il punto di zero e ogni altro punto diverso da questo è stato etichettato con  $x_{i\text{-letta}}$ ; una volta misurata la distanza tra lo schermo e l'asse del laser ( $d = 306\text{cm}$ ), con semplice trigonometria avremmo avuto gli angoli in gradi associati ad ogni rotazione (si ha infatti che  $\frac{x_{i\text{-letta}}}{d} = \tan \theta_i$ ).

Abbiamo proceduto con la caratterizzazione del suddetto sistema, dopo aver acceso tutte le apparecchiature; il luxmetro è stato posizionato in prossimità dell'apertura d'uscita della SI-3 per controllare durante l'intervallo di tempo di presa dati che l'intensità del flusso luminoso fosse rimasta costante. Dopo un'ora dall'accensione del sistema, abbiamo cominciato la presa dati del Rondine nel punto  $x = 0\text{cm}$ , corrispondente a  $\theta = 0^\circ$ ; osservando i valori che visualizzava il display del lock-in amplifier abbiamo deciso di settare le opzioni del suo pannello frontale nel modo seguente:

**sensitivity**  $I(\text{corrente}) : 10^8 \frac{\text{V}}{\text{A}}$

**scale**  $10\mu\text{V}$

**filters** FLAT MAN

**time constant**  $10\tau$

**slope** 12dB

**dyn res** NORM

**display/lights XYV.**

Il segnale in corrente letto sul display a cristalli liquidi del lock-in amplifier è risultato essere molto instabile, in contrasto alla stabilità dei valori di lux della sorgente. La presa di un unico valore di corrente sarebbe stato estremamente restrittivo, perciò abbiamo optato la soluzione di individuare un valore minimo ed uno massimo; per avere la certezza assoluta che questi valori fossero quelli effettivi e non fittizi, è stato necessario attendere intervalli di tempo lunghi (tipicamente di  $10 \div 30$  minuti) per ogni angolo di incidenza considerato, in maniera tale che il segnale visualizzato passasse sullo stesso valore minimo e sullo stesso valore massimo almeno 3 volte (convenzione scelta da noi). Per ogni rotazione (in tutte le misure che sono state fatte abbiamo proceduto cominciando a misurare il segnale per angoli positivi, e solo in seguito procedevamo verso gli angoli negativi, rispetto a  $0^\circ$ ), abbiamo quindi preso i valori, minimo e massimo in corrente ( $sign_{MIN}$  e  $sign_{MAX}$ ) visualizzati sul display dell'agganciato in frequenza, i lux alla sorgente, la  $x_{letta}$  sullo schermo. E' stato altresì necessario calibrare il lock-in amplifier: abbiamo cioè individuato in corrispondenza di ogni rotazione, la base-line (o livello di buio), ovvero il segnale in corrente fornito dal rivelatore, mentre si interrompeva il fascio di luce con un pannello (circa a metà della distanza tra lo specchio e l'apertura del concentratore). La base-line è stata usata per correggere i dati rilevati.

Una volta raccolti, tutti i dati sono stati poi inseriti nel *worksheet* (letteralmente *foglio di lavoro*) del software OriginPro® e sistemati per estrarre la curva dell'efficienza di trasmissione ottica relativa; abbiamo seguito questi passaggi:

- ricavare gli angoli in gradi associati ad ogni  $x_{letta}$  sullo schermo;
- calcolare il valore medio del segnale in corrente a partire dal valore massimo e minimo ( $SIGN = \frac{sign_{MIN} + sign_{MAX}}{2}$ );
- calcolare l'errore sul valore del segnale ( $\Delta SIGN = \frac{sign_{MAX} - sign_{MIN}}{2}$ );
- simmetrizzare i valori del segnale, rispetto a  $0^\circ$ , e sottrarre la base-line;
- normalizzare i valori di segnale all'unità, avendo fatto misure relative ( $SIGN_{norm}$ );
- correggere i valori di segnale normalizzati, dividendoli per il  $\cos \theta_i$  ( $SIGN_{corr}$ ), per tenere conto della proiezione della sezione dell'apertura d'ingresso del Rondine sul fronte d'onda della luce che lo investe



(questa correzione in realtà ha sollevato delle perplessità sulla sua validità, in quanto si spiega bene quando il profilo dell'apertura d'ingresso giace nel piano, ma se il Rondine viene pensato nel modulo, affiancato a tante altre unità, proprio grazie al suo particolare profilo, la suddetta correzione può essere considerata approssimativamente buona)

- costruire il plot di  $SIGN_{\text{corr}}$  vs  $\theta_i$ , che corrisponde alla curva dell'efficienza di trasmissione ottica relativa del concentratore in funzione dell'angolo di incidenza della luce.

Riporto di seguito il plot che abbiamo ottenuto (ricordo che il Rondine ha l'apertura d'uscita rettangolare, e il profilo che abbiamo analizzato, sia in questo caso che in quelli seguenti, è il lato più lungo, che peraltro è quello sfruttato nel modulo Rondine<sup>®</sup> per il tracking orizzontale del Sole). Dal

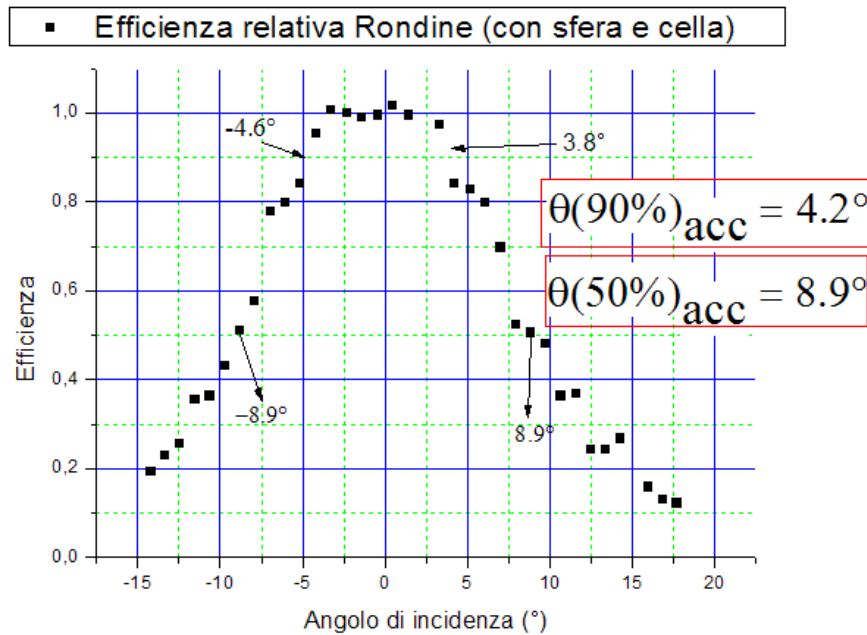


Figura 5.20: Plot dell'efficienza relativa in funzione dell'angolo di incidenza  $\theta_i$ . Esprime il comportamento del solo Rondine, senza dover considerare l'effetto del ricevitore (nell'assunzione che la sfera integratrice sia ideale).

plot abbiamo ottenuto i seguenti angoli di accettazione:  $\theta(90\%) = 4.2^\circ$  e  $\theta(50\%) = 8.9^\circ$ .

## B. Rondine+cella

La Figura 5.21 mostra il particolare del sistema che viene caratterizzato in questo caso. Gli strumenti e le modalità di misura sono state le stesse spie-

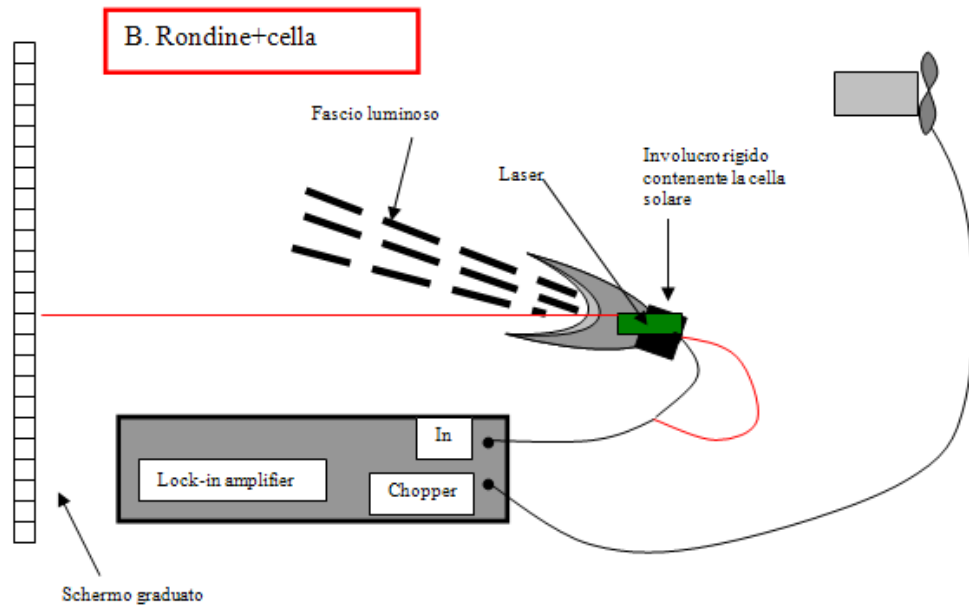
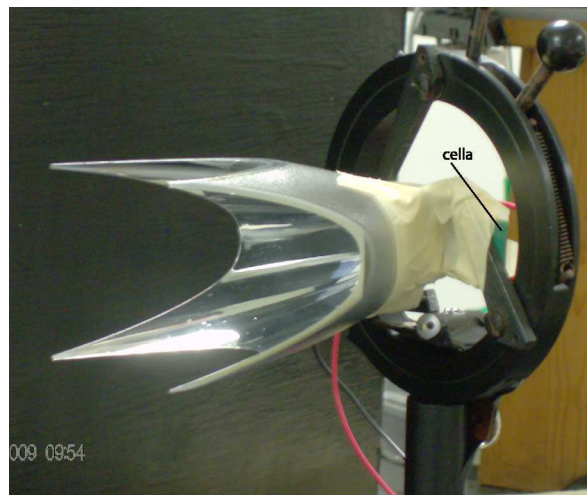


Figura 5.21: Rappresentazione schematica del sistema che viene caratterizzato otticamente. La figura non è in scala.

gate precedentemente. Il Rondine gen1 è stato estratto dalla sfera per essere caratterizzato con una cella (la stessa usata nel modulo, ma non incapsulata) sistemata proprio direttamente in corrispondenza della sua apertura d'uscita. Abbiamo fissato una cella solare (cella solare poli-cristallina in Silicio ad alta efficienza, caratterizzata da dimensioni  $1,6\text{cm} \times 1,2\text{cm}$ ) all'apertura d'uscita del Rondine cercando di centrare bene la superficie sensibile della stessa (questa cella rettangolare aveva le dimensioni simili a quelle dell'apertura d'uscita del concentratore, e posizionandola male avremmo perso parte della superficie sensibile a causa dell'ombra causata dai contatti elettrici della cella stessa). I suoi cavetti sono stati connessi nuovamente al cavo dell'ingresso al canale A dell'agganciato di frequenza. Il Rondine con il rivelatore è stato fissato su un sostegno dotato di tre ganci a molla (fissato a sua volta sullo slittino dotato di rotaie che si trova lungo le rotaie lunghe), con il lato lungo della sua apertura d'uscita parallelo al piano del tavolo (Figura 5.22). Abbiamo sistemato il sostegno del Rondine fino a che il suo centro fosse all'altezza dal piano pari a  $h = 37\text{cm}$ , poi lo abbiamo riallineato e posto nella



(a)



(b)

Figura 5.22: (a) Foto laterale del Rondine sul sostegno con il rivelatore fissato all'apertura d'uscita; (b) foto frontale del Rondine con superficie sensibile della cella ben visibile e centrata con l'apertura d'uscita.

posizione di zero; abbiamo fissato quindi il laser su questo sostegno facendo coincidere i loro assi e in maniera che il laser puntasse il suo fascio perpendicolarmente allo schermo (la distanza tra il laser e lo schermo in questo caso è  $d = 305\text{cm}$ ); questo nuovo punto di zero è stato segnato sullo schermo, e da qui abbiamo creato una nuova scala orizzontale graduata, con le stesse modalità precedenti, mantenendo un passo di  $5\text{cm}$  tra ogni punto.

