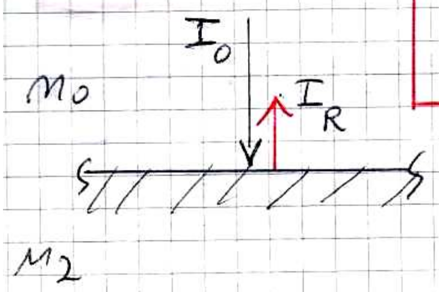
STRATI ANTIRIFLESSO

Riflettanza di un substrato liscio, semi-infinito, di indice di rifrazione n_2, esposto ad un mezzo con indice di rifrazione n_0, per incidenza normale della luce:

$$\boxed{R_\perp = \left(\frac{n_2-n_0}{n_2+n_0}\right)^2} \quad (1)$$

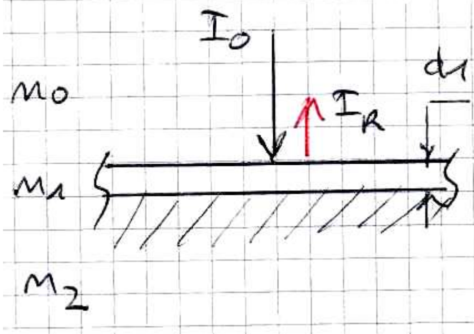
Assenza di antiriflesso.



$$R_\perp = I_R/I_0 \quad (2)$$

$$\begin{cases} R_\perp = f(\lambda) \\ I_0 = I_0(\lambda);\ I_R = I_R(\lambda) \end{cases}$$

Ricopriamo ora la superficie del mezzo n_2 con uno strato antiriflesso con indice di rifrazione n_1 e spessore d_1. Abbiamo:



$$\boxed{R = \frac{r_1^2 + r_2^2 + 2r_1r_2 \cdot \cos 2\delta}{1 + r_1^2 r_2^2 + 2r_1r_2 \cdot \cos 2\delta}} \quad (3)$$

con
$$\begin{cases} n_0 = n_0(\lambda) \\ n_1 = n_1(\lambda) \\ n_2 = n_2(\lambda) \\ R = R(\lambda) \end{cases} \qquad \begin{cases} r_1 = \dfrac{n_0-n_1}{n_0+n_1} & (4) \\ r_2 = \dfrac{n_1-n_2}{n_1+n_2} & (5) \\ \delta = \dfrac{2\pi n_1 d_1}{\lambda} & (6) \end{cases}$$

Il valore minimo di $R(\lambda)$ si ha per $\lambda = \lambda_0$ tale che:

$$\boxed{n_1 d_1 = \frac{\lambda_0}{4}} \quad (7)$$

ovvero quando il cammino ottico della luce attraverso lo strato n_1 è pari a 1/4 della lunghezza d'onda nel vuoto.

Dalla (7) otteniamo che lo spessore d_1 dello strato

n_1 che minimizza la riflettanza alla lunghezza d'onda λ_0 è:

$$\boxed{d_1 = \frac{\lambda_0}{4n_1}} \quad (8)$$

il valore di R_{min} è:

$$\boxed{R_{min} = \left(\frac{n_1^2 - n_0 n_2}{n_1^2 + n_0 n_2}\right)^2} \quad (9)$$

Se vogliamo che la R_{min} sia uguale a zero per la lunghezza d'onda λ_0, deve essere soddisfatta la condizione:

$$\boxed{n_1 = \sqrt{n_0 n_2}} \quad (10)$$

cioè n_1 deve essere la media geometrica fra n_0 e n_2.

~

Facciamo ora qualche esempio di calcolo. Supponiamo intanto che sia $n_0 = 1$ (campione in aria). Abbiamo:

$$r_1 = \frac{1 - n_1}{1 + n_1} \quad (4') \; ; \quad r_2 = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \quad (5)$$

Calcoliamo R utilizzando il programma Origin. Supponiamo di lavorare con un substrato di Silicio. Dal libro di M.A. Green "Silicon Solar Cells" ricaviamo i valori di $n(\lambda)$ da 250 a 1450 nm.

