Appunti sulla concentrazione solare

A lezione abbiamo visto quali sono le principali grandezze ottiche di un concentratore solare. Ora cerchiamo di approfondire meglio il significato di queste grandezze.

Un concentratore solare è caratterizzato da un'apertura d'ingresso e da un'apertura d'uscita. Consideriamo per il momento solo concentratori 3D.

Per definizione di concentratore, l'apertura d'ingresso avrà un'area A_{in} maggiore dell'area A_{out} dell'apertura di uscita: $A_{in} > A_{out}$.

Il rapporto di "concentrazione geometrica" C_{geo}, è semplicemente il rapporto tra queste due grandezze:

$$C_{geo} = A_{in}/A_{out} \quad (1)$$

le grandezze A_{in} e A_{out} potrebbero essere scelte, in linea teorica, in maniera del tutto arbitraria, ad esempio A_{out} può essere ridotto a valori molto piccoli, portando C_{geo} a valori arbitrariamente grandi. Questa operazione, però, non ci dà alcun beneficio, perché quello che conta è concentrare la luce, ovvero aumentare la densità di flusso (media) o irradianza (media) in ingresso dal valore E_{in} al valore E_{out} in uscita ~~operando~~ determinando così una "concentrazione ottica"

$$C_{opt} = E_{out}/E_{in} \quad (2)$$

Dallo studio della étendue generalizzata applicata ad un concentratore solare, abbiamo trovato un grandezza invariante, che nel caso 3D è data da:

$$n^2\, dx \cdot dy \cdot dL \cdot dM = \text{cost} \qquad (3)$$

Se applichiamo tale invarianza alle aperture d'ingresso e di uscita del concentratore, allora abbiamo:

$$n^2\, dx \cdot dy \cdot dL \cdot dM = n'^2\, dx'\, dy'\, dL'\, dM' \qquad (4)$$

dove L, M sono i coseni direttori dei raggi luminosi rispetto agli assi x, y del sistema di riferimento cartesiano di ingresso e L', M' sono quelli corrispondenti al sistema di riferimento in uscita.

L'invarianza espressa dalla (3) o dalla (4) implica naturalmente che non ci siano perdite ottiche per il fascio nel suo percorso dall'ingresso all'uscita.

Integrando la (4) abbiamo infatti:

$$n^2 \cdot A_{in} \cdot \sin^2\vartheta_{in} = n'^2 \cdot A_{out} \cdot \sin^2\vartheta_{out} \qquad (5)$$

ovvero:

$$A_{in}/A_{out} = \frac{n'^2 \cdot \sin^2\vartheta_{out}}{n^2 \cdot \sin^2\vartheta_{in}} \qquad (6)$$

La (6) rappresenta il rapporto di concentrazione geometrica $C_{geo} = A_{in}/A_{out}$, ma, avendo stabilito che non abbiamo perdite ottiche all'interno del concentratore, esso rappresenta anche il rapporto di concentrazione ottica $C_{opt} = E_{out}/E_{in}$ – Infatti abbiamo:

$$\boxed{C_{opt} = \frac{E_{out}}{E_{in}} = \frac{\phi_{out}}{A_{out}} \cdot \frac{A_{in}}{\phi_{in}} \quad (7)}$$

Ma il rapporto ϕ_{out}/ϕ_{in} è definito come l'efficienza di trasmissione ottica $\boxed{\eta_{opt} \doteq \phi_{out}/\phi_{in} \quad (8)}$ che abbiamo supposto ~~e~~ essere pari a 1 quando è valida l'invarianza (4).

Abbiamo così che, in assenza di perdite ottiche, la (6) esprime sia il rapporto di concentrazione geometrico che quello ottico; possiamo allora scrivere, quando $\eta_{opt} = 1$, che:

$$\boxed{C_{opt} = \frac{A_{in}}{A_{out}} = \frac{n'^2 \cdot \sin^2\theta_{out}}{n^2 \cdot \sin^2\theta_{in}} \quad (6')}$$

In generale, però, sarà $\eta_{opt} \neq 1$ e quindi la (7) diventa:

$$\boxed{C_{opt} = \frac{E_{out}}{E_{in}} = \frac{\phi_{out}}{\phi_{in}} \cdot \frac{A_{in}}{A_{out}} = \eta_{opt} \cdot C_{geo} \quad (7')}$$

e la (6') diventa:

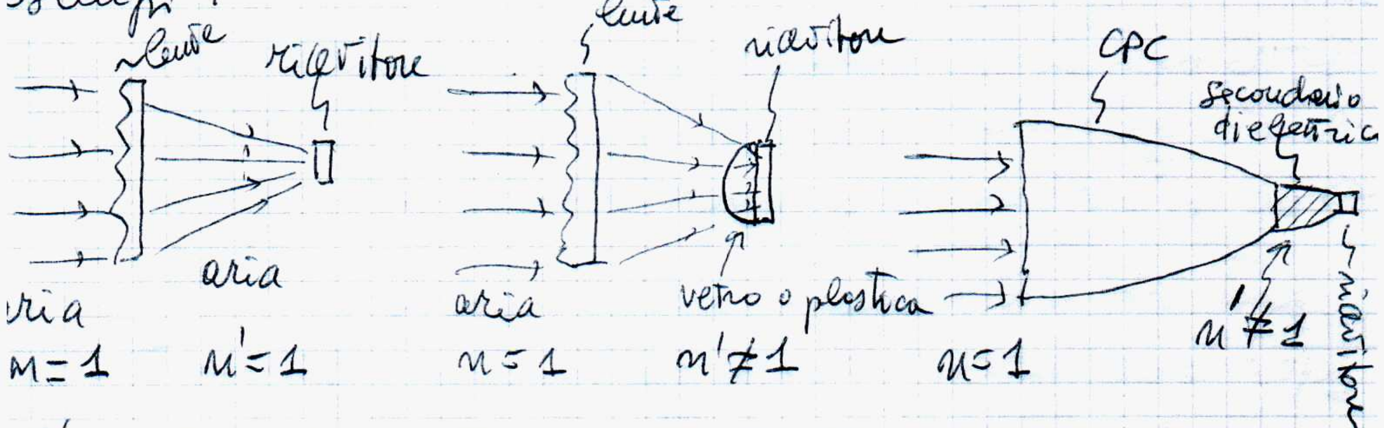
$$\boxed{C^{3D}_{opt} = \eta_{opt} \cdot C_{geo} = \eta_{opt} \cdot \frac{n'^2 \cdot \sin^2\theta_{out}}{n^2 \cdot \sin^2\theta_{in}} \quad (6'')}$$

Naturalmente le stesse formule ottenute finora, se ne facciamo la radice quadrata, le possiamo adattare al caso della concentrazione 2D: (con l_{in} e l_{out} ampiezze dell'apertura d'ingresso e di uscita del conc.re)

$$\boxed{C_{geo} = l_{in}/l_{out} \qquad (9')}$$

$$\boxed{C_{opt}^{2D} = \eta_{opt} \cdot C_{geo} = \eta_{opt} \cdot \frac{n' \cdot \sin\vartheta_{out}}{n \cdot \sin\vartheta_{in}} \qquad (9'')}$$

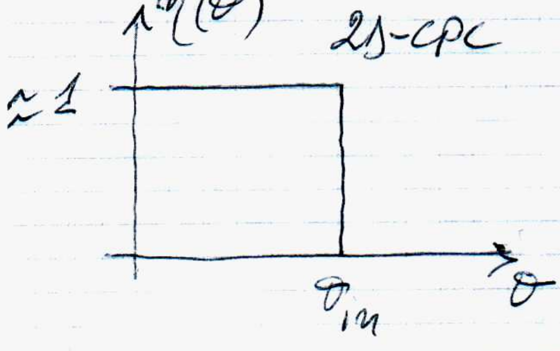
Abbiamo introdotto le grandezze n ed n' come gli indici di rifrazione del mezzo all'ingresso e all'uscita del concentratore. Nel caso pratico di un concentratore esposto al Sole abbiamo: $n = 1$, in quanto il mezzo cui è esposta l'apertura d'ingresso è l'aria. L'indice di rifrazione n' è quello del mezzo in cui è contenuto il ricevitore posto all'uscita del concentratore solare; di seguito sono riportati alcuni esempi:



L'apertura di uscita del concentratore corrisponde alla superficie del ricevitore. Se questa è esposta all'aria

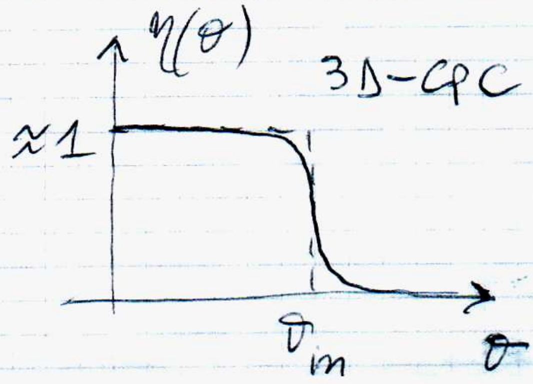
allora sarà $n' = 1$; se invece esso è immerso in un dielettrico con indice di rifrazione n', allora nella (6'') o (9'') dovremo mettere questo valore di indice di rifrazione.
Vediamo ora di approfondire il significato degli angoli θ_{in} e θ_{out} che abbiamo introdotto con la (5) –

Il significato di θ_{in} è quello di angolo di accettazione del concentratore – Nel caso ~~ideale~~ di un concentratore ideale, θ_{in} è l'angolo al di sotto del quale tutti i raggi incidenti vengono trasmessi e al di sopra del quale tutti i raggi incidenti vengono respinti indietro



Efficienza ottica di un concentratore ideale. I raggi con $\theta < \theta_{in}$ vengono trasmessi senza attenuazione, mentre quelli con $\theta > \theta_{in}$ vengono riflessi indietro

I concentratori che manifestano una risposta vicina a quella ideale sono i concentratori del tipo 2D-CPC
I concentratori che si avvicinano alla risposta di un concentratore ideale sono i concentratori 3D-CPC



I concentratori del tipo 3D-CPC mostrano una risposta quasi ideale se la loro forma (canonica) non è alterata ad es. per effetto di un troncamento.