L'impostazione del lock-in amplifier è rimasta la stessa del caso A, tranne il valore di SENSITIVITY che abbiamo portato da  $10^8 \frac{\text{V}}{\text{A}}$  a  $10^6 \frac{\text{V}}{\text{A}}$ . I tempi di rilevamento dati si sono rivelati, anche in questo caso, molto lunghi, e i dati sono stati sistemati con le stesse modalità seguite precedentemente. La

curva di efficienza (Figura 5.23) è risultata molto meno rumorosa di quella in Figura 5.20 a causa del segnale decisamente più alto letto nel lock-in. Ci si attendeva un plot dell'efficienza relativa in funzione dell'angolo d'incidenza sicuramente diversa da quella ottenuta dalla caratterizzazione del Rondine+sfera+cella. Dal plot abbiamo ottenuto i seguenti angoli di ac-

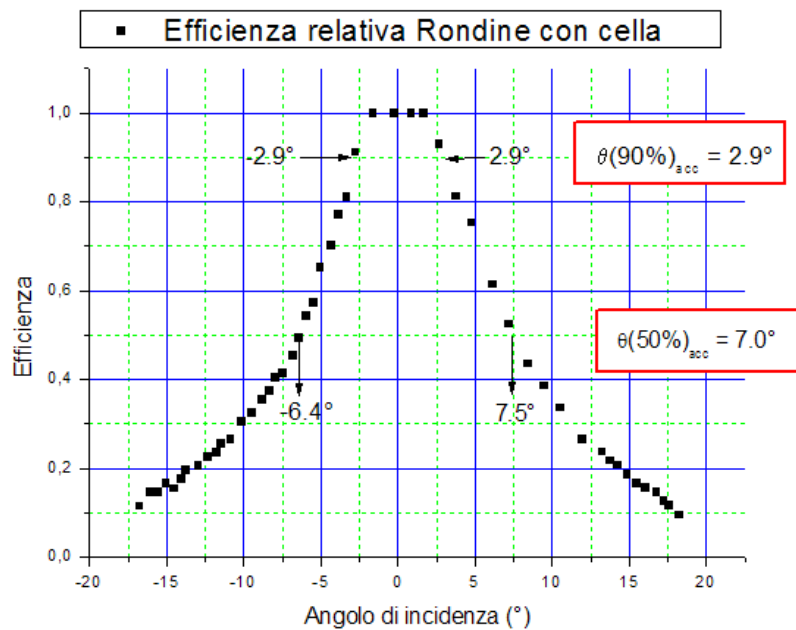


Figura 5.23: Plot dell'efficienza relativa in funzione dell'angolo di incidenza  $\theta_i$ . Il Rondine è caratterizzato in condizioni reali, nel senso che bisogna tener conto del rivelatore.

cettanza:  $\theta(90\%) = 2.9^\circ$  e  $\theta(50\%) = 7.0^\circ$ . Questo plot si è ristretto molto rispetto al caso precedente, entrambi gli angoli di accettazione sono inferiori di circa  $2^\circ$  rispetto agli angoli di accettazione del Rondine con la sfera. Abbiamo supposto che la spiegazione fosse causata dalle perdite ottiche della cella, diverse ai vari angoli  $\theta$  in virtù di una diversa distribuzione angolare dei raggi nella cella. Per confermare questa nostra ipotesi abbiamo proceduto con una nuova serie di misure effettuate sulla cella solare nuda al fine di estrarre la curva di corrente caratteristica relativa  $I_{SC}(\theta)$  in funzione dell'angolo di incidenza. Sulla base di ciò, per poter spiegare la differenza non trascurabile tra i precedenti plot, ci saremmo quindi aspettati un profilo di  $I_{SC}(\theta)$  abbastanza stretto rispetto al profilo della funzione  $\cos \theta$ .

### C. Cella

Nella Figura 5.24 è rappresentata l'ultima serie di misure fatte sulla sola cella. Il sostegno precedente per il sistema caratterizzato è stato tolto e sulla slitta

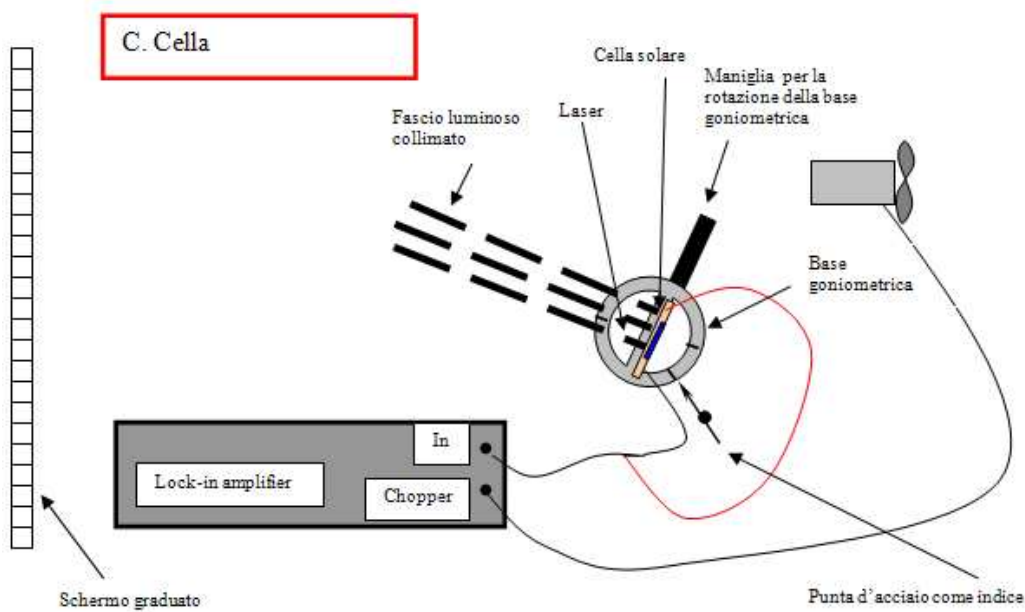


Figura 5.24: Rappresentazione schematica del sistema che viene caratterizzato otticamente nel caso C. La figura non è in scala.

abbiamo fissato un'asta con al suo apice una base goniometrica, dotata di maniglia, per mezzo della quale fosse possibile farla ruotare attorno all'asse verticale dell'asta stessa. La cella precedente è stata recuperata e fissata su questa base goniometrica in modo tale che la sua superficie sensibile fosse perpendicolare al piano, e che fosse appoggiata sul suo lato lungo (Figura 5.25). Il laser non ci sarebbe più servito, abbiamo semplicemente sistemato la cella alla stessa altezza del centro dello specchio e collegato i suoi cavetti al cavo per l'ingresso del segnale al canale A del lock-in amplifier. Abbiamo affiancato al bordo della base goniometrica una punta d'acciaio orizzontale fissata ad un'asta verticale. Per fare le misure, abbiamo posizionato la base goniometrica ad un angolo qualsiasi ( $\theta_{\text{letto}}$ ), indicato dalla punta, e una volta segnato il valore della corrente, incrementavamo la posizione precedente di  $5^\circ$  (è stata fatta un'escursione angolare totale di circa  $180^\circ$  per individuare la base-line). In questo caso abbiamo dovuto riportare il valore di SENSITIVITY (sul pannello frontale del lock-in amplifier) da  $10^6 \frac{V}{A}$  ad un valore di  $10^8 \frac{V}{A}$ ,

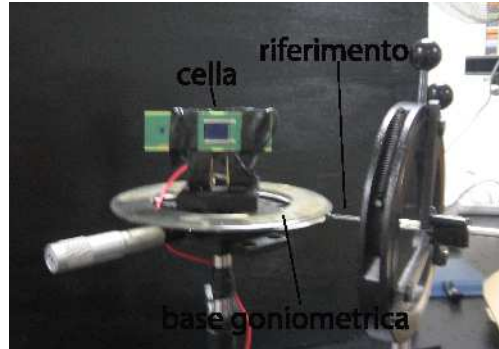


Figura 5.25: Foto della base goniometrica utilizzata per la caratterizzazione della cella solare.

per il semplice fatto che il segnale risultava troppo basso e il lock-in amplifier andava in *overload* (OVL). I dati raccolti sono stati trattati come nei casi precedenti, con il punto di  $0^\circ$  associato ad un fascio che incide perpendicolarmente sulla cella; con questo riferimento abbiamo quindi convertito gli angoli letti sulla base goniometrica negli angoli di incidenza effettivi del fascio sulla cella.

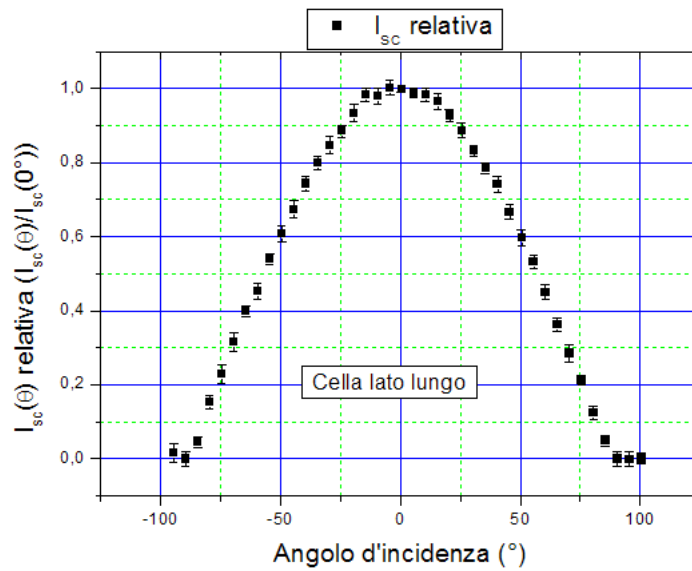
Il plot finale è quello nella Figura 5.26(a). La risposta in corrente della cella è stata poi confrontata con la funzione  $\cos \theta$  (Figura 5.26(b)).