Per $\lambda_0 = 0.6\ \mu m = 600$ nm troviamo: $n(600) = 3{,}939$.

Calcoliamo R in funzione dello spessore dello strato antiriflesso fissando diversi valori per l'indice di rifrazione n_1. Usiamo gli indici di rifrazione di alcuni materiali dielettrici indicati nella tabella che segue -

Tabella 1

Indici di rifrazione (tipici) di alcuni materiali dielettrici e semiconduttori.

Materiale	λ (nm)	n	Fonte (*)
Al_2O_3	600	1,660	SOPRA N&K (Palik)
SiO	"	2,513	"
SiO_2	"	1,544	Ghosh (1999)
TiO_2	"	2,495	
Ta_2O_5	"	1,800	SOPRA
Y_2O_3	"	1,929	Handbook of Optics
ZnO	"	1,999	
ZrO_2	"	2,213	
Si_3N_4	"	2,015	
MgF_2	"	1,377	Handbook of Optics
ZnS (α)	"	2,567	
ZnS (β)	"	2,362	
c-Si	"	3,936	SOPRA
"	"	3,939	M. Green (verde)
α-Si	"	4,624	SOPRA
poly-Si	"	4,048	"
GaAs	"	3,918	"

(*) I dati sono tratti dal sito:
http://www.refractiveindex.info

Prendiamo come primo esempio di n_1 l'ossido di Silicio (SiO_2) con $n_1(600\ nm) = 1,544$ in quanto è il materiale più semplice da formare su un wafer di Silicio in quanto si può formare per ossidazione termica.

Variamo lo spessore s da 0 a $\simeq 0,2\ \mu m$.

otteniamo:

$$\underset{(\lambda = 600\ nm)}{SiO_2} \begin{cases} Max\ R \simeq 35,4\ \%,\ s = 50\ e\ 194\ nm \\ min\ R \simeq 6,07\ \%,\ s = 97,6\ nm \\ \quad (6,03\%\ teorico)\quad (97,15\ teorico) \end{cases}$$

Lo strato di SiO_2, pur ottimizzato con uno spessore di $s \simeq 97\ nm$, non è in grado di azzerare la riflettanza per qualche valore della lunghezza d'onda.

Infatti la media geometrica tra n_0 e $n_2(\lambda)$ non coincide con $n_1(\lambda)$ per $\lambda = 600\ nm$.

$$\sqrt{n_1(\lambda) \cdot n_2(\lambda)} = \sqrt{1 \cdot 3,936} = 1,984 \neq 1,544.$$

La curva di $R(s)$ per il SiO_2 a $\lambda = 600\ nm$ è riportata in Fig. 1.

Un materiale che meglio si adatta per essere un antiriflesso a singolo strato nel Silicio, per $\lambda = 600\ nm$, è il nitruro di Silicio: $n_1 = 2,015$.

Proviamo a tracciare la curva di $R(s)$ per questo materiale.

Adesso la curva di R raggiunge un minimo prossimo allo zero per uno spessore $s \sim 75\ nm$.

Si_3N_4 $\begin{cases} R_{max} \simeq 35,4\% \text{ (invariato)}; \; s_{max} = 0 \text{ e } \sim 150 \text{ nm} \\ R_{min} \simeq 0\% \; ; \; s \simeq 75 \text{ nm} \end{cases}$
($\lambda = 600$ nm)

Naturalmente i valori R_{max} si ottengono per multipli pari di 75 nm, mentre i valori di R_{min} per multipli dispari di 75 nm -