Non va confuso l'angolo di accettanza del concentratore con la divergenza angolare del fascio in ingresso. Per non confondere le due grandezze si può scrivere:

$$\begin{cases} \theta_{acc} = \text{angolo di accettanza del concentratore} \\ \theta_{in} = \text{divergenza angolare del fascio in ingresso} \end{cases}$$

Immaginiamo allora di avere un concentratore 3D con angolo di accettanza θ_{acc}. La sua C_{opt} e la sua $C_{opt,max}$ saranno:

$$\boxed{C^{3D}_{opt} = \frac{n'^2 \cdot \sin^2\theta_{out}}{n^2 \cdot \sin^2\theta_{acc}} \quad (10')}$$

$$\boxed{C^{3D}_{opt,max} \frac{n'^2}{n^2 \cdot \sin^2\theta_{acc}} \quad (10'')}$$

Ora è chiaro che la concentrazione ottica di un tale concentratore sarà determinata dal suo angolo di accettanza θ_{acc} e non dalla divergenza angolare del fascio in ingresso, θ_{in}. Anche se illuminiamo il concentratore con un fascio tale che $\theta_{in} < \theta_{acc}$ la sua C_{opt} sarà sempre determinata da θ_{acc}.

Se invece ragioniamo partendo dal fascio in ingresso, con divergenza θ_{in}, e vogliamo sapere qual è C_{opt} e $C_{opt,max}$ che possiamo realisticamente ottenere con tale fascio progettando opportunamente il concentratore, il risultato è:

$$C^{3D}_{opt} = \frac{n'^2 \cdot \sin^2\theta_{out}}{n^2 \dots} \quad (11') \qquad C^{3D}_{opt,max} = \frac{n'^2}{n^2 \cdot \sin^2\theta_{in}} \quad (11'')$$

Il significato di θ_{out} è quello di divergenza angolare massima dei raggi in uscita. Il concentratore può essere progettato per diversi valori della divergenza angolare di uscita e in tal caso C_{opt} sarà dato dalla (10') o (11'). Il valore massimo di θ_{out} è $90°$, e quindi in corrispondenza a tale valore si raggiungerà il valore massimo per la concentrazione ottica, come è indicato nella (10") e nella (11") per un concentratore 3D oppure come indicato di seguito per un concentratore 2D:

$$\boxed{C^{2D}_{opt,max} = \frac{n'}{n \cdot \sin\theta_{acc}} \quad (12)}$$

Consideriamo ora un concentratore solare 3D del tipo CPC in aria e calcoliamo i valori limite della concentrazione ottica per $\theta_{out} \neq 90°$ e $\theta_{out} = 90°$:

$$(13') \quad C^{3D}_{opt,max}(\theta_{out} \neq 90°) = \frac{n'^2 \cdot \sin^2\theta_{out}}{\sin^2\theta_S} \simeq n'^2 \cdot \sin^2\theta_{out} \cdot 46.000$$

$$(13'') \quad C^{3D}_{opt,max}(\theta_{out} = 90°) = \frac{n'^2}{\sin^2\theta_S} \simeq n'^2 \cdot 46.000$$

La divergenza angolare dei raggi solari è $\theta_S \simeq 0{,}005 \simeq 0{,}27°$, quindi i valori massimi che possiamo realizzare per C_{opt} sono quelli indicati nella (13') e (13") - Per un concentratore con ricevitore in aria ($n' = 1$), al massimo possiamo concentrare la luce 46.000 volte.

Il rapporto di concentrazione ottica cresce ulteriomente se il ricevitore lo immergiamo in un dielettrico con indice n'. Immaginando di usare un mezzo con $n' \sim 1{,}5$, la (13'') ci dice che, in linea teorica, potremmo spingere il rapporto C_{opt} a valori di $\gtrsim 100.000$. Questo è stato realizzato effettivamente da R. Winston. Le (13') e (13'') stabiliscono che il limite nella concentrazione ottica dipende dalla geometria del sistema sorgente-concentratore. Se ad esempio ci avvicinassimo al Sole, il valore max di C_{opt} diminuirebbe mentre allontanandoci (ad esempio su Marte) avremmo la possibilità di concentrare maggiormente la luce solare. Se desiderassimo di concentrare la luce di una stella, potremmo raggiungere valori di C_{opt} estremamente elevati, essendo in tal caso la divergenza $\theta_s \simeq 0$.