Il risultato che si deduce dai plot nella Figura 5.26(b) non è sufficiente per spiegare il restringimento del plot in Figura 5.23. Un'ulteriore risposta l'avremmo trovata da simulazioni in TracePro®.

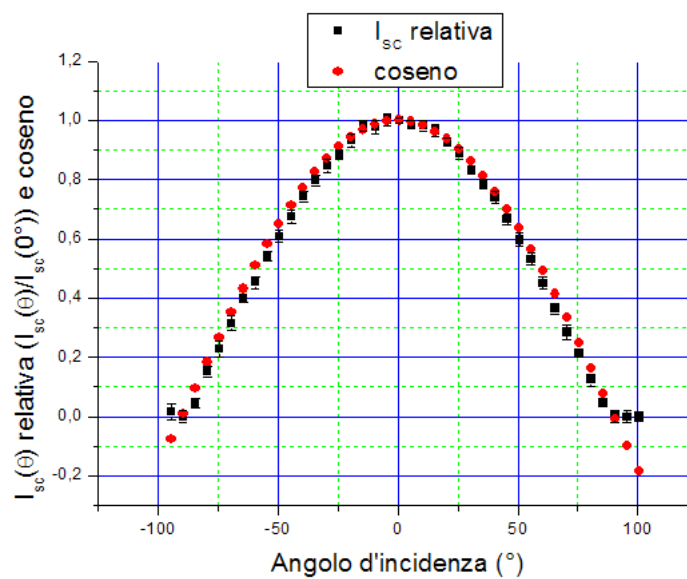
## 5.3 Verifica dei risultati con simulazioni in TracePro®

### 5.3.1 Simulazioni metodo diretto

Per spiegare i risultati precedenti, ovvero la discrepanza netta tra l'ampiezza della curva di efficienza del Rondine+sfera rispetto al Rondine+cella, la curva di perdita ottica relativa della cella non sembra sufficiente a determinarne la spiegazione. Per fugare ogni dubbio, ci siamo proposti di stimare la distribuzione angolare del flusso luminoso in uscita dal Rondine gen1 in funzione dell'angolo d'incidenza in ingresso e di calcolare la corrispondente perdita ottica del concentratore. In sostanza abbiamo proceduto con la simulazione del metodo diretto collimato sul Rondine gen1 misurando la distribuzione dell'angolo di uscita dei raggi in funzione dell'angolo di incidenza del fascio all'apertura d'ingresso.



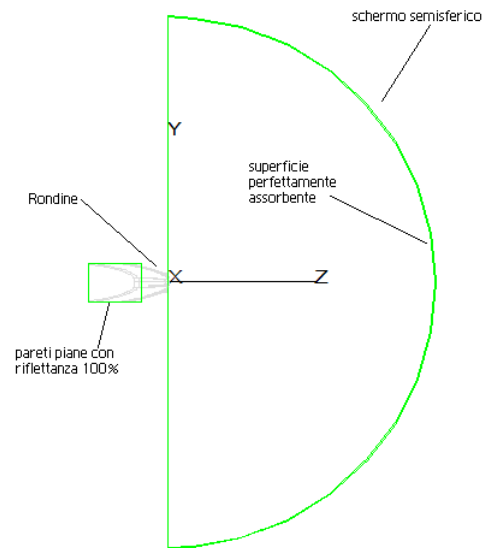
(a)



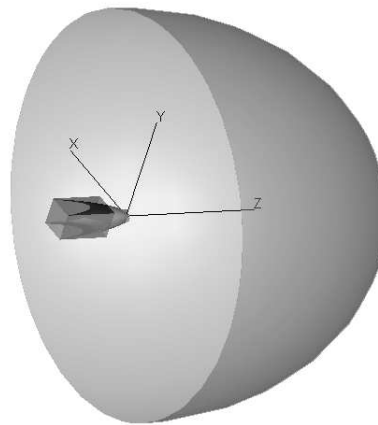
(b)

Figura 5.26: (a) Plot di  $I_{sc}$  relativa in funzione dell'angolo di incidenza  $\theta$ ; (b) plot di confronto tra i risultati sperimentali e l'andamento del  $\cos\theta$ .

Abbiamo modificato il nostro modello in CAD del Rondine riproponendo la situazione sperimentale del caso B. Abbiamo creato e aggiunto 4 pareti piane con riflettanza al 100% attorno al Rondine in modo tale che il fascio fosse



(a)



(b)

Figura 5.27: (a) Profilo  $yz$  del modello Rondine gen1 con le quattro pareti piane laterali con riflettanza al 100%, schermo semisferico con superficie interna perfettamente assorbente; (b) immagine 3D dei modelli CAD costruiti.

contenuto tutto dentro ad esso; in seguito abbiamo aggiunto uno schermo semisferico con un raggio  $R = 500\text{mm}$ , abbiamo fatto corrispondere il suo centro con il centro dell'apertura d'uscita del Rondine ed infine la sua superficie interna è stata impostata come un assorbitore perfetto. Per creare il nostro fascio collimato abbiamo prodotto una GRIDRAYTRACE (non è



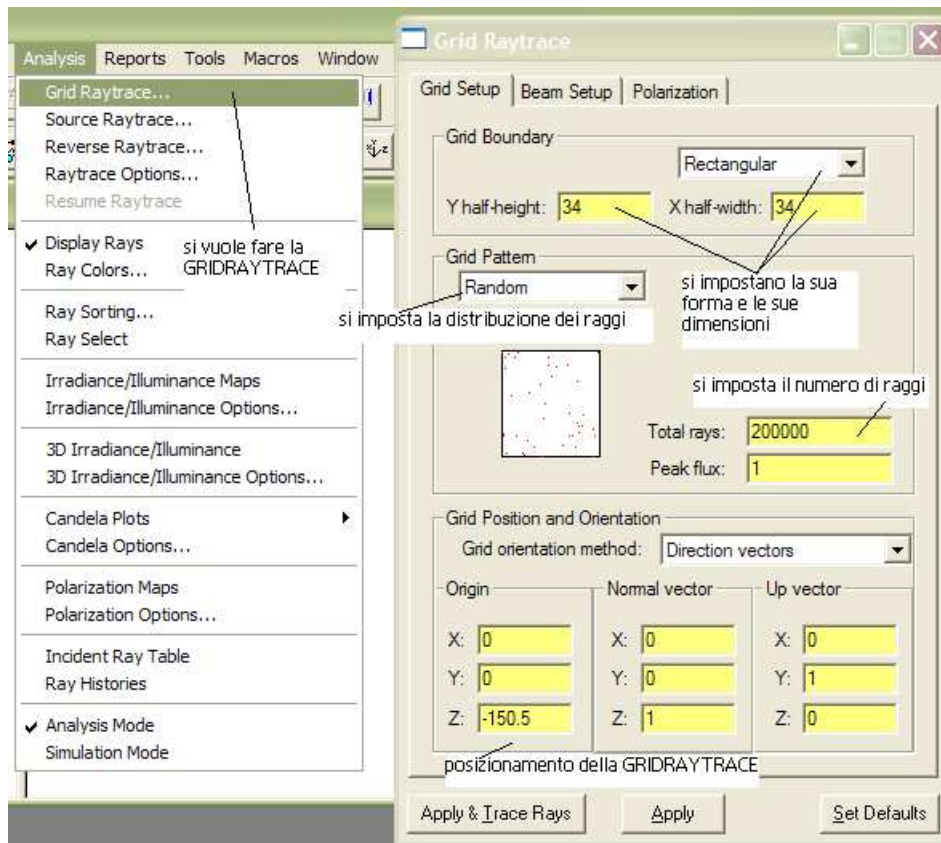


Figura 5.28: Nella figura son indicati i vari passaggi per creare la GRIDRAYTRACE a partire da analysis che apre la finestra di impostazione della griglia.

altro che la griglia dal quale parte il fascio, il quale può essere caratterizzato da un numero di raggi impostato dall'utente) quadrata di lato coincidente a quello della sezione quadrata dell'apertura d'ingresso del concentratore, in modo tale che fosse contenuto al suo interno (Figura 5.28). Abbiamo effettuato il RAYTRACING di 200.000 raggi per simulazioni con fascio collimato ad angoli compresi tra  $0^\circ$  e  $15^\circ$ , incrementando di  $0.5^\circ$  ogni volta l'inclinazione del fascio stesso (Figura 5.29). Una volta che il software aveva prodotto i 200.000 raggi andavamo a controllare la mappa di irradianza della superficie dello schermo semisferico (Figura 5.30(b)), dalla quale abbiamo ricavato le informazioni importanti riguardo la distribuzione angolare dei raggi all'apertura d'uscita.

In particolare abbiamo impostato una simmetria rotazionale per la mappa di irradianza della superficie dello schermo semisferico, e i dati li abbiamo salvati in un file in formato .txt, li abbiamo trasferiti in Excel e poi copiati in

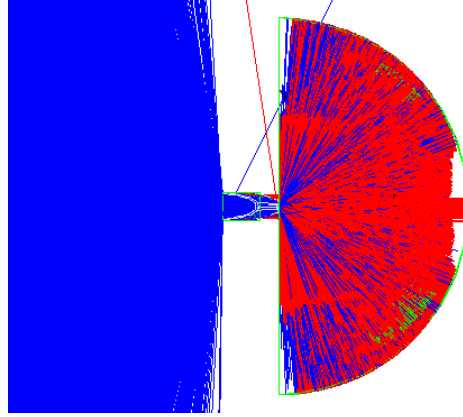


Figura 5.29: Rappresentazione del raytracing di 200.000 raggi per la simulazione del Rondine investito da fascio collimato diretto inclinato di  $7^\circ$  rispetto l'asse  $x$ .

OriginPro®. Tutti i dati in OriginPro® sono stati trasformati in una matrice  $128 \times 128$  (queste dimensioni corrispondono alla risoluzione che abbiamo impostato nelle opzioni della mappa di irradianza), e abbiamo selezionato e copiato in un nuovo worksheet la colonna 64esima con i valori di irradianza dei raggi che hanno inciso la superficie stessa, proiettata sul piano ortogonale all'asse ottico e passante per il centro della semisfera.