La curva di $R(s)$ per l'Si_3N_4 è mostrata in fig. 2-

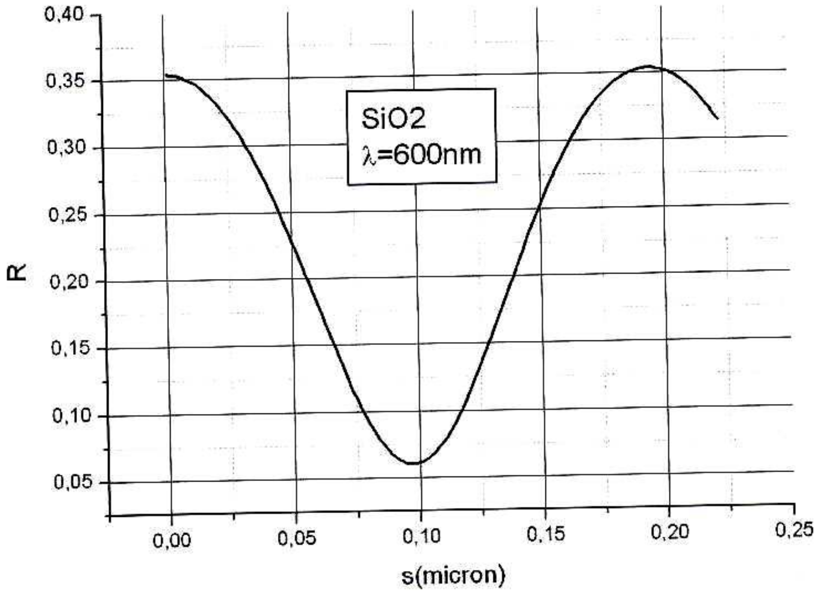


Fig. 1

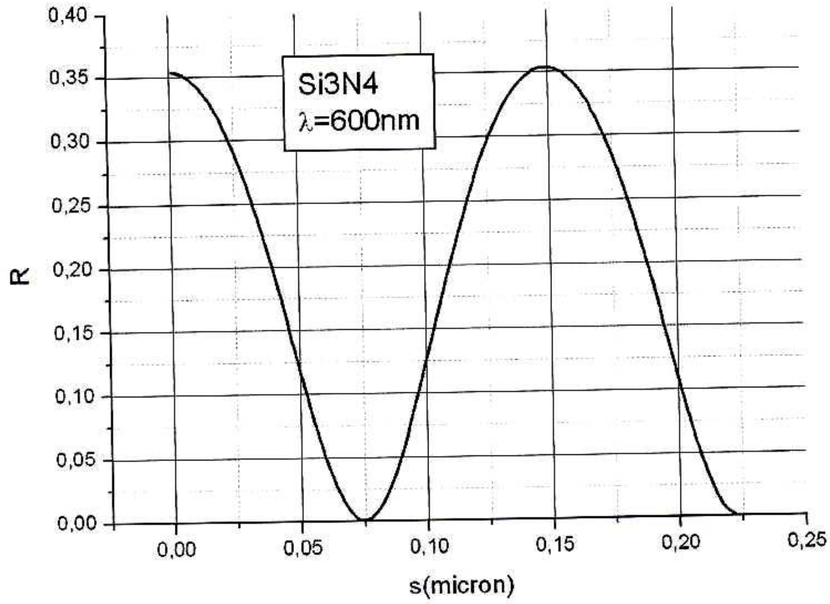


Fig. 2.

PROPRIETA' OTTICHE DI UN FILM DIELETTRICO

Il caso trattato precedentemente di un film dielettrico depositato su un substrato semiconduttore allo scopo di ridurne la riflettanza è un caso particolare di un film dielettrico immerso tra due mezzi omogenei e attraversato da un'onda piana monocromatica ad un particolare angolo d'incidenza (Fig. 1).