Abbiamo considerato il flusso emesso in direzione  $\alpha$  entro l'intervallo  $d\alpha$  che incide un elemento di superficie  $dS$  dello schermo semisferico

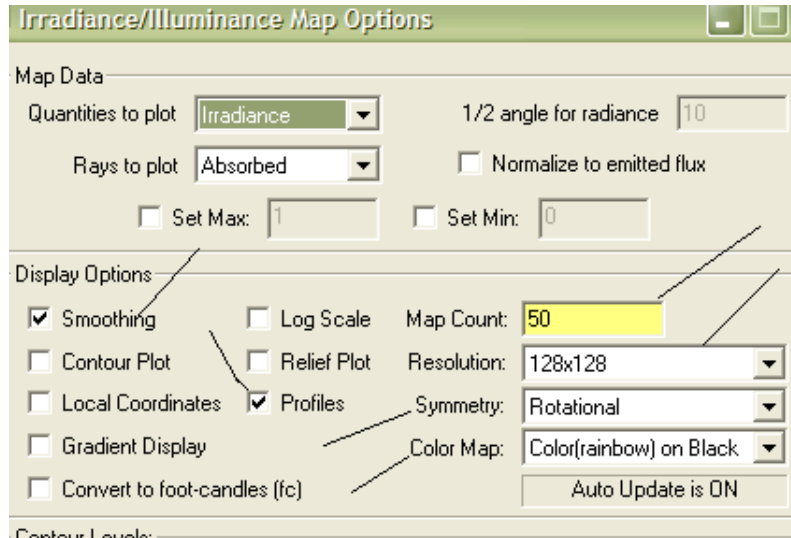
$$d\Phi(\alpha) = I(\theta, \alpha) \sin \alpha 2\pi d\alpha, \quad (5.18)$$

dove  $I(\theta, \alpha)$  è l'intensità, funzione sia dell'angolo di incidenza in ingresso,  $\theta$ , che dell'angolo in uscita,  $\alpha$ . L'irradianza  $E(\theta, \alpha)$  sulla superficie dello schermo è pari a

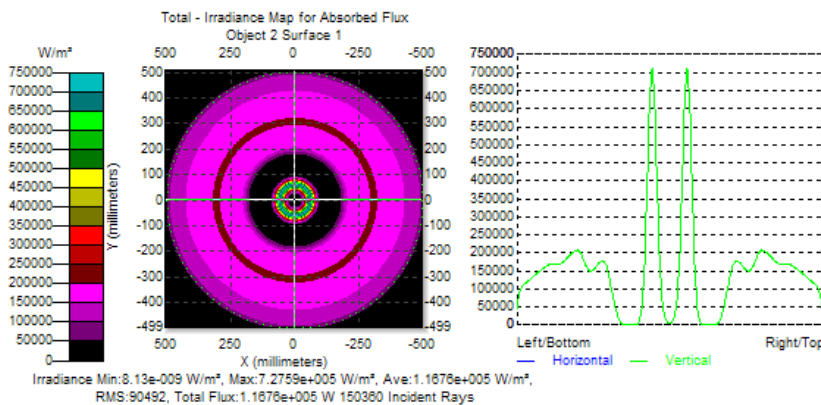
$$E(\theta, \alpha) = \frac{d\Phi(\alpha)}{dS(\alpha)} = \frac{I(\theta, \alpha) \sin \alpha 2\pi d\alpha}{2\pi \sin \alpha d\alpha}, \quad (5.19)$$

dalla quale ricaviamo che i valori dell'irradianza e quelli dell'intensità sono numericamente uguali (Figura 5.31). Abbiamo dovuto considerare che i valori di irradianza forniti dalla mappa di irradianza nel piano ortogonale all'asse ottico ( $E'(\theta, \alpha)$ ) sono stati proiettati da quelli relativi alla superficie dello schermo semisferico ( $E(\theta, \alpha)$ ); un elemento di superficie sullo schermo, proiettato nel piano, è infatti contratto del coseno dell'angolo  $\alpha$ , ovvero:

$$E'(\theta, \alpha) = E(\theta, \alpha) \frac{1}{\cos \alpha} = I(\theta, \alpha) \frac{1}{\cos \alpha}, \quad (5.20)$$



(a)



(b)

Figura 5.30: (a) Finestra per la scelta delle impostazioni della mappa di irradianza, dove quelle che abbiamo scelto noi sono state indicate con frecce; (b) mappa di irradianza simmetrizzata rotazionalmente e profilo per i raggi che incidono la superficie perfettamente assorbente dello schermo semisferico, per il caso di fascio collimato diretto inclinato di  $7^\circ$  rispetto l'asse  $x$ .

da cui abbiamo ricavato

$$I(\theta, \alpha) = E'(\theta, \alpha) \cos \alpha. \quad (5.21)$$

In realtà, dalle simulazioni abbiamo ricavato i valori medi dell'irradianza  $\overline{E'(\theta, \alpha)}$ , per l'imposizione di simmetria rotazionale della mappa di irradianza dello schermo (Figura 5.30(b)). Il flusso totale emesso dal concentratore in

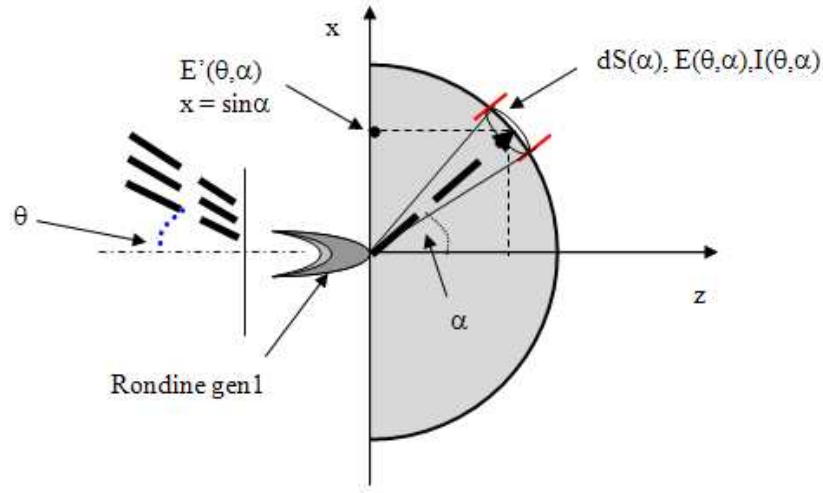


Figura 5.31: Rappresentazione schematica della simulazione di fascio diretto collimato incidente all'angolo  $\theta$  sul Rondine e uscente da esso in direzione  $\alpha$  entro un intervallo  $d\alpha$ . La figura non è in scala.

direzione  $\alpha$  per angolo lineare unitario è dato da:

$$\frac{d\Phi(\alpha)}{d\alpha} = I(\alpha) \sin \alpha 2\pi = E'(\theta, \alpha) \cos \alpha \sin \alpha 2\pi. \quad (5.22)$$

Sperimentalmente misuravamo  $E'(\theta, x) = E'(\theta, \sin \alpha)$ , e il flusso totale emesso dal concentratore in direzione  $\alpha$  per unità di angolo lineare è diventato

$$\frac{d\Phi(\alpha)}{d\alpha} = E'[\theta, \alpha][1 - (\sin \alpha)^2]^{\frac{1}{2}} \sin \alpha 2\pi, \quad (5.23)$$

dove  $x = \sin \alpha = 0/1$  rappresenta la proiezione del punto della semisfera sul raggio unitario ortogonale all'asse ottico. Abbiamo indicato con  $\Lambda(\alpha)$  la perdita relativa della cella solare illuminata con luce incidente all'angolo  $\alpha$ ; la perdita assoluta della cella, per unità di angolo lineare, l'avremmo quindi ottenuta da  $\Lambda(\alpha) \cdot \frac{d\Phi(\alpha)}{d\alpha}$ . La perdita assoluta totale della cella è stata ottenuta dall'integrazione su tutto l'angolo  $\alpha$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\alpha \Lambda(\alpha) \frac{d\Phi(\alpha)}{d\alpha} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \Lambda(\alpha) E'(\theta, \alpha) \cos \alpha \sin \alpha 2\pi. \quad (5.24)$$

Quest ultimo integrale ha fornito semplicemente il flusso, in Watt, perso globalmente dal Rondine in corrispondenza dell'angolo  $\theta$  (angolo di incidenza del fascio sull'apertura d'ingresso, rispetto all'asse ottico). Allo stesso

modo, abbiamo calcolato la perdita relativa totale della cella con la seguente relazione

$$\frac{\Phi_{\text{lost}}(\theta)}{\Phi_{\text{inc}}(\theta)} = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \Lambda(\alpha) E'(\theta, \alpha) \cos \alpha \sin \alpha 2\pi}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\alpha E'(\theta, \alpha) \cos \alpha \sin \alpha 2\pi}, \quad (5.25)$$

pari al rapporto tra il flusso perso globalmente dal concentratore con il flusso totale uscente dallo stesso (non attenuato). Il flusso assorbito dalla cella risultava quindi dal seguente integrale

$$\Phi_{\text{abs}}(\theta) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\alpha [1 - \Lambda(\alpha)] E'(\theta, \alpha) \sin \alpha \cos \alpha. \quad (5.26)$$

Abbiamo lavorato in OriginPro®, calcolando il flusso totale in uscita dal concentratore  $\Phi_{\text{inc}}(\theta)$ , il flusso perso globalmente dallo stesso  $\Phi_{\text{lost}}(\theta)$  ed infine il flusso totale assorbito dalla cella  $\Phi_{\text{abs}}(\theta)$ , per ogni valore di  $\theta$ . Abbiamo in seguito normalizzato  $\Phi_{\text{inc}}(\theta)$  e  $\Phi_{\text{abs}}(\theta)$  rispetto al flusso totale uscente a  $0^\circ$   $\Phi_{\text{inc}}(0)$

$$\Phi_{\text{inc}}^{\text{rel}}(\theta) = \frac{\Phi_{\text{inc}}(\theta)}{\Phi_{\text{inc}}(0)} \quad (5.27)$$

$$\Phi_{\text{abs}}^{\text{rel}}(\theta) = \frac{\Phi_{\text{abs}}(\theta)}{\Phi_{\text{abs}}(0)}, \quad (5.28)$$

e graficato queste due funzioni (Figura 5.32).

Le due funzioni sono risultate praticamente sovrapposte, e questo significa che l'effetto dell'angolo di incidenza della luce concentrata dal Rondine sulla cella, pur non essendo trascurabile, non altera sensibilmente la forma della curva di  $\Phi_{\text{abs}}(\theta)$  rispetto a quella di  $\Phi_{\text{inc}}(\theta)$ . Questo ha confermato la nostra ipotesi che la perdita ottica aggiuntiva riscontrata passando dalla sfera alla cella non poteva dipendere dalla perdita ottica relativa della cella nuda, secondo i risultati del caso C sperimentale, in cui avevamo ottenuto un profilo dell'efficienza della cella molto buono (rispetto cioè al profilo del coseno).

### 5.3.2 Simulazioni metodo inverso

La parte sperimentale dedicata al metodo inverso, è stata eseguita per distanza dello schermo rispettivamente pari a  $d = 224\text{cm}$  e  $d = 339\text{cm}$ . Il metodo è stato applicato sperimentalmente applicando una doppia sfera integratrice (per rendere più lambertiana la sorgente d'uscita) dietro al Rondine.

Le simulazioni del metodo inverso le abbiamo fatte adottando le stesse distanze sperimentali ( $224\text{cm}$  e  $339\text{cm}$ ) dello schermo investito dalla luce del Rondine, e con un raytracing di 500.000 raggi. E' stata fatta anche una simulazione con una distanza dello schermo di  $1000\text{cm}$  (questa non ha un analogo

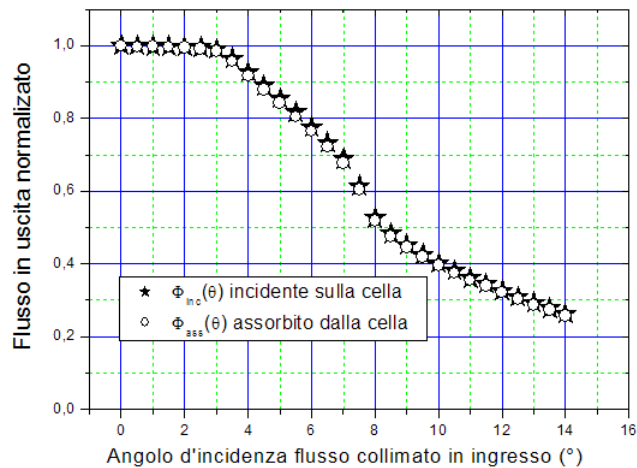


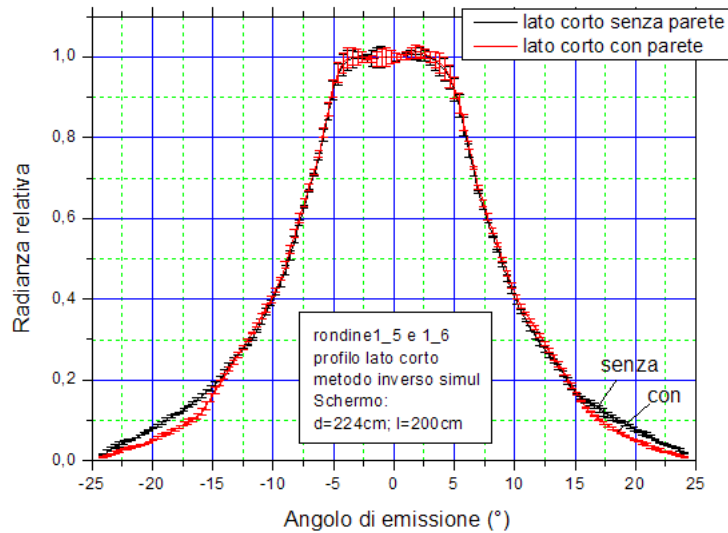
Figura 5.32: Plot del flusso relativo incidente sulla cella e quello assorbito dalla stessa.

sperimentale, per ora) con un raytracing di 800.000 raggi, per avere un profilo ad alta risoluzione angolare ( $\sim 0.2^\circ$ ) della curva di efficienza. Nei plot che seguono sono riportate le curve delle efficienze simulate e sperimentali messe a confronto. Le prime simulazioni avevano lo scopo di vedere l'effetto delle pareti laterali, e quindi sono state fatte sul Rondine con pareti e senza. I profili dell'efficienza lungo il lato lungo e lungo il lato corto sono mostrate in (Figura 5.33).

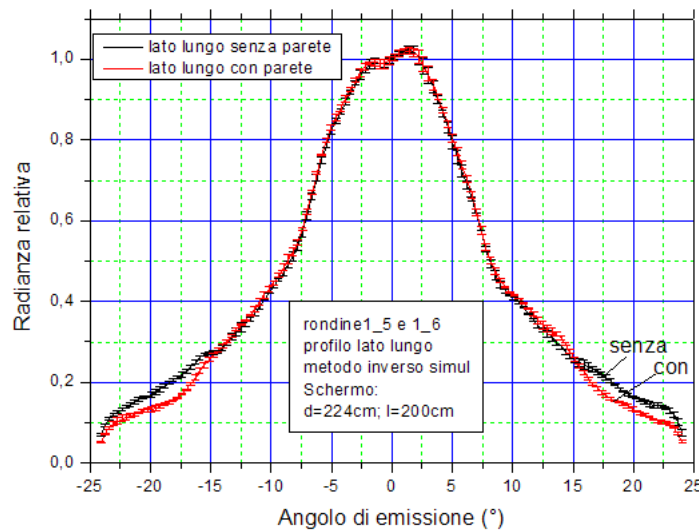
Dai grafici si vede che l'assenza di pareti, oltre a non pregiudicare l'efficienza del Rondine, comporta un lieve incremento in efficienza da  $15^\circ$  in sù (in questo modo abbiamo confermato la correttezza delle simulazioni del metodo diretto in cui le pareti sono state usate). Il caso che abbiamo esaminato però, è riferito a pareti con riflettanza unitaria ( $R = 1$ ) che è impossibile da ottenere in pratica. Una parete reale con riflettanza  $R = 0.85 \div 0.9$  comporterebbe una perdita sensibile di luce. Non hanno insomma nessuna convenienza pratica e inoltre determinano una riduzione del flusso raccolto. L'aumento di efficienza oltre i  $15^\circ$  del Rondine senza pareti laterali è rimasta senza spiegazione, anche se abbiamo verificato sperimentalmente che, in corrispondenza di questo angolo, la luce emessa dal Rondine illuminato da dietro esce prevalentemente in corrispondenza dei profili parabolici laterali (Figura 5.34).

Abbiamo visto sperimentalmente che chiudendo il profilo parabolico da cui esce la luce, e mettendo uno specchio dal lato opposto si ottiene una sorgente della stessa forma.

Nella Figura 5.35(a) è riportata l'efficienza lungo il profilo orizzontale e ver-



(a)



(b)

Figura 5.33: (a) Confronto profili di efficienza del lato corto con e senza pareti; (b) confronto profili di efficienza del lato lungo con e senza pareti.

ticale del ricevitore, senza aver messo le pareti, per una distanza  $d = 224\text{cm}$  dello schermo. Per le simulazioni fatte con lo schermo ad una distanza di  $1000\text{cm}$  è stato necessario generare un numero elevato di raggi perchè allontanando lo schermo la risoluzione digitale cala; basti pensare che l'intensità

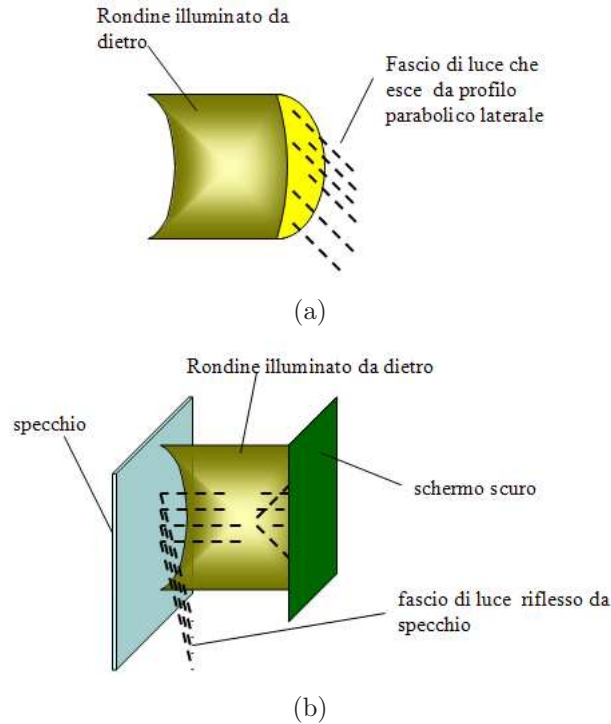


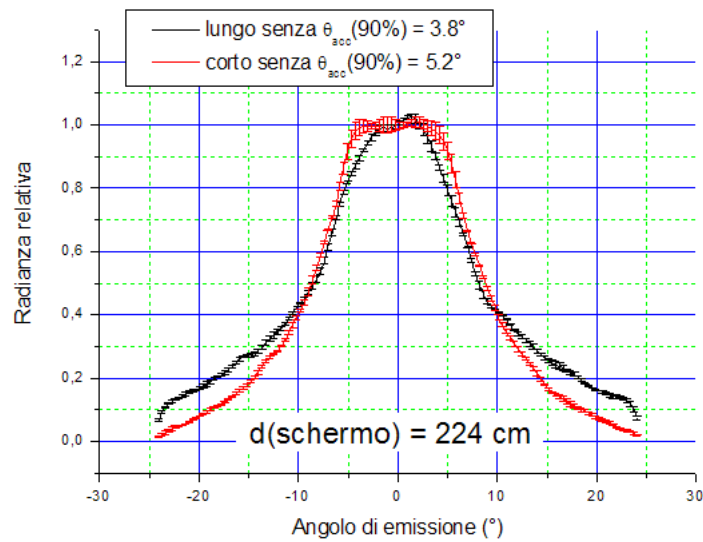
Figura 5.34: (a) Illuminando da dietro il Rondine, oltre i  $15^\circ$ , la luce esce prevalentemente dai profili parabolici laterali, in particolare il disegno si riferisce al caso in cui ci si mette alla destra dell'asse ottico del sistema; (b) chiudendo un profilo di parabola e mettendo uno specchio da quello opposto si riproduce una sorgente analoga al caso (a).

allo schermo in questo caso è 20 volte inferiore a quella dello schermo posto a  $d = 224\text{cm}$  (Figura 5.35(b)). Il profilo relativo a  $d = 1000\text{cm}$  evidenzia più rumore rispetto al caso di  $d = 224\text{cm}$ , ma mostra una zona di plateau più definita, legata proprio alla risoluzione angolare migliore ( $\sim 0.2^\circ$ , che è circa 5 volte migliore del caso con schermo a  $d = 224\text{cm}$ , poichè la risoluzione angolare cresce linearmente con la distanza). Dalla curva simulata con schermo a  $d = 1000\text{cm}$  si ottiene l'angolo di accettazione al 90% più vicino a quello reale, cioè quello sperimentale.