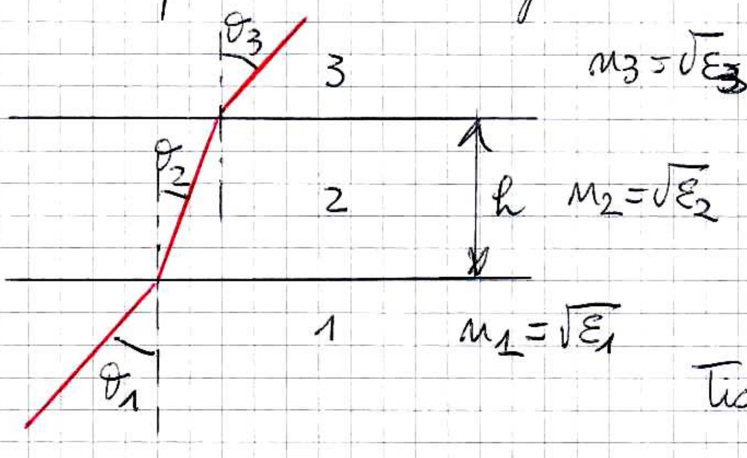


Fig. 1 - Propagazione di un'onda e.m. attraverso un film omogeneo. I tre mezzi sono non magnetici ($\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1$).

Senza entrare troppo nel dettaglio della teoria, riportiamo le espressioni per i coefficienti di riflessione r e di trasmissione t dello strato dielettrico (*):

$$(11) \quad \boxed{r = \frac{r_{12} + r_{23} \cdot e^{2i\beta}}{1 + r_{12} r_{23} \cdot e^{2i\beta}}} \qquad \boxed{t = \frac{t_{12}\, t_{23} \cdot e^{i\beta}}{1 + r_{12} \cdot r_{23} \cdot e^{2i\beta}}} \quad (12)$$

dove $r_{12}, r_{23}, t_{12}, t_{23}$ sono i coefficienti di riflessione e trasmissione relativi alle singole interfacce 1/2 e 2/3 e si ricavano dalle formule di Fresnel:

(*) Le (11) e (12) sono valide per un'onda e.m. piana di tipo TE (transverse electric). Allo stesso modo può essere trattata un'onda piana di tipo TM.

$$r_{12} = \frac{n_1 \cdot \cos\vartheta_1 - n_2 \cdot \cos\vartheta_2}{n_1 \cdot \cos\vartheta_1 + n_2 \cdot \cos\vartheta_2} \quad (13)$$

$$r_{23} = \frac{n_2 \cdot \cos\vartheta_2 - n_3 \cdot \cos\vartheta_3}{n_2 \cdot \cos\vartheta_2 + n_3 \cdot \cos\vartheta_3} \quad (14)$$

$$t_{12} = \frac{2n_1 \cdot \cos\vartheta_1}{n_1 \cdot \cos\vartheta_1 + n_2 \cdot \cos\vartheta_2} \quad (15)$$

$$t_{23} = \frac{2n_2 \cdot \cos\vartheta_2}{n_2 \cdot \cos\vartheta_2 + n_3 \cdot \cos\vartheta_3} \quad (16)$$

Il parametro β è dato da:

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_2 \cdot h \cdot \cos\vartheta_2 \quad (17)$$

La riflettività e trasmittività dello strato dielettrico rispetto ad un'onda piana TE sono espresse da:

$$R = |r|^2 = \frac{r_{12}^2 + r_{23}^2 + 2r_{12} \cdot r_{23} \cdot \cos 2\beta}{1 + r_{12}^2 \cdot r_{23}^2 + 2r_{12} \cdot r_{23} \cdot \cos 2\beta} \quad (18)$$

$$\mathcal{T} = \frac{n_3 \cdot \cos\vartheta_3}{n_1 \cdot \cos\vartheta_1} \cdot |t|^2 = \frac{n_3 \cdot \cos\vartheta_3}{n_1 \cdot \cos\vartheta_1} \cdot \frac{t_{12}^2 \cdot t_{23}^2}{1 + r_{12}^2 r_{23}^2 + 2 r_{12} r_{23} \cdot \cos 2\beta} \quad (19)$$

Si trova facilmente che $R + \mathcal{T} = 1$.

Le eq.ni (18) e (19) non cambiano se β è sostituito da $\beta + \pi$, il che equivale a sostituire h con $h + \Delta h$, con

$$\Delta h = \frac{\lambda_0}{2n_2 \cdot \cos\vartheta_2} \quad (20)$$

<u>Quindi:</u> "la riflettività e trasmittività di un film dielettrico non cambiano se lo spessore del film cambia di multipli interi di $\lambda_0 / 2n_2 \cdot \cos\vartheta_2$."