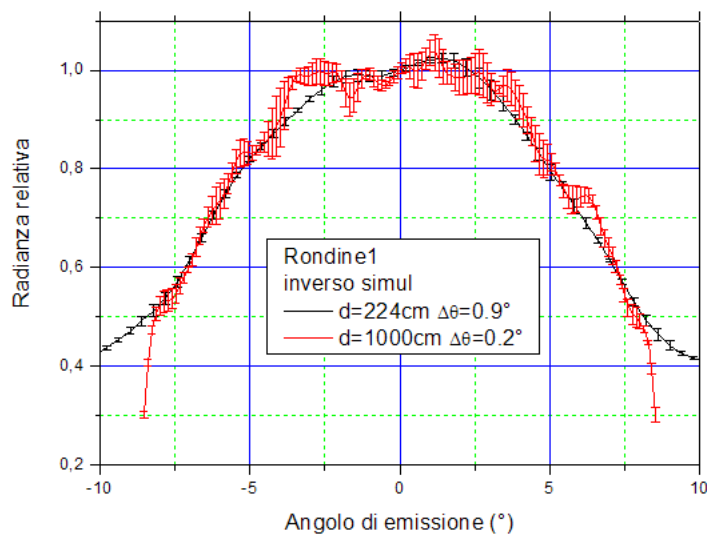
## 5.4 Sintesi

Per dare un senso alle misure che sono state fatte, questa Sezione è dedicata ad una sintesi nella quale si richiamano anche i risultati ottenuti in lavori precedenti a questo lavoro di tesi per valutarne la consistenza. I confron-





(a)



(b)

Figura 5.35: (a) Curve di efficienza del lato lungo e del lato corto del ricevitore, per Rondine senza pareti con distanza dello schermo  $d = 224 \text{ cm}$ ; (b) confronto della zona di picco delle efficienze del lato corto per  $d = 224 \text{ cm}$  e  $d = 1000 \text{ cm}$ : la risoluzione angolare del secondo caso è circa 5 volte migliore del primo caso.

ti fanno riferimento al profilo orizzontale dell'apertura d'uscita del Rondine (o del ricevitore). Nel plot di Figura 5.36 sono riportati i risultati di sin-

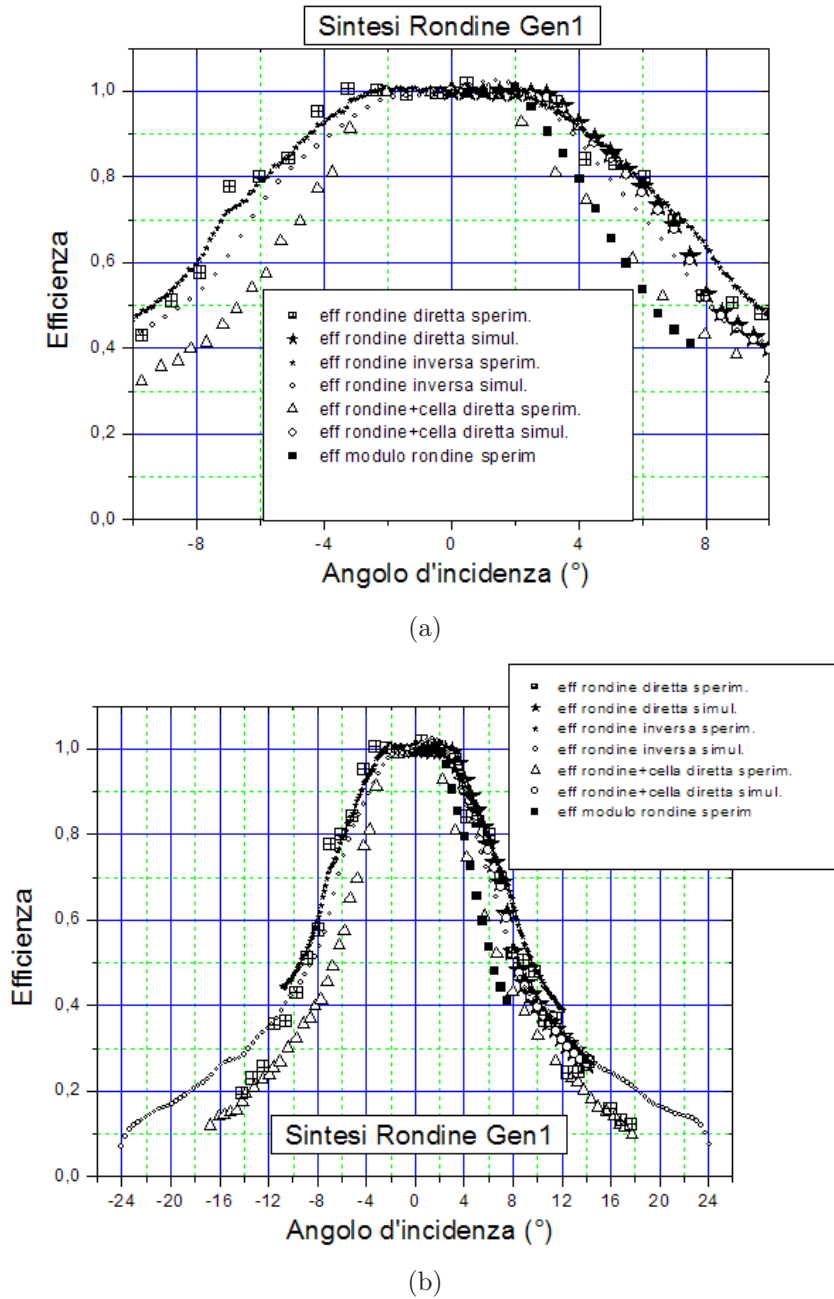


Figura 5.36: (a) Plot con il confronto della zona di plateau delle curve di efficienza sia simulate che sperimentali dei profili orizzontali, relative al Rondine, Rondine+cella, e modulo; (b) plot con il confronto di curve di efficienza con scala delle  $x$  più fitta.

tesi, dove possiamo distinguere tre tipi di curve, ovvero quelle ricavate dal Rondine, quelle del Rondine accoppiato direttamente alla cella, e quella del modulo. Per quanto riguarda le prime, distinguiamo tra il metodo diretto sperimentale e simulato, e il metodo inverso sperimentale e simulato. Tutte le curve relative al concentratore Rondine si sovrappongono discretamente bene. Possiamo prendere come riferimento le curve simulate per il Rondine ideale, e osserviamo che quelle dirette e quelle inverse si sovrappongono. Le corrispondenti curve sperimentali presentano un leggero incremento in efficienza rispetto a quelle simulate: la sfera integratrice ha una maggior radianza ad angoli alti e quindi ne sopravvaluta l'efficienza corrispondente. Ben distinte dalle curve precedenti sono quelle che si riferiscono al Rondine+cella, con l'eccezione della curva diretta simulata, in quanto non tiene conto delle effettive perdite che si verificano sulla cella a causa della sua disuniformità (zone non attive) affacciata all'apertura d'uscita del Rondine. Le curve sperimentali Rondine+cella si accordano bene con i risultati del modulo, ricavati "outdoors". Tutte le curve presentano la zona di plateau centrale per  $-3^\circ < \theta < 3^\circ$ .

## 5.5 Conclusioni

Il lavoro di tesi è stato dedicato prevalentemente alla caratterizzazione ottica di un solo tipo di concentratore ad ottica nonimaging, che, seppur non più utilizzato nella produzione dei moduli Rondine della CPower S.r.l, è stato il primo prototipo realizzato e ha avuto gran successo nella sua applicazione in alcuni sistemi a concentrazione dimostrativi con una potenza dell'ordine di  $4 - 5kW$ . Doveva comunque essere caratterizzato completamente prima di passare alla caratterizzazione del Rondine di seconda generazione (gen2) con dimensioni dimezzate rispetto al precedente, ma con lo stesso rapporto di concentrazione ottica  $C = 25x$ . Il lavoro sperimentale ha comportato l'applicazione del metodo diretto indoor, che per la prima volta, è stato applicato con componenti, quali sfere integratrici e specchio parabolico, dotati di grande precisione. Altri risultati sperimentali relativi al metodo inverso sono stati recuperati da lavori precedenti. A questi lavori sperimentali, sono state affiancate le simulazioni con il software TracePro® effettuate su un modello CAD del Rondine gen1. Non essendo simmetrico ai due assi ortogonali all'asse ottico (la sua apertura d'uscita è infatti rettangolare) sono state fatte misure sia sul lato lungo che sul lato corto. Nel nostro lavoro riportiamo esclusivamente i risultati ottenuti per il lato lungo, che si riferiscono alla direzione lungo la quale il Sole compie la sua escursione rispetto al modulo installato sull'inseguitore solare.

Per ogni curva di efficienza ottica abbiamo estratto gli angoli di accettazione  $\theta_{\text{acc}}(90\%)$  e  $\theta_{\text{acc}}(50\%)$ , e in alcuni casi è stata fatta anche una valutazione dell'efficienza a  $0^\circ$ . Nel complesso tutte le misure sono congruenti, distinguendosi da quelle fatte per il sistema Rondine+cella in quanto modulo. I risultati sperimentali, inoltre, si accordano con quelli delle simulazioni, mostrando che, sia la metodologia di misura che la qualità degli strumenti e componenti si sono rivelati idonei ad ottenere risultati accurati.

# Appendice A

## Equazione delle lenti sottili

Si ricava l'equazione della lente sottile tramite considerazioni geometriche e assumendo che un fronte d'onda sferico che entri nella lente non subisca alterazione. Si osservi la Figura A.1. Il fronte d'onda ABL deve essere

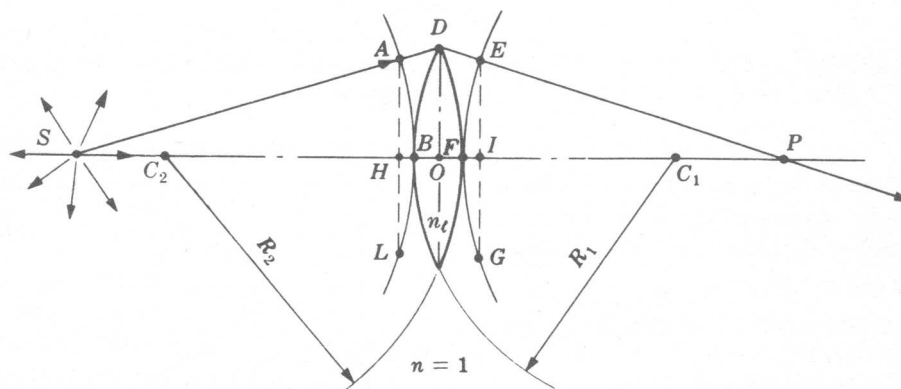


Figura A.1

deformato a formare il fronte d'onda EFG. Le lunghezze di cammino ottico tra punti corrispondenti dei fronti d'onda, devono essere uguali (dal principio di Fermat), cioè:

$$\mathbf{AD} + \mathbf{DE} = n_l \mathbf{BF}. \quad (\text{A.1})$$

Se si assume di avere raggi parassiali, si possono adottare le seguenti approssimazioni

$$\mathbf{AD} \approx \mathbf{HO} \quad , \quad \mathbf{DE} \approx \mathbf{OI}, \quad (\text{A.2})$$

oppure si può scrivere

$$\begin{aligned} \mathbf{HB} + \mathbf{BO} + \mathbf{OF} + \mathbf{FI} &= n_l \mathbf{BO} + n_l \mathbf{OF} \\ \mathbf{HB} + \mathbf{FI} &= (n_l - 1)(\mathbf{BO} + \mathbf{OF}). \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Ognuno dei tratti  $\mathbf{HB}$ ,  $\mathbf{FI}$ ,  $\mathbf{BO}$  e  $\mathbf{OF}$ , rappresenta la distanza tra una corda e la circonferenza di un cerchio. Si veda la Figura A.2. Si può allora scrivere,

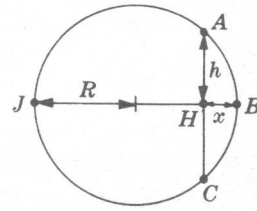


Figura A.2

usando le proprietà delle corde,  $(\mathbf{JH})(\mathbf{HB}) = (\mathbf{AH})(\mathbf{HC})$ , la quale, usando le notazioni della Figura A.2, diventa

$$(2R - x)x = h^2. \quad (\text{A.4})$$

Se  $x$  è piccolo, l'Equazione A.4 diventa

$$x \approx \frac{h^2}{2R}. \quad (\text{A.5})$$

Si applica questo risultato ad ogni  $x$ , perciò a partire dall'Equazione A.3 ( $\mathbf{BO}$  e  $\mathbf{OF}$  sono piccoli dato che si è supposto che la lente sia sottile) si ottiene:

$$\frac{(\mathbf{AH})^2}{2(\mathbf{SB})} + \frac{(\mathbf{AH})^2}{2(\mathbf{FP})} = (n_l - 1) \left[ \frac{(\mathbf{DO}^2)}{2(\mathbf{BC}_1)} + \frac{(\mathbf{DO}^2)}{2(\mathbf{FC}_2)} \right]. \quad (\text{A.6})$$

Per raggi parassiali, si possono assumere:  $\mathbf{AH} \approx \mathbf{DO}$ ,  $\mathbf{SB} = s_0$ ,  $\mathbf{FP} = s_i$ ,  $\mathbf{BC}_1 = R_1$ ,  $\mathbf{FC}_1 = -R_2$ . L'Equazione A.6, diventa

$$\frac{1}{s_0} + \frac{1}{s_i} = (n_l - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right), \quad (\text{A.7})$$

che è l'equazione della lente sottile.

## Appendice B

### Lo specchio parabolico

SI vuole dimostrare che uno specchio parabolico concentra nel proprio fuoco tutti i raggi che giungono su di esso parallelamente all'asse.

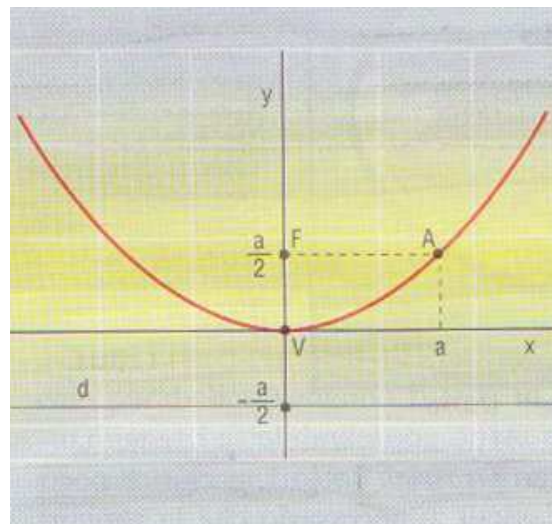


Figura B.1

Si veda la Figura B.1: l'Equazione della parabola raffigurata è

$$y = \frac{x^2}{2a}. \quad (\text{B.1})$$

Si consideri ora un qualunque raggio  $i$  parallelo all'asse  $y$ , che incide in un punto  $P$  dello specchio. Si disegna la congiungente del punto  $P$  con il punto di fuoco  $F$  e si traccia la bisettrice  $s$  dell'angolo compreso tra il raggio incidente  $i$  e il segmento  $PF$ . Si prolunga il raggio incidente, fino ad intersecare nel punto  $H$ , la direttrice della parabola della Figura B.2, e si traccia la congiungente

**FH.** Il triangolo  $\widehat{FPH}$  è isoscele, perchè il punto P, trovandosi sulla parabola,

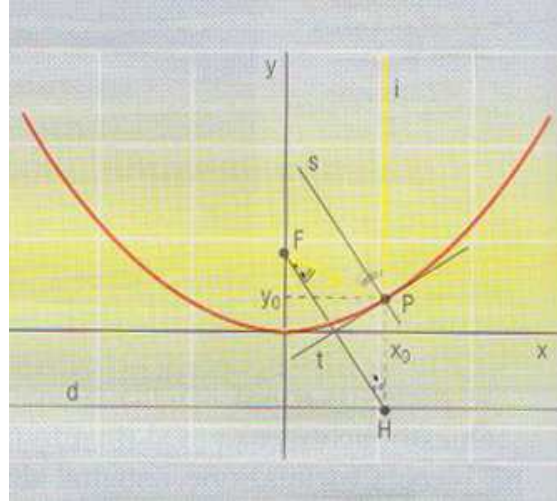


Figura B.2

è equidistante dal fuoco e dalla direttrice. Gli angoli in F e in H sono quindi uguali tra loro, in tal modo, risultano anche uguali a ciascuno dei due angoli formati dal raggio  $i$  con  $s$  e dal segmento  $\mathbf{PF}$  con  $s$  (la loro somma è uguale all'angolo esterno al triangolo, formato appunto dai raggi  $i$  e  $\mathbf{PF}$ ). Avendo gli angoli alterni interni formati con la trasversale  $\mathbf{PF}$  uguali, le due rette,  $s$  e  $\mathbf{FH}$ , sono tra loro parallele. Se il raggio riflesso è effettivamente  $\mathbf{PF}$ , la retta passante per P e perpendicolare ad  $s$  (ovvero  $\mathbf{FH}$ ) deve essere tangente alla parabola: in questo caso e solo in questo, i due angoli formati dai raggi con  $s$  sono gli angoli (uguali) di incidenza e riflessione nel punto P. Si dimostra qui di seguito che è effettivamente così.

Dalla Figura B.2, si ricava che la retta  $\mathbf{FH}$  ha coefficiente angolare:

$$m = -\frac{a}{x_0}, \quad (\text{B.2})$$

dove  $x_0$  è l'ascissa del punto P. La retta  $t$ , tangente alla parabola nel punto P, perpendicolare alla retta  $\mathbf{FH}$  ha coefficiente angolare

$$m' = \frac{x_0}{a}. \quad (\text{B.3})$$

Ora ci si occupa della tangente  $t$  e si mostra che il suo coefficiente angolare è proprio equivalente ad  $m'$  nell'Equazione B.3.

Una retta generica che passa per il punto P, con coefficiente angolare  $m_1$ , ha equazione

$$y - y_0 = m_1(x - x_0), \quad (\text{B.4})$$



che, se il punto P è un punto di una parabola con Equazione B.1, diventa

$$y = m_1(x - x_0) + \frac{x_0^2}{2a}. \quad (\text{B.5})$$

L'equazione della retta appena trovata, interseca la parabola nei punti per i quali

$$\frac{x^2}{2a} = m_1(x - x_0) + \frac{x_0^2}{2a}. \quad (\text{B.6})$$

Si ottiene la seguente Equazione di secondo grado

$$(x - x_0)(x + x_0 - 2am_1) = 0, \quad (\text{B.7})$$

dove per la condizione di tangenza, imponendo che la seconda soluzione coincide con la prima, si ottiene

$$2x_0 - 2am_1 = 0, \quad (\text{B.8})$$

ovvero

$$m_1 = \frac{x_0}{a}, \quad (\text{B.9})$$

che è effettivamente equivalente al risultato dell'Espressione B.3.

Questo risultato dimostra che tutti i raggi che giungono sullo specchio parabolico con direzione parallela all'asse, vengono riflessi nel fuoco dello specchio stesso.



# Appendice C

## Teoria delle sfere integratrici

LA sfera integratrice è un dispositivo che consiste in una sfera cava le cui pareti interne vengono rivestite di un materiale ad alta riflettività in grado di diffondere tutta la luce incidente. In questo modo, grazie all'integrazione della luce che viene riflessa più volte dalle sue pareti, la sfera integratrice può essere usata in ottica come sorgente di luce Lambertiana. In particolare, per applicazioni nel visibile (VIS,  $\lambda$ : 0,4-0,7 $\mu m$ ) e nel vicino infrarosso (NIR,  $\lambda$ : 0,7-2,0 $\mu m$ ) la sfera è realizzata con un rivestimento interno di  $BaSO_4$  o  $ZnO$ .

Si riportano qui di seguito le quantità fondamentali che descrivono in maniera esauriente una sfera integratrice. Si parte individuando l'irradianza all'interno di una sfera integratrice (Figura C.1). Si consideri lo scambio di radiazione tra i due elementi infinitesimi della superficie diffondente della sfera integratrice. Il trasferimento di potenza tra questi due elementi  $dA_1 \rightarrow dA_2$  è

$$\begin{aligned} d\Phi_{12}^2 &= L_1 \frac{dA_1 \cos \theta_1 dA_2 \cos \theta_2}{r_{12}^2} = \\ &L_w \frac{dA_1 dA_2 \cos \theta}{r_{12}^2} = L_w \frac{dA_1 dA_2}{4R^2}. \end{aligned} \quad (C.1)$$

Si integra l'Equazione C.1 su  $dA_1$ , così il trasferimento di potenza da  $A_1 \rightarrow dA_2$  diviene

$$d\Phi_2 = \frac{L_w}{4R^2} dA_2 \int dA_1 = \frac{L_w}{4R^2} dA_2 A_{\text{sph}} (1 - f), \quad (C.2)$$

dove  $f$  è il rapporto tra l'area complessiva delle finestre sulla sfera e l'area totale della sfera integratrice stessa. Una *buona* sfera integratrice è tale per cui l'area totale delle finestre presenti su di essa non supera il 4-5% dell'area

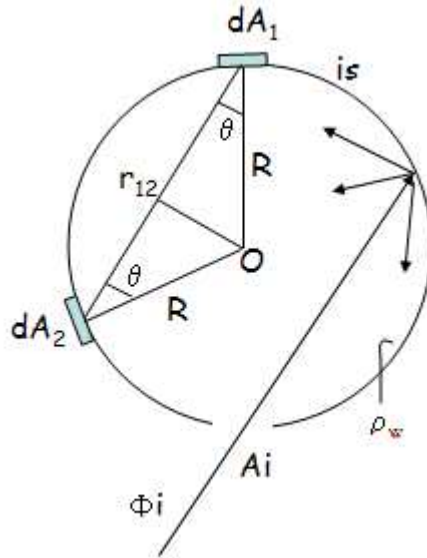


Figura C.1

totale della sfera.

L'irradianza che giunge su  $dA_2$  è

$$E_2 = E_w = \frac{d\Phi_2}{dA_2} = \frac{L_w}{4R^2} A_{\text{sph}}(1 - f) = \pi L_w(1 - f), \quad (\text{C.3})$$

dove  $E_w$  è l'irradianza sulla parete interna della sfera integratrice. L'irradianza sulla parete della sfera è allora  $E_w = \pi L_w(1 - f)$ .

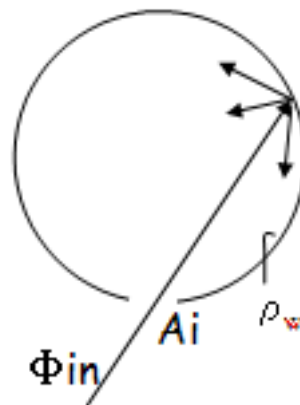


Figura C.2: Sfera integratrice caratterizzata da una riflettività  $\rho_w$  della parete interna, da un flusso  $\Phi_{in}$  in ingresso e da una finestra di area  $A_i$ .

Si passa ora a valutare la radianza della sfera integratrice; si consideri a questo scopo la Figura C.2. Una volta che la radiazione con flusso  $\Phi_{\text{in}}$  è entrata nella sfera e ha subito una riflessione da parte della parete interna, il suo flusso diventa  $\Phi_1 = \rho_w \Phi_{\text{in}}$ , mentre l'irradianza sulla parete diventa  $E_1 = \frac{\Phi_1}{A_{\text{sph}}} = \frac{\rho_w \Phi_{\text{in}}}{A_{\text{sph}}}$ . Dopo una seconda riflessione, il flusso della radiazione sarà diventato  $\Phi_2 = E_1 \rho_w A_{\text{sph}} (1 - f)^1$ , mentre l'irradianza sulla parete sarà  $E_2 = \frac{\Phi_2}{A_{\text{sph}}} = E_1 \rho_w (1 - f)$ . Alla terza riflessione all'interno della sfera, il flusso della radiazione sarà diventato, per ricorrenza,  $\Phi_3 = E_2 \rho_w A_{\text{sph}} (1 - f)$ , mentre l'irradianza della parete sarà pari a  $E_3 = \frac{\Phi_3}{A_{\text{sph}}} = E_2 \rho_w (1 - f) = E_1 \rho_w^2 (1 - f)^2$ . Sulla base di questi risultati, il flusso della radiazione, dopo l' $n$ -esima riflessione all'interno della sfera integratrice, è

$$\Phi_n = E_{n-1} \rho_w A_{\text{sph}} (1 - f), \quad (\text{C.4})$$

mentre l'irradianza sulla parete diventa

$$E_n = \frac{\Phi_n}{A_{\text{sph}}} = E_{n-1} \rho_w (1 - f) = E_1 \rho_w^{n-1} (1 - f)^{n-1}. \quad (\text{C.5})$$

L'irradianza sulla parete della sfera, dopo infinite riflessioni, si ottiene sommando le irradianze di ogni gruppo di riflessioni successive, e il limite all'infinito di questa sommatoria tende alla seguente espressione

$$\begin{aligned} E_\infty &= E_w = E_1 + E_2 + E_3 + \dots = \dots \\ &= E_1 + E_1 \rho_w (1 - f) + E_1 \rho_w^2 (1 - f)^2 + \dots = \dots \\ &= E_1 [1 + \rho_w (1 - f) + \rho_w^2 (1 - f)^2 + \dots] = E_1 \frac{1}{[1 - \rho_w (1 - f)]}. \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

$E_w$  ha una dipendenza non lineare con la riflettività della parete interna della sfera integratrice, e piccole diminuzioni del valore di  $\rho_w$ , dovute ad esempio a deterioramento del materiale di rivestimento delle pareti stesse, comporta un calo importante dell'irradianza sulla parete della sfera. L'irradianza  $E_w$  sulla parete interna della sfera equivale all'emittenza della sfera  $M_{\text{sph}}$  ed è legata alla radianza della sfera

$$E_w = M_{\text{sph}} = \pi L_{\text{sph}} = \pi L_w (1 - f), \quad (\text{C.7})$$

dove  $L_w$  è la radianza della parete interna della sfera. La radianza della sfera si può quindi riscrivere come

$$L_{\text{sph}} = \frac{M_{\text{sph}}}{\pi} = \frac{\rho_w \Phi_{\text{in}}}{\pi A_{\text{sph}}} \frac{1}{[1 - \rho_w (1 - f)]}. \quad (\text{C.8})$$

<sup>1</sup>La quantità  $\rho(1 - f)$  è inferiore all'unità.

Per mezzo di questa relazione è possibile calcolare la radianza della sfera integratrice per un fissato flusso in ingresso, e riflettanza e frazione dell'area delle finestre noti; essa cala al crescere del diametro della sfera integratrice. E' possibile generalizzare l'espressione dell'irradianza sulla parete interna della sfera integratrice, considerando un'altra variabile che fin ora non è stata considerata, cioè il punto di primo impatto, ovvero il primo punto nel quale la radiazione vada ad incidere la parete interna della sfera stessa (Figura C.3). L'espressione generale dell'irradianza sulla parete interna della sfera assume

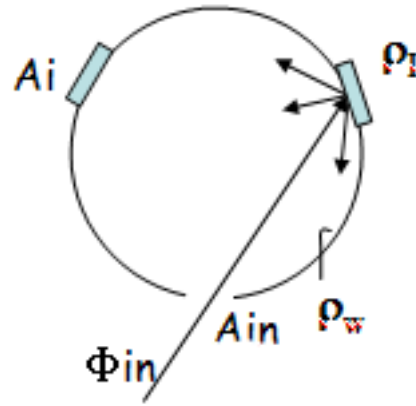


Figura C.3: Nuova rappresentazione della sfera integratrice, in cui è evidenziato anche il punto di primo impatto della radiazione.

la seguente forma

$$E_w = \frac{\rho_I \Phi_{in}}{A_{sph}} \frac{1}{1 - \rho_w (1 - \sum_{i=1}^n \rho_i) - \sum_{i=1}^n \rho_i f_i}, \quad (C.9)$$

dove  $\rho_I$  è la riflettanza di primo impatto,  $\rho_i$  è la riflettanza della porta  $i$ -esima, ed  $f_i$  è la frazione di area della porta  $i$ -esima rispetto l'area totale della sfera, cioè  $\frac{A_i}{A_{sph}}$ . La stessa generalizzazione vale per l'espressione della radianza della sfera, che diventa

$$L_{sph} = \frac{\rho_I \Phi_{in}}{\pi A_{sph}} \frac{1}{1 - \rho_w (1 - \sum_{i=1}^n \rho_i) - \sum_{i=1}^n \rho_i f_i}. \quad (C.10)$$

Il segnale luminoso in uscita dalla sfera, in corrispondenza ad un certo segnale in ingresso, si ottiene dalla convoluzione del segnale stesso in ingresso con la risposta temporale della sfera stessa. Il segnale in uscita, in termini di flusso, ha una forma del tipo

$$\Phi_s \propto \exp^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (C.11)$$

La costante di tempo  $\tau$  è data da

$$\tau = -\frac{2 D_s}{3 c} \frac{1}{\ln \bar{\rho}}, \quad (\text{C.12})$$

dove  $\bar{\rho}$  è la riflettanza media della sfera integratrice, mentre  $D_s$  è il suo diametro, ed infine  $c$  è la velocità della luce.





# Bibliografia

- [1] Welford, R.Winston, *The optics of nonimaging concentrators, light and solar energy*, Academic Press Inc., (1978)
- [2] J.C.Chavez, *Introduction to nonimaging optics*, Optical science and engineering series, **134**
- [3] J.Minano, P.Benitez, R.Winston, *Nonimaging Optics*, Elsevier books
- [4] F.A.Jenkins, Harvey E.White, *Fundamentals of optics*, 4. ed, McGraw-Hill, (1976)
- [5] J.J.O'Gallagher, *Nonimaging Optics in solar energy*, Morgan and Claypool publishers
- [6] M.V.Klein, *Optics*, John Wiley and Sons, (1970)
- [7] A.Parretta, *Theoretical aspects of light collection in solar concentrators (Theory of "Direct Method")*
- [8] A.Parretta, *Theory of the "Inverse Method" for characterization of solar concentrators*
- [9] A.Parretta, L.Zampierolo, A.Antonini, E.Milan, D.Roncati, *Theory of "Inverse Method" applied to characterization of solar concentrators*
- [10] A.Parretta, A.Antonini, M.Stefancich, V.Franceschini, G.Martinelli, M.Armani, *Characterization of CPC solar concentrators by laser method*
- [11] A.Parretta, A.Antonini, G.Martinelli, E.Milan, C.Privato, L.Zampierolo, *Methods of characterization of solar concentrators*
- [12] R.Winston, *Principles of solar concentrators of a novel design*, (1974)
- [13] R.Winston, H.Hinterberger, *Principles of cylindrical concentrators for solar energy*, (1974)

- 
- [14] A.Rabl, R.Winston, *Ideal concentrators for finite sources and restricted exit angles*, APPLIED OPTICS, Vol.15, No 11, (1976)
- [15] H.Hinterberger, R.Winston, *Efficient light coupler for threshold Cerenkov counters*, (1966)
- [16] R.Winston, Jay M.Enoch, *Retinal cone receptor as an ideal light collector*, (1971)
- [17] D.A.Harper, R.H.Hildebrand, R.Stiening, R.Winston, *Heat trap: an optimized far infrared field optics system*, APPLIED OPTICS, Vol.15, No 1, (1976)
- [18] A.Antonini, M.A.Buttuti, P.Di.Benedetto, D.Uderzo, P.Zurru, A.Parretta, N.Biaggio, *Rondine PV concentrators: field results and innovations*
- [19] A.Antonini, M.A.Buttuti, P.Di.Benedetto, D.Uderzo, P.Zurru, A.Parretta, N.Biaggio, E.Milan, M.Stefancich, M.Armani, *Rondine<sup>®</sup> PV concentrators: field results and developments*, (2009)
- [20] Carlo Zamparelli, *Storia, scienza e leggenda degli specchi ustori di Archimede*, 2 ed., (2007)
- [21] Ugo Amaldi, *La fisica*, Vol.2, 4 ed., Zanichelli, (2001).